天津市耀华中学2023-2024学年高一上学期期末学情调研

数学试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．若集合 $A=\left\{x\left|\frac{1}{x}>0\right.\right\}$， $B=\left\{x\left|x^2+x-2<0\right.\right\}$，则 $\left(\complement_{\mathrm{R}}A\right)\cap B=$ （　　）

A．$\left(-2,+\infty\right)$　　B．$\left(0,+\infty\right)$

C．$\left(-2,0\right]$　　D．$\left[0,1\right]$

2．“$\sin\alpha<\tan\alpha$”是“α为第一象限角”的（　　）

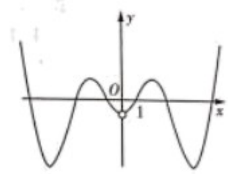
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

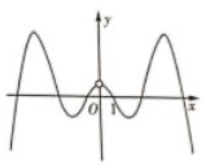
C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．设 $a=\log_3 7$， $b=2^{1.3}$， $c=0.7^{0.3}$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

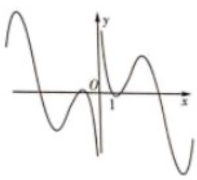
A． $c<b<a$　　B． $c<a<b$　　C． $b<c<a$　　D． $b<a<c$

4．函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\left(1-x^2\right)\cos\left(x+\dfrac{3\pi}{2}\right)}{x}$ 的图象大致为（　　）

A． 

B． 

C． 

D． 

5．下列函数中，以$\frac{\pi}{2}$为周期且在区间($\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{2}$)单调递增的是

A．$f(x)=\left|\cos 2x\right|$　　B．$f(x)=\left|\sin 2x\right|$

C．$f(x)=\cos\left|x\right|$　　D．$f(x)=\sin\left|x\right|$

6．已知$f\left(x\right)$是定义在R上的奇函数，且在区间$[0,+\infty)$上的任意两个不相等的实数

m,n，总有$\dfrac{f(m)-f(n)}{m-n}>0$，若a满足$f(2)+f\left(\log_{\frac{1}{2}}a\right)\geq 0$，则$a$的取值范围是（　）

A．$(0,4]$　　B．$\left(0,\dfrac{1}{4}\right]$　　C．$\left[\dfrac{1}{4},4\right]$　　D．$(-\infty,4]$

7．将函数$f\left(x\right)=2\cos^2x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-1$的图象向右平移$\dfrac{\pi}{4}$个单位长度后得到函数

$g\left(x\right)$的图象.若在区间$\left[-\pi,-\dfrac{\pi}{2}\right]$内有$g\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)$，则$f\left(x_1+x_2\right)=$（　）

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．$\sqrt{3}$

8．已知函数$f\left(x\right)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，对任意的$x\in\mathbf{R}$都有$f\left(x+\dfrac{3}{2}\right)=f\left(x-\dfrac{3}{2}\right)$.

当$x\in\left(-\dfrac{3}{2},0\right)$时，$f\left(x\right)=\log_{\frac{1}{2}}\left(1-x\right)$，则$f\left(2023\right)+f\left(2025\right)=$（　）

A．1　　B．2　　C．-1　　D．-2

9．已知函数$f\left(x\right)=\cos\left(x+\dfrac{\pi\pi}{2}\right)\cos\left(x+\dfrac{}{4}\right)$，则下列说法正确的是（　）

A．点$\left(-\dfrac{\pi}{8},0\right)$是曲线$y=f\left(x\right)$的对称中心

B．点$\left(\dfrac{\pi}{8},\dfrac{\sqrt{2}}{4}\right)$是曲线$y=f\left(x\right)$的对称中心

C．直线$x=\dfrac{5\pi}{8}$是曲线$y=f\left(x\right)$的对称轴

D．直线$x=\frac{3\pi}{8}$是曲线$y=f\left(x\right)$的对称轴

10．已知$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$，$\tan\left(\frac{\pi}{12}+\beta\right)=\frac{1}{3}$，则$\tan(\alpha-2\beta)=$（　）

