

第二十一讲——解直角三角形

考向一 求三角函数的值

典例引领

1. (2020·吉林长春市·中考真题) 比萨斜塔是意大利的著名建筑, 其示意图如图所示. 设塔顶中心点为点 B , 塔身中心线 AB 与垂直中心线 AC 的夹角为 $\angle A$, 过点 B 向垂直中心线 AC 引垂线, 垂足为点 D . 通过测量可得 AB 、 BD 、 AD 的长度, 利用测量所得的数据计算 $\angle A$ 的三角函数值, 进而可求 $\angle A$ 的大小. 下列关系式正确的是 ()



- A. $\sin A = \frac{BD}{AB}$ B. $\cos A = \frac{AB}{AD}$ C. $\tan A = \frac{AD}{BD}$ D. $\sin A = \frac{AD}{AB}$

【答案】A

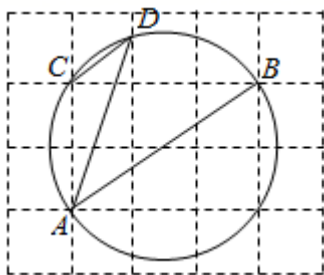
【分析】确定 $\angle A$ 所在的直角三角形, 找出直角, 然后根据三角函数的定义求解;

【详解】由题可知, $\triangle ABD$ 是直角三角形, $\angle BDA = 90^\circ$,

$\therefore \sin A = \frac{BD}{AB}$, $\cos A = \frac{AD}{AB}$, $\tan A = \frac{BD}{AD}$. $\therefore$ 选项 B、C、D 都是错误的, 故答案选 A.

【点睛】本题主要考查了解直角三角形中三角函数的定义理解, 准确理解是解题的关键.

2. (2020·江苏扬州市·中考真题) 如图, 由边长为 1 的小正方形构成的网格中, 点 A, B, C 都在格点上, 以 AB 为直径的圆经过点 C、D, 则 $\sin \angle ADC$ 的值为 ()



- A. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ B. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

【答案】A

【分析】首先根据圆周角定理可知， $\angle ABC = \angle ADC$ ，在 $Rt\triangle ACB$ 中，根据锐角三角函数的定义求出 $\angle ABC$ 的正弦值.

【详解】 $\because \angle ADC$ 和 $\angle ABC$ 所对的弧长都是 $\widehat{AC}$ ， $\therefore$ 根据圆周角定理知， $\angle ABC = \angle ADC$ ，

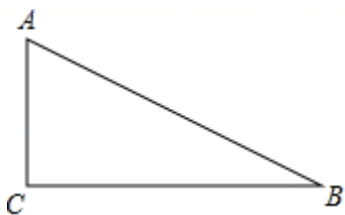
$\therefore$ 在 $Rt\triangle ACB$ 中， $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

根据锐角三角函数的定义知， $\sin \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ ， $\therefore \sin \angle ADC = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ ，故选 A.

【点睛】本题主要考查锐角三角函数的定义和圆周角的知识点，解答本题的关键是利用圆周角定理把求 $\angle ADC$ 的正弦值转化成求 $\angle ABC$ 的正弦值，本题是一道比较不错的习题.

变式拓展

1. (2020·浙江杭州市·中考真题) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，设 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 所对的边分别为 a ， b ， c ，则 ()



- A. $c = b \sin B$ B. $b = c \sin B$ C. $a = b \tan B$ D. $b = c \tan B$

【答案】B

【分析】根据三角函数的定义进行判断，即可解决问题.

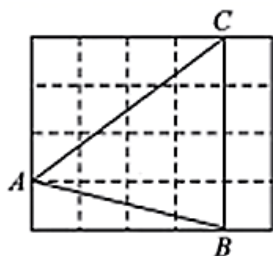
【详解】 $\because Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c

$\therefore \sin B = \frac{b}{c}$ ，即 $b = c \sin B$ ，则 A 选项不成立，B 选项成立

$\tan B = \frac{b}{a}$ ，即 $b = a \tan B$ ，则 C、D 选项均不成立故选：B.

【点睛】本题考查了三角函数的定义，熟记定义是解题关键.

2. (2020·山东聊城市·中考真题) 如图，在 4×5 的正方形网格中，每个小正方形的边长都是 1， $\triangle ABC$ 的顶点都在这些小正方形的顶点上，那么 $\sin \angle ACB$ 的值为 ().

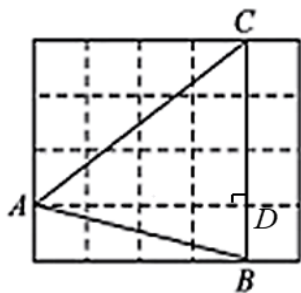


- A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{17}}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【答案】D

【分析】过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D，在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，利用勾股定理求得线段 AC 的长，再按照正弦函数的定义计算即可.

【详解】解：如图，过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D，则 $\angle ADC = 90^\circ$ ，



$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 5, \therefore \sin \angle ACB = \frac{AD}{AC} = \frac{4}{5}, \text{ 故选: D.}$$

【点睛】本题考查了勾股定理的运用以及锐角三角函数，正确作出辅助线是解题的关键.

考向二 利用特殊角的三角函数值求值

典例引领

1. (2020·广西玉林市·中考真题) $\sin 45^\circ$ 的值等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

【答案】B

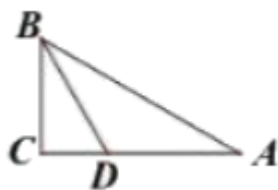
【分析】根据特殊角的三角函数值即可求解.

【详解】 $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$. 故选 B.

【点睛】容易题.失分的原因是没有掌握特殊角的三角函数值.

2. (2020·江苏盐城市·中考真题) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC

于点 D . $CD = \sqrt{3}$. 求 AB 的长?



【答案】6

【分析】由 $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 求出 $\angle A = 30^\circ$, 进而得出 $\angle ABC = 60^\circ$, 由 BD 是 $\angle ABC$ 的平分线得出 $\angle CBD = 30^\circ$, 进而求出 BC 的长, 最后用 $\sin \angle A$ 即可求出 AB 的长.