A．$-\frac{9}{13}$　　B．$-\frac{2}{11}$　　C．$\frac{10}{11}$　　D．$\frac{2}{5}$

11．已知$\frac{\sin\alpha+2\cos\alpha}{5\cos\alpha-\sin\alpha}=\frac{5}{16}$，则$\tan\alpha=$（　）

A．0　　B．1　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．-3

12．若定义在$\mathbf{R}$上的偶函数$f\left(x\right)$满足$f\left(x+2\right)=f\left(x\right)$，且当$x\in\left[0,1\right]$时，$f\left(x\right)=x$，则函数$y=f\left(x\right)-\log_6\left|x\right|$的零点个数是（　）

A．6　　B．10　　C．14　　D．18

13．若$\sin2\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin\left(\beta-\alpha\right)=\frac{\sqrt{10}}{10}$，且$\alpha\in\left[\frac{\pi}{4},\pi\right]$，$\beta\in\left[\pi,\frac{3}{2}\pi\right]$，则$\alpha+\beta$的值是（　）

A．$\frac{5\pi}{4}$　　B．$\frac{7\pi}{4}$　　C．$\frac{5\pi}{4}$或$\frac{7\pi}{4}$　　D．$\frac{5\pi}{4}$或$\frac{9\pi}{4}$

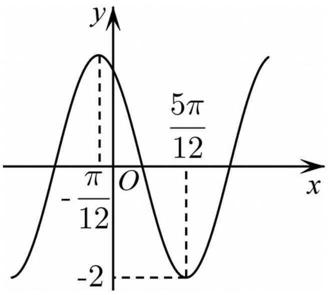
14．若函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\log_2x+2x, x>0\\ \sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right), 0\le x\le\pi\end{cases}$有4个零点，则正数$\omega$的取值范围是（　）

A．$\left[\frac{4}{3},\frac{7}{3}\right)$　　B．$\left[\frac{7}{3},\frac{10}{3}\right)$　　C．$\left(\frac{4}{3},\frac{7}{3}\right]$　　D．$\left(\frac{7}{3},\frac{10}{3}\right]$

二、填空题

15．函数$y=3\tan\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$的定义域是______

16．已知函数 $g(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 的部分图象如图所示，将函数 $g(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，得到函数 $f(x)$ 的图象，则 $f\left(\frac{35}{12}\pi\right)=$______.



17．已知 α,β 都是锐角，$\cos\alpha=\frac{1}{7},\cos(\alpha+\beta)=-\frac{11}{14}$，则 $\beta=$______.

18．函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+2\cos^2 x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$ 上的最大值为____

19．函数 $f(x)=\sin 2x-\sqrt{3}\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)$ 的图象为 C，如下结论中正确的是______.

（1）图象 C 关于直线 $x=\frac{11}{12}\pi$ 对称；

（2）图象 C 关于点 $\left(\frac{2\pi}{3},0\right)$ 对称；

（3）函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right)$ 内单调递增；

（4）由 $y=2\sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度可以得到图象 C .

20．已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\lg(x-1)|,1<x\le 11\\ x^2-24x+144,x>11\end{cases}$，若方程 $f(x)=n$ 有 4 个解，分别记为 x_1，x_2，x_3，x_4，且 $x_1<x_2<x_3<x_4$，则 $\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}\right)(x_3+x_4)=$______.

三、解答题

21．已知函数 $f\left(x\right)=2\cos^2 x-\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)-1$

(1)求函数 $f\left(x\right)$ 的最小正周期；

(2)求 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上的值域；

(3)试讨论函数 $h\left(x\right)=f\left(x\right)-\sqrt{2}m$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上零点的个数.

22．已知函数 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-2\sin x\cos x$.

(1)求函数 $f\left(x\right)$ 的最小正周期及对称轴方程；

(2)将函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，再将所得图象上各点的纵坐标不变、横坐标伸长为原来的 2 倍，得到函数 $y=g\left(x\right)$ 的图象，求 $y=g\left(x\right)$ 在[0，2π]上的单调递减区间.