【详解】解: 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3} \therefore \angle A = 30^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$,

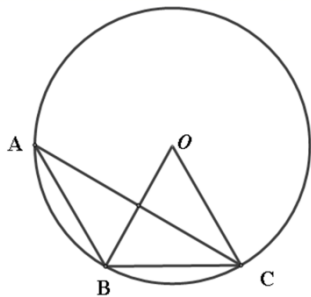
$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的平分线, $\therefore \angle CBD = \angle ABD = 30^\circ$, 又 $CD = \sqrt{3}$, $\therefore BC = \frac{CD}{\tan 30^\circ} = 3$,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $\therefore AB = \frac{BC}{\sin 30^\circ} = 6$. 故答案为: 6.

【点睛】本题考查了用三角函数解直角三角形, 熟练掌握三角函数的定义及特殊角的三角函数是解决此类题的关键.

变式拓展

1. (2020·四川宜宾市·中考真题) 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上的三点, 若 $\triangle OBC$ 是等边三角形, 则 $\cos \angle A =$ _____.



【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【分析】由 $\triangle OBC$ 是等边三角形、则 $\angle COB = 60^\circ$ ，然后由圆周角定理可得 $\angle A = 30^\circ$ ，然后运用余弦定义求解即可。

【详解】解： $\because \triangle OBC$ 是等边三角形 $\therefore \angle COB = 60^\circ$

$\therefore \angle A = \frac{1}{2} \angle COB = 30^\circ \therefore \cos \angle A = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ．故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ．

【点睛】本题考查了等边三角形的性质和圆周角定理，掌握同弦所对的圆周角为圆心角的一半是解答本题的关键。

2. (2020·贵州黔东南苗族侗族自治州·中考真题) $\cos 60^\circ =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$ ．

【分析】根据特殊角的三角函数值填空即可。

【详解】由特殊角的三角函数值，能够确定 $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ ．故答案是 $\frac{1}{2}$

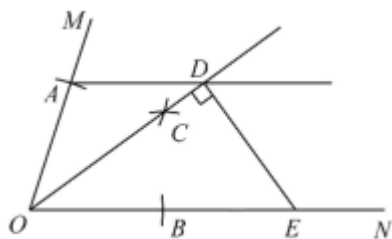
【点睛】本题考查了特殊角的三角函数值，解决本题的关键是熟练掌握特殊角的三角函数值。

考向三 复杂几何图形中的三角函数问题

典例引领

1. (2020·山东济南市·中考真题) 如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中， $AD=10$ ， $AB=8$ ，将 AB 沿 AE 翻折，使点 B 落在 B' 处， AE 为折痕；再将 EC 沿 EF 翻折，使点 C 恰好落在线段 EB' 上的点 C' 处， EF 为折痕，连接 AC' ．若 $CF=3$ ，则 $\tan \angle B'AC' =$ _____.

$DE = 12$ ，则 $\sin \angle MON =$ _____.



【答案】 $\frac{24}{25}$

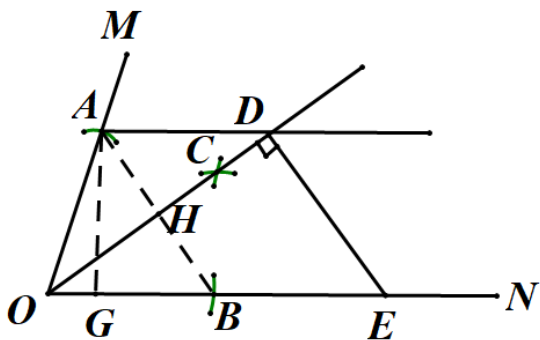
【分析】 连接 AB 交 OD 于点 H ，过点 A 作 $AG \perp ON$ 于点 G ，根据等腰三角形的性质得 $OH \perp AB$ ， $AH=BH$ ，从而得四边形 $ABED$ 是平行四边形，利用勾股定理和三角形的面积法，求得 AG 的值，进而即可求解.

【详解】 连接 AB 交 OD 于点 H ，过点 A 作 $AG \perp ON$ 于点 G ，
由尺规作图步骤，可得： OD 是 $\angle MON$ 的平分线， $OA=OB$ ， $\therefore OH \perp AB$ ， $AH=BH$ ，

$\because DE \perp OC$ ， $\therefore DE \parallel AB$ ， $\because AD \parallel ON$ ， $\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形，

$\therefore AB=DE=12$ ， $\therefore AH=6$ ， $\therefore OH = \sqrt{AO^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ ，

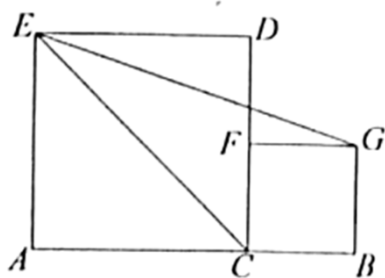
$\because OB \cdot AG = AB \cdot OH$ ， $\therefore AG = \frac{AB \cdot OH}{OB} = \frac{12 \times 8}{10} = \frac{48}{5}$ ， $\therefore \sin \angle MON = \frac{AG}{OA} = \frac{24}{25}$. 故答案是： $\frac{24}{25}$.



【点睛】 本题主要考查等腰三角形的性质，平行四边形的判定和性质定理，勾股定理，锐角三角函数的定义，添加合适的辅助线，构造直角三角形是解题的关键.

变式拓展

1. (2020·江苏常州市·中考真题) 如图，点 C 在线段 AB 上，且 $AC = 2BC$ ，分别以 AC 、 BC 为边在线段 AB 的同侧作正方形 $ACDE$ 、 $BCFG$ ，连接 EC 、 EG ，则 $\tan \angle CEG =$ _____.



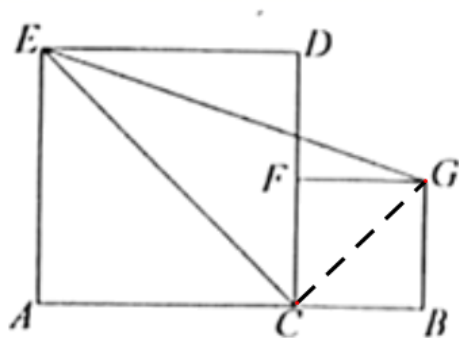
【答案】 $\frac{1}{2}$

【分析】设 $BC=a$ ，则 $AC=2a$ ，然后利用正方形的性质求得 CE 、 CG 的长、 $\angle GCD=\angle ECD=45^\circ$ ，进而说明 $\triangle ECG$ 为直角三角形，最后运用正切的定义即可解答．

【详解】解：设 $BC=a$ ，则 $AC=2a$

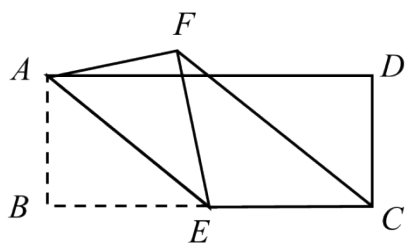
$\because$ 正方形 $ACDE \therefore EC = \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = 2\sqrt{2}a$ ， $\angle ECD = \frac{1}{2} \angle ACD = 45^\circ$

同理： $CG = \sqrt{2}a$ ， $\angle GCD = \frac{1}{2} \angle BCD = 45^\circ \therefore \tan \angle CEG = \frac{CG}{CE} = \frac{\sqrt{2}a}{2\sqrt{2}a} = \frac{1}{2}$ ．故答案为 $\frac{1}{2}$ ．



【点睛】本题考查了正方形的性质和正切的定义，根据正方形的性质说明 $\triangle ECG$ 是直角三角形是解答本题的关键．

2. (2020·湖北咸宁市·中考真题) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=2$ ， $BC=2\sqrt{5}$ ， E 是 BC 的中点，将 $\triangle ABE$ 沿直线 AE 翻折，点 B 落在点 F 处，连结 CF ，则 $\cos \angle ECF$ 的值为 ()



A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】C

【分析】根据折叠的性质得到 $\angle AEB = \angle AEF$ ，再根据点E是BC中点可得 $EF = EC$ ，可得 $\angle EFC = \angle ECF$ ，从而推出 $\angle ECF = \angle AEB$ ，求出 $\cos \angle AEB$ 即可得到结果.

【详解】解：由折叠可得： $AB = AF = 2$ ， $BE = EF$ ， $\angle AEB = \angle AEF$ ，

$\because$ 点E是BC中点， $BC = 2\sqrt{5}$ ， $\therefore BE = CE = EF = \sqrt{5}$ ， $\therefore \angle EFC = \angle ECF$ ， $AE = \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2} = 3$ ，

$\because \angle BEF = \angle AEB + \angle AEF = \angle EFC + \angle ECF$ ， $\therefore \angle ECF = \angle AEB$ ， $\therefore \cos \angle ECF = \cos \angle AEB = \frac{BE}{AE} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ，

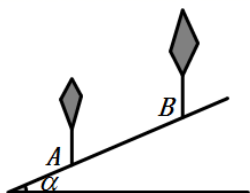
故选C.

【点睛】本题考查了矩形的性质和折叠的性质，以及余弦的定义，解题的关键是利用折叠的性质得到 $\angle ECF = \angle AEB$.

考向四 解直角三角形的应用—坡角（堤坝）问题

典例引领

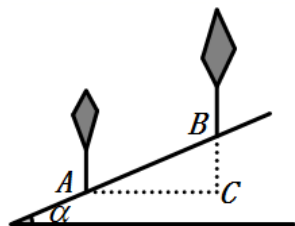
1. (2020·辽宁阜新市·中考真题) 如图，为了了解山坡上两棵树间的水平距离，数学活动小组的同学们测得该山坡的倾斜角 $\alpha = 20^\circ$ ，两树间的坡面距离 $AB = 5\text{m}$ ，则这两棵树的水平距离约为_____m（结果精确到0.1m，参考数据： $\sin 20^\circ \approx 0.342$, $\cos 20^\circ \approx 0.940$, $\tan 20^\circ \approx 0.364$ ）.



【答案】4.7

【分析】如图所示作出辅助线，得到 $\angle BAC = \alpha = 20^\circ$ ， $AB = 5$ ，再利用余弦的定义，得到 $AC = AB \cos 20^\circ$ 即可解答.

【详解】解：如图所示，过点A作AC平行于水平面，过点B作 $BC \perp AC$ 于点C，则AC为所求，

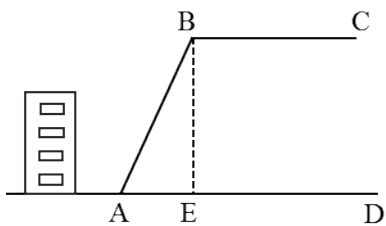


由题意可知： $\angle BAC = \alpha = 20^\circ$ ， $AB = 5$ ，则 $\cos \angle BAC = \frac{AC}{AB} \approx 0.940$ ，

即 $AC = AB \cos 20^\circ \approx 5 \times 0.940 \approx 4.7$ ，故答案为：4.7.

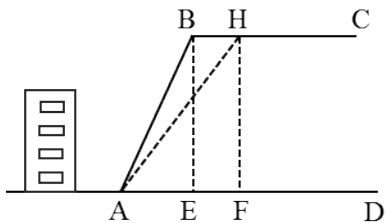
【点睛】本题考查了解直角三角形的实际应用，解题的关键是作出辅助线，熟悉余弦的定义.

2. (2020·山东泰安市·中考真题) 如图，某校教学楼后面紧邻着一个山坡，坡上面是一块平地. $BC \parallel AD$, $BE \perp AD$ ，斜坡 AB 长 26m，斜坡 AB 的坡比为 12:5. 为了减缓坡面，防止山体滑坡，学校决定对该斜坡进行改造. 经地质人员勘测，当坡角不超过 50° 时，可确保山体不滑坡. 如果改造时保持坡脚 A 不动，则坡顶 B 沿 BC 至少向右移 _____ m 时，才能确保山体不滑坡. (取 $\tan 50^\circ = 1.2$)



【答案】10

【分析】如图，设点 B 沿 BC 向右移动至点 H ，使得 $\angle HAD = 50^\circ$ ，过点 H 作 $HF \perp AD$ 于点 F ，根据 AB 及 AB 的坡比，计算出 BE 和 AE 的长度，再根据 $\angle HAF = 50^\circ$ ，得出 AF 的值即可解答.