23．已知函数$f\left(x\right)=ax^{2}-x+2a-1\left(a>0\right)$.

(1)若$f\left(x\right)$在区间$[1,2]$为单调增函数，求a的取值范围；

(2)设函数$f\left(x\right)$在区间$[1,2]$上的最小值为$g\left(a\right)$，求$g\left(a\right)$的表达式；

(3)设函数$h\left(x\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+\log_{2}\frac{1}{x+1}$，若对任意$x_{1}\in\left[1,2\right]$，都存在$x_{2}\in\left[1,2\right]$使不等式

$f\left(x_{2}\right)\geq h\left(x_{1}\right)$成立，求实数$a$的取值范围.

参考答案：

1．C

【分析】根据题意求集合A,B，再利用集合的交并补集运算即可得解.

【详解】因为$A=\left\{x\left|\frac{1}{x}>0\right.\right\}=\{x|x>0\}$，则$\complement_{R}A=\{x|x\le 0\}$.

又因为$B=\{x|x^2+x-2<0\}=\{x|-2<x<1\}$，

所以$(\complement_{R}A)\cap B=(-2,0]$.

故选：C.

2．B

【分析】判断$\sin\alpha<\tan\alpha$，即判断$\sin\alpha-\tan\alpha=\tan\alpha(\cos\alpha-1)<0$，根据$\cos\alpha-1<0$在象限中恒成立即可判断出$\alpha$所在象限，最后根据充分条件和必要条件定义即可得出答案.

【详解】$\sin\alpha-\tan\alpha=\tan\alpha(\cos\alpha-1)$，若$\alpha$为第一象限角或第三象限角，则

$\tan\alpha(\cos\alpha-1)<0$，即$\sin\alpha<\tan\alpha$；

若α为第二象限角或第四象限角，则$\tan\alpha(\cos\alpha-1)>0$，即$\sin\alpha>\tan\alpha$.

故“$\sin\alpha<\tan\alpha$”是“α为第一象限角”的必要不充分条件.

故选：B.

3．B

【分析】根据指数函数和对数函数的单调性进行判断即可.

【详解】因为$1=\log_3 3<\log_3 7<\log_3 9=2$，所以$1<a<2$，

因为$2^{1.3}>2^1=2$，所以$b>a$，

又因为$0.7^{0.3} < 0.7^{0} = 1$，所以$c < a$，

所以$c < a < b$.

故选：B

4．B

【分析】先化简函数解析式，利用奇偶性和函数值的符号可得答案.

【详解】由题可得$f\left(x\right)=\dfrac{\left(1-x^{2}\right)\cos\left(x+\dfrac{3\pi}{2}\right)}{x}=\dfrac{\left(1-x^{2}\right)\sin x}{x}$，

且其定义域为$\left(-\infty,0\right)\cup\left(0,+\infty\right)$，$f\left(-x\right)=\dfrac{\left[1-(-x)^{2}\right]\sin\left(-x\right)}{-x}=\dfrac{\left(1-x^{2}\right)\sin x}{x}=f\left(x\right)$，

所以函数$f\left(x\right)$为偶函数，故排除C，D选项；

又当$x\in\left(0,1\right)$时，$1-x^{2}>0$，$\sin x>0$，所以$f\left(x\right)>0$，故排除A选项.

故选：B.

5．A

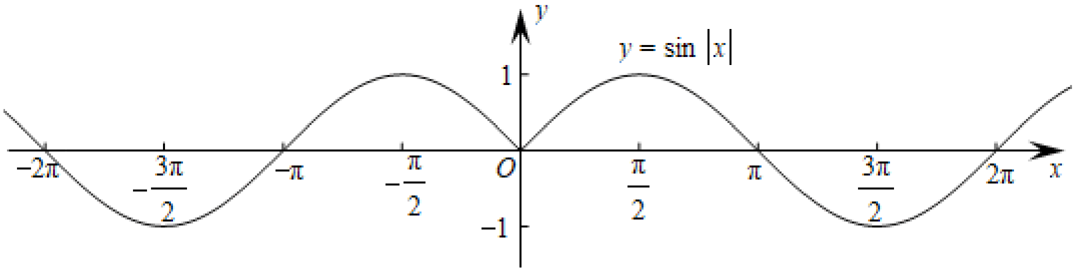
【分析】本题主要考查三角函数图象与性质，渗透直观想象、逻辑推理等数学素养．画出各函数图象，即可做出选择.