【详解】解：如图，设点 B 沿 BC 向右移动至点 H ，使得 $\angle HAD = 50^\circ$ ，过点 H 作 $HF \perp AD$ 于点 F ，

$\because AB = 26$ ，斜坡 AB 的坡比为 12:5，则设 $BE = 12a$ ， $AE = 5a$ ，

$\therefore (12a)^2 + (5a)^2 = 26^2$ ，解得： $a = 2$ ， $\therefore BE = 24$ ， $AE = 10$ ， $\therefore HF = BE = 24$ ，

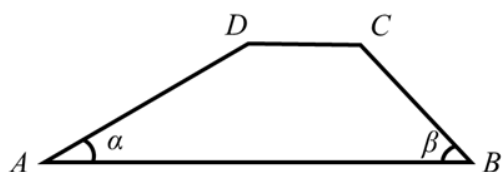
$\because \angle HAF = 50^\circ$ ，则 $\tan 50^\circ = \frac{HF}{AF} = \frac{24}{AF} = 1.2$ ，解得： $AF = 20$ ， $\therefore BH = EF = 20 - 10 = 10$ ，

故坡顶 B 沿 BC 至少向右移 10 m 时，才能确保山体不滑坡，故答案为：10.

【点睛】本题考查的是解直角三角形的应用坡度坡角问题，掌握坡度坡角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

变式拓展

1. (2020·四川自贡市·中考真题) 如图, 我市在建高铁的某段路基横断面为梯形 $ABCD$, $DC \parallel AB$, BC 长为 6 米, 坡角 β 为 45° , AD 的坡角 α 为 30° , 则 AD 的长为 _____ 米 (结果保留根号)



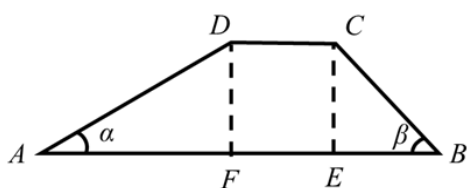
【答案】 $6\sqrt{2}$

【分析】过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AB$ 于 F , 分别在 $Rt\triangle CEB$ 与 $Rt\triangle DFA$ 中使用三角函数即可求解.

【详解】解: 过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AB$ 于 F , 可得矩形 $CEFD$ 和 $Rt\triangle CEB$ 与 $Rt\triangle DFA$,

$\because BC=6, \therefore CE=BC \sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$, $\therefore DF=CE=3\sqrt{2}$, $\therefore AD = \frac{DF}{\sin 30^\circ} = 6\sqrt{2}$, 故答案为:

$6\sqrt{2}$.

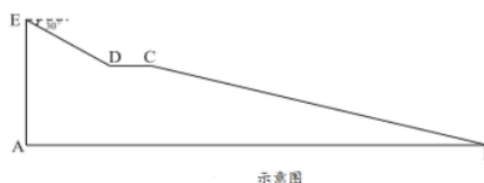


【点睛】此题考查了解直角三角形的应用-坡度坡角问题, 难度适中, 解答本题的关键是构造直角三角形和矩形, 注意理解坡度与坡角的定义.

2. (2020·湖南娄底市·中考真题) 如实景图, 由华菱涟钢集团捐建的早元街人行天桥于 2019 年 12 月 18 日动工, 2020 年 2 月 28 日竣工, 彰显了国企的担当精神, 展现了高效的“娄底速度”. 该桥的引桥两端各由 2 个斜面和一个水平面构成, 如示意图所示: 引桥一侧的桥墩顶端 E 点距地面 5m, 从 E 点处测得 D 点俯角为 30° , 斜面 ED 长为 4m, 水平面 DC 长为 2m, 斜面 BC 的坡度为 1:4, 求处于同一水平面上引桥底部 AB 的长. (结果精确到 0.1m, $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73$).



实景图



示意图

【答案】引桥桥墩底端 A 点到起点 B 之间的距离为 17.5m.

【分析】延长 CD ，与 AE 相交于 F ，过点 D 、 C 两点分别作 AB 的垂线交 AB 于点 G 、 H ，计算 AG ， GH ， BH 的长度，再求和即可。

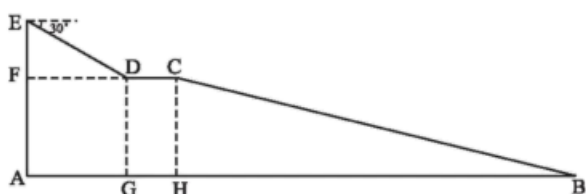
【详解】解：如图，延长 CD ，与 AE 相交于 F ，过点 D 、 C 两点分别作 AB 的垂线交 AB 于点 G 、 H ，则

$$\text{在 } Rt\triangle DEF \text{ 中, } DE = 4, \angle EDF = 30^\circ, EF = 2, DF = DE \cdot \cos 30^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} = AG$$

$$GH = DC = 2, CH = AF = 5 - 2 = 3, \text{ 在 } Rt\triangle BCH \text{ 中, } CH : BH = 1 : 4, BH = 12$$

$$AB = AG + GH + BH = 2\sqrt{3} + 2 + 12 \approx 17.46 \approx 17.5(\text{m})$$

答：引桥桥墩底端 A 点到起点 B 之间的距离为 17.5m 。

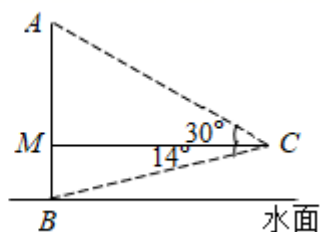
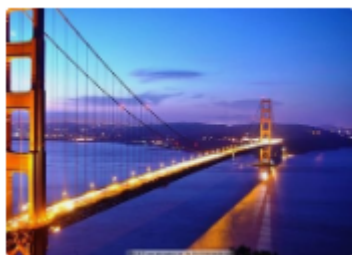


【点睛】本题考查了解直角三角形的实际应用问题，熟练的构造直角三角形，并计算各边的计算是解题的关键。

考向五 解直角三角形的应用—仰角俯角问题

典例引领

1. (2020·辽宁葫芦岛市·中考真题) 如图，小明利用学到的数学知识测量大桥主架在水面以上的高度 AB ，在观测点 C 处测得大桥主架顶端 A 的仰角为 30° ，测得大桥主架与水面交汇点 B 的俯角为 14° ，观测点与大桥主架的水平距离 CM 为 60 米，且 AB 垂直于桥面。（点 A, B, C, M 在同一平面内）



(1) 求大桥主架在桥面以上的高度 AM ；（结果保留根号）(2) 求大桥主架在水面以上的高度 AB 。（结果精确到 1 米）（参考数据 $\sin 14^\circ \approx 0.24, \cos 14^\circ \approx 0.97, \tan 14^\circ \approx 0.25, \sqrt{3} \approx 1.73$ ）

【答案】(1) 大桥主架在桥面以上的高度 AM 为 $20\sqrt{3}$ 米；(2) 大桥主架在水面以上的高度 AB 约为 50

米.

【分析】(1) 在 $\text{Rt}\triangle ACM$ 中, 根据锐角三角函数求出 AM 的长度.

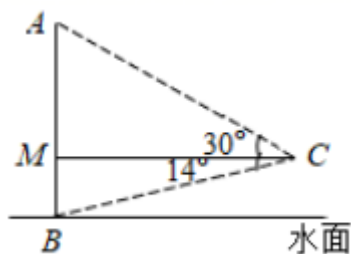
(2) 在 $\text{Rt}\triangle BCM$ 中, 求出 BM 的长度, 再求出 AB 的长度即可.

【详解】解: (1) $\because AB$ 垂直于桥面 $\therefore \angle AMC = \angle BMC = 90^\circ$

在 $\text{Rt}\triangle AMC$ 中, $CM = 60, \angle ACM = 30^\circ$

$$\therefore \tan \angle ACM = \frac{AM}{CM} \therefore AM = \tan 30^\circ \cdot CM = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 20\sqrt{3} \text{ (米)}$$

答: 大桥主架在桥面以上的高度 AM 为 $20\sqrt{3}$ 米.



(2) 在 $\text{Rt}\triangle BMC$ 中, $CM = 60, \angle BCM = 14^\circ$

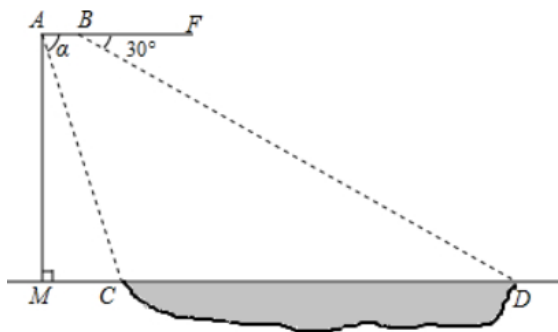
$$\therefore \tan \angle BCM = \frac{MB}{CM} \therefore MB = \tan 14^\circ \cdot CM = 60 \times 0.25 \approx 15$$

$\therefore AB = AM + MB \therefore AB \approx 15 + 20\sqrt{3} \approx 50$ (米) 答: 大桥主架在水面以上的高度 AB 约为 50 米.

【点睛】本题考查直角三角形的边角关系, 锐角三角函数的意义, 掌握锐角三角函数的意义是解决问题的前提.

2. (2020·湖北鄂州市·中考真题) 鄂州市某校数学兴趣小组借助无人机测量一条河流的宽度 CD . 如图所示, 一架水平飞行的无人机在 A 处测得正前方河流的左岸 C 处的俯角为 α , 无人机沿水平线 AF 方向继续飞行 50 米至 B 处, 测得正前方河流右岸 D 处的俯角为 30° . 线段 AM 的长为无人机距地面的铅直高度, 点 M 、 C 、 D 在同一条直线上. 其中 $\tan \alpha = 2, MC = 50\sqrt{3}$ 米. (1) 求无人机的飞行高度 AM ; (结果保留根号)

(2) 求河流的宽度 CD . (结果精确到 1 米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73$)



【答案】(1) $100\sqrt{3}$ 米; (2) 263 米

【分析】(1) 根据正切的定义即可求出 AM 的长;

(2) 过点 B 作 $BH \perp MD$, 根据三角函数求出 DH 的长, 利用 $CD = DH - CH$ 即可求解.

【详解】(1) 由题意可得 $AF \parallel MD \therefore \angle ACM = \angle FAC = \alpha$

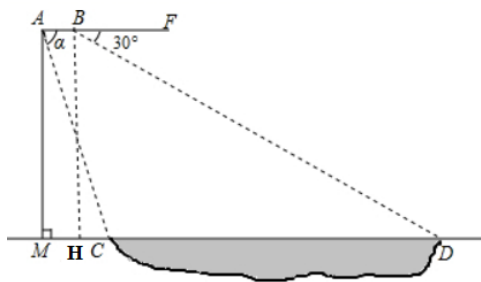
在 $Rt\triangle ACM$ 中, $AM = CM \tan \angle ACM = CM \tan \alpha = 50\sqrt{3} \times 2 = 100\sqrt{3}$ (米);

(2) 如图, 过点 B 作 $BH \perp MD$, 在 $Rt\triangle BDH$ 中, $\angle BDH = \angle FBD = 30^\circ$, $BH = 100\sqrt{3}$

$\therefore DH = BH \div \tan 30^\circ = 100\sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{3} = 300$ 米, $\because AM \perp DM$, $AM \perp AF \therefore$ 四边形 ABHM 是矩形

$\therefore MH = AB = 50$ 米 $\therefore CH = CM - MH = 50\sqrt{3} - 50$ (米) $\therefore CD = DH - CH = 300 - (50\sqrt{3} - 50) = 350 - 50\sqrt{3} \approx 263$ (米)

故河流的宽度 CD 为 263 米.



【点睛】此题主要考查三角函数的应用, 解题的关键是熟知解直角三角形的方法.