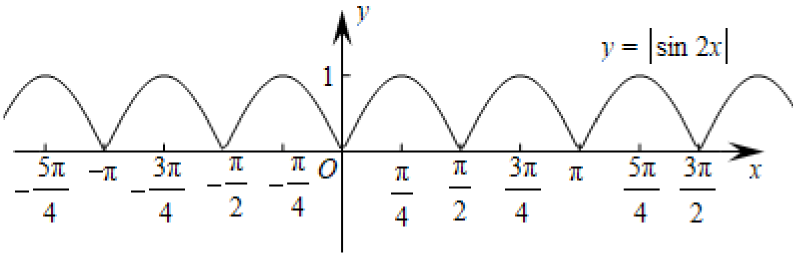
【详解】因为$y=\sin|x|$图象如下图，知其不是周期函数，排除D；因为$y=\cos|x|=\cos x$，

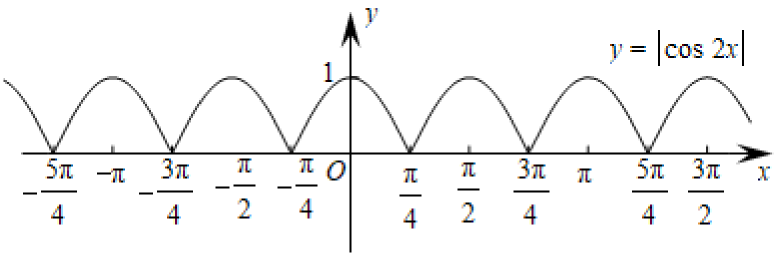
周期为2π，排除C，作出$\boldsymbol{y=|\cos 2x|}$图象，由图象知，其周期为$\dfrac{\pi}{2}$，在区间$(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2})$单调递

增，A正确；作出$y=|\sin 2x|$的图象，由图象知，其周期为$\dfrac{\pi}{2}$，在区间$(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2})$单调递减，

排除B，故选A.







【点睛】

利用二级结论：①函数$y=|f(x)|$的周期是函数$y=f(x)$周期的一半；②$y=\sin|\omega x|$不是周期函数；

6．A

【分析】根据题意先判断出函数$f\left(x\right)$在R上的单调性，再根据函数为奇函数可得不等式

$f(2)+f\left(\log_{\frac{1}{2}}a\right)\geq 0$，即$f(2)\geq f\left(-\log_{\frac{1}{2}}a\right)$，再根据函数的单调性解不等式即可.

【详解】因为$f\left(x\right)$是定义在R上的奇函数，所以$f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，

因为在区间$[0,+\infty)$上的任意两个不相等的实数m,n，总有$\dfrac{f(m)-f(n)}{m-n}>0$，

所以函数$f\left(x\right)$在$[0,+\infty)$上单调递增，

又因为$f\left(x\right)$是定义在R上的奇函数，

所以函数$f\left(x\right)$在R上是增函数，

不等式$f(2)+f\left(\log_{\frac{1}{2}} a\right)\geq 0$，即$f(2)\geq -f\left(\log_{\frac{1}{2}} a\right)=f\left(-\log_{\frac{1}{2}} a\right)=f\left(\log_2 a\right)$，

所以$2\geq \log_2 a$，解得$0<a\leq 4$，

所以a的取值范围是$(0,4]$.

故选：A.

7．B

【分析】利用三角恒等变换化简函数$f\left(x\right)$的解析式为$f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，利用三角函数图象变换可得出函数$g\left(x\right)$的解析式，利用正弦型函数的对称性可得出$x_1+x_2$的值，代值计算可得出$f\left(x_1+x_2\right)$的值.

【详解】函数$f\left(x\right)=2\cos^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x-1=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

将$f\left(x\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度后得到函数$g\left(x\right)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$的图象，

当$-\pi\leq x\leq -\frac{\pi}{2}$时，$-\frac{7\pi}{3}\leq 2x-\frac{\pi}{3}\leq -\frac{4\pi}{3}$，

令$2x-\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}\left(k\in \mathbf{Z}\right)$，得$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{5\pi}{12}\left(k\in \mathbf{Z}\right)$，

所以当$k=-2$时，$x=-\frac{7\pi}{12}$，且$-\frac{7\pi}{12}\in\left[-\pi,-\frac{\pi}{2}\right]$，

所以函数$g(x)$的图象关于直线$x=-\frac{7\pi}{12}$对称.

因为在区间$\left[-\pi,-\frac{\pi}{2}\right]$内有$g(x_1)=g(x_2)$，且$g(x)$的最小正周期$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

所以$x_1+x_2=-\frac{7\pi}{6}$，此时

$$f(x_1+x_2)=f\left(-\frac{7\pi}{6}\right)=2\sin\left(-\frac{14\pi}{6}+\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)=2\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-1.$$

故选：B.

8．A

【分析】根据函数的奇偶性和周期性求得正确答案.

【详解】由于$f\left(x+\frac{3}{2}\right)=f\left(x-\frac{3}{2}\right)$，所以$f(x)$是周期为$3$的周期函数，

依题意，$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，$f(0)=0$，

所以$f(2023)+f(2025)=f(1)+f(0)=-f(-1)=-\log_{\frac{1}{2}}(1+1)=1$.

故选：A

9．C

【分析】由三角恒等变换化简得$f(x)=-\frac{1}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\sqrt{2}}{4}$，由$2x+\frac{\pi}{4}=k\pi$得对称中心坐标，由$2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi$得对称轴方程.

【详解】由题意得$f(x)=\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

$=-\sin x\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x\right)$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sin^2 x-\sin x\cos x\right)$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1-\cos 2x}{2}-\frac{\sin 2x}{2}\right)$

$=-\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sin 2x+\cos 2x\right)+\frac{\sqrt{2}}{4}$

$=-\frac{1\pi 2}{2}\sin\left(2x+\frac{}{4}\right)+\frac{\sqrt{}}{4}$，

由 $2\boldsymbol{x}+\frac{\pi}{4}=k$ 得 $x=-\frac{\pi\pi}{8}+\frac{k}{2}$，则 $f\left(x\right)$ 的对称中心为 $\left(-\frac{\pi\pi}{8}+\frac{2k}{2},\frac{\sqrt{}}{4}\right)\left(k\in Z\right)$，所以A，B错误.

由 $2\boldsymbol{x}+\frac{\pi\pi}{4}=\frac{}{2}+k$ 得 $x=\frac{\pi\pi}{8}+\frac{k}{2}$，则 $f\left(x\right)$ 的对称轴方程为 $x=\frac{\pi\pi}{8}+\frac{k}{2}\left(k\in Z\right)$，C正确，D错误，

故选：C

10．B

【分析】利用二倍角正切公式求得 $\tan\left(\frac{\pi}{6}+2\beta\right)$，再利用拆角的方法结合两角差的正切公式，即可求得答案.

【详解】由 $\tan\left(\frac{\pi 1}{12}+\beta\right)=\frac{}{3}$ 得，$\tan\left(\frac{\pi}{6}+2\beta\right)=\frac{2\tan\left(\frac{\pi}{12}+\beta\right)}{1-\tan^2\left(\frac{\pi}{12}+\beta\right)}=\frac{2\times\frac{1}{3}}{1-(\frac{1}{3})^2}=\frac{3}{4}$，

而 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi 1}{6}\right)=\frac{}{2}$，