变式拓展

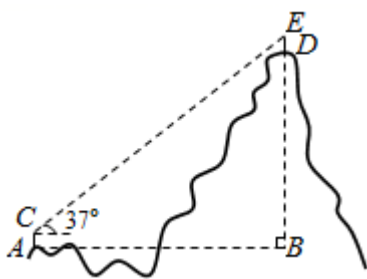
1. (2020·云南昆明市·中考真题) (材料阅读) 2020 年 5 月 27 日, 2020 珠峰高程测量登山队成功登顶珠穆朗玛峰, 将用中国科技“定义”世界新高度. 其基本原理之一是三角高程测量法, 在山顶上立一个觇标, 找到 2 个以上测量点, 分段测量山的高度, 再进行累加. 因为地球面并不是水平的, 光线在空气中会发生折射,

所以当两个测量点的水平距离大于 300m 时, 还要考虑球气差, 球气差计算公式为 $f = \frac{0.43d^2}{R}$ (其中 d 为

两点间的水平距离， R 为地球的半径， R 取 $6400000m$ ），即：山的海拔高度=测量点测得山的高度+测量点的海拔高度+球气差.

（问题解决）某校科技小组的同学参加了一项野外测量某座山的海拔高度活动. 如图，点 A, B 的水平距离 $d=800m$ ，测量仪 $AC=1.5m$ ，觇标 $DE=2m$ ，点 E, D, B 在垂直于地面的一条直线上，在测量点 A 处用测量仪测得山顶觇标顶端 E 的仰角为 37° ，测量点 A 处的海拔高度为 $1800m$.

- （1）数据 6400000 用科学记数法表示为_____；
 - （2）请你计算该山的海拔高度.（要计算球气差，结果精确到 $0.01m$ ）
- （参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ）



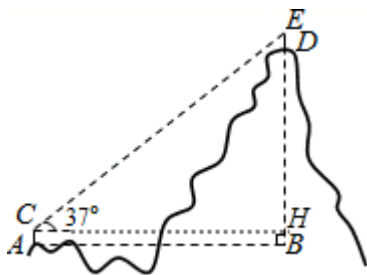
【答案】（1） 6.4×10^6 ；（2） $2399.54m$

【分析】（1）科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

（2）如图，过点 C 作 $CH \perp BE$ 于 H . 解直角三角形求出 DB ，加上海拔高度，加上球气差即可.

【详解】解：（1） $6400000 = 6.4 \times 10^6$ ，故答案为 6.4×10^6 .

（2）如图，过点 C 作 $CH \perp BE$ 于 H .



由题意 $AB=CH=800m$ ， $AC=BH=1.5m$ ，在 $Rt\triangle ECH$ 中， $EH=CH \cdot \tan 37^\circ \approx 600 (m)$ ，

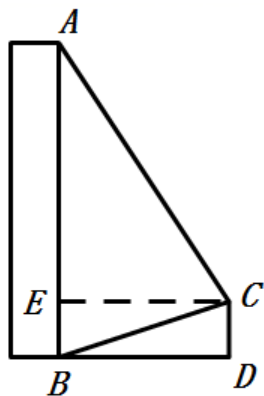
$$\therefore DB = 600 - DE + BH = 599.5 (m), \text{ 由题意 } f = \frac{0.43 \times 800^2}{6400000} \approx 0.043 (m),$$

$\therefore$ 山的海拔高度 $= 599.5 + 0.043 + 1800 \approx 2399.54 (m)$.

【点睛】 本题考查解直角三角形的应用，科学记数法等知识，解题的关键是理解题意，学会构造直角三角

形解决问题.

2. (2020·辽宁盘锦市·中考真题) 如图, 某数学活动小组要测量建筑物 AB 的高度, 他们借助测角仪和皮尺进行了实地测量, 测量结果如下表.



测量项目	测量数据
测角仪到地面的距离	$CD = 1.6\text{m}$
点 D 到建筑物的距离	$BD = 4\text{m}$
从 C 处观测建筑物顶部 A 的仰角	$\angle ACE = 67^\circ$
从 C 处观测建筑物底部 B 的俯角	$\angle BCE = 22^\circ$

请根据需要, 从上面表格中选择 3 个测量数据, 并利用你选择的数据计算出建筑物 AB 的高度. (结果精确到 0.1 米, 参考数据:

$\sin 67^\circ \approx 0.92, \cos 67^\circ = 0.39, \tan 67^\circ = 2.36$. $\sin 22^\circ = 0.37, \cos 22^\circ \approx 0.93, \tan 22^\circ \approx 0.40$) (选择一种方法解答即可)

【答案】 11.0m

【分析】 第一种选择: 选取 $CD = 1.6\text{m}, BD = 4\text{m}, \angle ACE = 67^\circ$, 解直角三角形 ACE 求得 AE , 根据 $AE + EB$ 即可得到结论; 第二种选择: 选取 $CD = 1.6\text{m}, \angle ACE = 67^\circ, \angle BCE = 22^\circ$, 先解直角三角形 BCD 求出 BD 的长, 再解直角三角形 ACE 求出 AE 的长, 根据 $AE + EB$ 即可得到结论; 第三种选择: 选取 $BD = 4\text{m}, \angle ACE = 67^\circ, \angle BCE = 22^\circ$, 求出 CD 和 AE 的长即可.

【详解】 解: 第一种选择: 选取 $CD = 1.6\text{m}, BD = 4\text{m}, \angle ACE = 67^\circ$.

$\because CD \perp BD, AB \perp BD, CE \perp AB \therefore \angle ABD = \angle D = \angle BEC = 90^\circ$

∴ 四边形 $BDCE$ 为矩形 ∴ $CE = BD = 4m$, $BE = CD = 1.6m$

∵ $CE \perp AB$ ∴ $\angle AEC = 90^\circ$ 在 $Rt\triangle ACE$ 中, $\tan \angle ACE = \frac{AE}{CE}$

$$AE = CE \tan \angle ACE = 4 \tan 67^\circ \approx 4 \times 2.36 = 9.44$$

$$AB = AE + BE \approx 9.44 + 1.6 = 11.04 \approx 11.0(m) \text{ 答: 建筑物 } AB \text{ 的高度约为 } 11.0m.$$

第二种选择选取 $CD = 1.6m$, $\angle ACE = 67^\circ$, $\angle BCE = 22^\circ$

∵ $CD \perp BD$, $AB \perp BD$, $CE \perp AB$ ∴ $\angle ABD = \angle D = \angle BEC = 90^\circ$

∴ 四边形 $BDCE$ 为矩形 ∴ $BE = CD = 1.6m$

在 $Rt\triangle BCE$ 中, $\tan \angle BCE = \frac{BE}{CE}$ $CE = \frac{1.6}{\tan 22^\circ} \approx \frac{1.6}{0.4} = 4m$

∵ $CE \perp AB$ ∴ $\angle AEC = 90^\circ$ 在 $Rt\triangle ACE$ 中, $\tan \angle ACE = \frac{AE}{CE}$

$$AE = CE \tan \angle ACE = 4 \tan 67^\circ \approx 4 \times 2.36 = 9.44m$$

$$AB = AE + BE \approx 9.44 + 1.6 = 11.04 \approx 11.0(m) \text{ 答: 建筑物 } AB \text{ 的高度的为 } 11.0m.$$

第三种选择选取 $BD = 4m$, $\angle ACE = 67^\circ$, $\angle BCE = 22^\circ$

∵ $CD \perp BD$, $AB \perp BD$, $CE \perp AB$ ∴ $\angle ABD = \angle D = \angle BEC = 90^\circ$

∴ 四边形 $BDCE$ 为矩形 ∴ $CE = BD = 4m$ 在 $Rt\triangle BCE$ 中, $\tan \angle BCE = \frac{BE}{CE}$

$$BE = 4 \tan 22^\circ \approx 4 \times 0.4 = 1.6m \quad \because CE \perp AB \therefore \angle AEC = 90^\circ$$

在 $Rt\triangle ACE$ 中, $\tan \angle ACE = \frac{AE}{CE}$ $AE = CE \tan \angle ACE = 4 \tan 67^\circ \approx 4 \times 2.76 = 9.44m$

$$AB = AE + BE = 9.44 + 1.6 = 11.04 \approx 11.0(m) \text{ 答: 建筑物 } AB \text{ 的高度约为 } 11.0m.$$

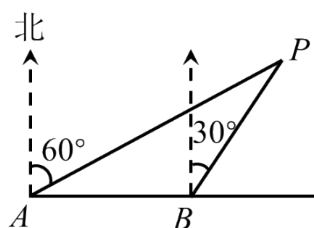
【点睛】本题考查解直角三角形的应用-仰角俯角问题, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造直角三角形解决问题.

考向六 解直角三角形的应用—方位角问题

典例引领

1. (2020·湖北咸宁市·中考真题) 如图, 海上有一灯塔 P , 位于小岛 A 北偏东 60° 方向上, 一艘轮船从北小岛 A 出发, 由西向东航行 $24nmile$ 到达 B 处, 这时测得灯塔 P 在北偏东 30° 方向上, 如果轮船不改变航向

继续向东航行，当轮船到达灯塔 P 的正南方，此时轮船与灯塔 P 的距离是_____ n mile . (结果保留一位小数， $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【答案】 20.8

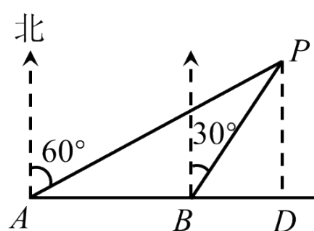
【分析】 证明 $\triangle ABP$ 是等腰三角形，过 P 作 $PD \perp AB$ ，从而求得 PD 的长即可.

【详解】 解：过 P 作 $PD \perp AB$ 于 D ， $\because AB=24$ ，

$\because \angle PAB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ ， $\angle PBD=90^\circ-30^\circ=60^\circ$ ， $\therefore \angle BPD=30^\circ$ ，

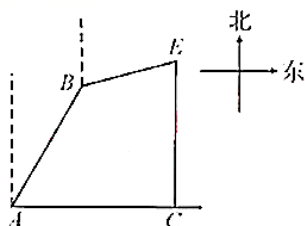
$\therefore \angle APB=30^\circ$ ，即 $\angle PAB=\angle APB$ ， $\therefore AB=BP=24$ ，

在直角 $\triangle PBD$ 中， $PD=BP \cdot \sin \angle PBD=24 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3} \approx 20.8$. 故答案为：20.8.



【点睛】 本题主要考查了解直角三角形的应用，正确作出垂线，转化为直角三角形的计算是解决本题的关键.

2. (2020·湖北荆门市·中考真题) 如图，海岛 B 在海岛 A 的北偏东 30° 方向，且与海岛 A 相距 20 海里，一艘渔船从海岛 B 出发，以 5 海里/时的速度沿北偏东 75° 方向航行，同时一艘快艇从海岛 A 出发，向正东方向航行. 2 小时后，快艇到达 C 处，此时渔船恰好到达快艇正北方向的 E 处. (1) 求 $\angle ABE$ 的度数；(2) 求快艇的速度及 C, E 之间的距离. (参考数据： $\sin 15^\circ \approx 0.26, \cos 15^\circ \approx 0.97, \tan 15^\circ \approx 0.27, \sqrt{3} \approx 1.73$)



【答案】(1) $\angle ABE = 135^\circ$; (2) 快艇的速度为 9.85 海里时, C, E 之间的距离为 19.9 海里.

【分析】(1) 过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D , 作 $BF \perp CE$ 于点 F , 根据题意求出 $\angle ABD$ 和 $\angle ADE$ 的度数, 即可求解 (2) 求出 BE 的长度, 根据解直角三角形求出 BF 和 EF 的长度, 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 求出 AD 、 BD 的长度, 证出四边形 $BDCF$ 为矩形, 可求得快艇的速度和 CE 之间的距离.

【详解】(1) 过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D , 作 $BF \perp CE$ 于点 F .

由题意得: $\angle NAB = 30^\circ$, $\angle GBE = 75^\circ$,

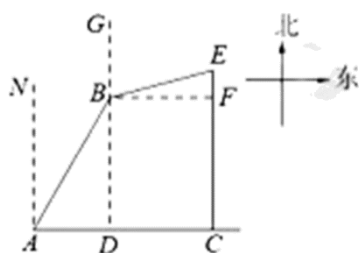
$\because AN \parallel BD$, $\therefore \angle ABD = \angle NAB = 30^\circ$, 而 $\angle DBE = 180^\circ - \angle GBE = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

$\therefore \angle ABE = \angle ABD + \angle DBE = 30^\circ + 105^\circ = 135^\circ$.

(2) $BE = 5 \times 2 = 10$ (海里) 在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $\angle EBF = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$,

$EF = BE \times \sin 15^\circ \approx 10 \times 0.26 = 2.6$ (海里), $BF = BE \times \cos 15^\circ \approx 10 \times 0.97 = 9.7$ (海里),

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AB = 20$, $\angle ABD = 30^\circ$, $AD = AB \times \sin 30^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10$ (海里),



$BD = AB \times \cos 30^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \approx 10 \times 1.73 = 17.3$ (海里),

$\because BD \perp AC$, $BF \perp EC$, $CE \perp AC$, $\therefore \angle BDC = \angle DCF = \angle BFC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $BDCF$ 为矩形, $\therefore DC = BF = 9.7$, $FC = BD = 17.3$,

$\therefore AC = AD + DC = 10 + 9.7 = 19.7$ $CE = EF + CF = 2.6 + 17.3 = 19.9$,

设快艇的速度为 v 海里/时, 则 $v = \frac{19.7}{2} = 9.85$ (海里时)

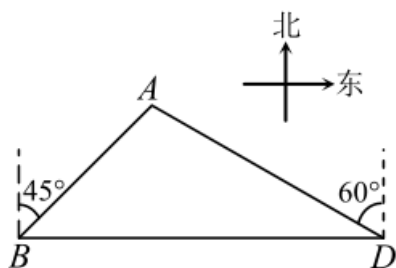
答: 快艇的速度为 9.85 海里时, C, E 之间的距离为 19.9 海里.

【点睛】本题考查矩形的判定与性质、解直角三角形的实际应用-方位角问题, 理清题中各个角的度数, 熟练掌握解直角三角形的方法是解题的关键.

变式拓展

1. (2020·湖北省直辖县级行政单位·中考真题) 如图, 海中有个海岛 A , 一艘轮船由西向东航行, 在点 B 处测得海岛 A 位于它的东北方向, 此时轮船与海岛相距 20 海里, 继续航行至点 D 处, 测得海岛 A 在它的北

偏西 60° 方向，此时轮船与小岛的距离 AD 为_____海里.



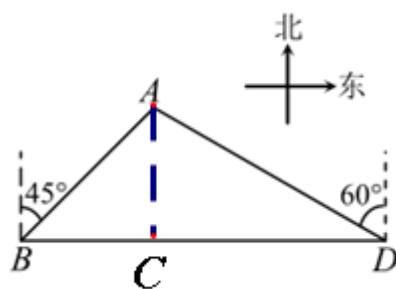
【答案】 $20\sqrt{2}$

【分析】 过点 A 作 $AC \perp BD$ ，根据方位角及三角函数即可求解.

【详解】 如图，过点 A 作 $AC \perp BD$ ，依题意可得 $\angle ABC = 45^\circ$

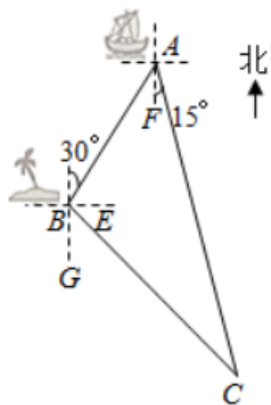
$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $AB = 20$ (海里) $\therefore AC = BC = AB \sin 45^\circ = 10\sqrt{2}$ (海里)

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\angle ADC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \therefore AD = 2AC = 20\sqrt{2}$ (海里) 故答案为: $20\sqrt{2}$.



【点睛】 此题主要考查解直角三角形，解题的关键是熟知特殊角的三角函数值.

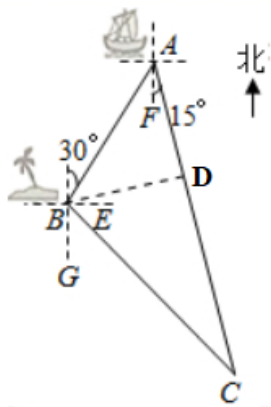
2. (2020·广西中考真题) 如图，一艘渔船位于小岛 B 的北偏东 30° 方向，距离小岛 40nmile 的点 A 处，它沿着点 A 的南偏东 15° 的方向航行. (1) 渔船航行多远距离小岛 B 最近(结果保留根号)? (2) 渔船到达距离小岛 B 最近点后，按原航向继续航行 $20\sqrt{6}\text{nmile}$ 到点 C 处时突然发生事故，渔船马上向小岛 B 上的救援队求救，问救援队从 B 处出发沿着哪个方向航行到达事故地点航程最短，最短航程是多少(结果保留根号)?



【答案】(1) $20\sqrt{2}$ nmile; (2) 南偏东 45° ; $40\sqrt{2}$ nmile

【分析】(1) 过 B 点作 AC 的垂线 BD 交 AC 于点 D , 则 AD 为所求, 根据已知条件得到 $\angle BAD=45^\circ$ 即可解答; (2) 根据特殊角的锐角三角函数值得到 $\angle C=30^\circ$, $\angle DBC=60^\circ$, 从而求出 BC 的长度, 再求出 $\angle DBE$ 的度数, 即可得到 $\angle EBC$ 的度数.

【详解】解: (1) 过 B 点作 AC 的垂线 BD 交 AC 于点 D ,



$\because$ 垂线段最短, AC 上的 D 点距离 B 点最近, AD 即为所求, 由题意可知: $\angle BAF=30^\circ$, $\angle CAF=15^\circ$,

$$\therefore \angle BAD = 45^\circ, AD = BD = AB \sin 45^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2} (\text{mile}),$$

$\therefore$ 渔船航行 $20\sqrt{2}$ nmile 时, 距离小岛 B 最近.

$$(2) \text{ 在 } Rt\triangle BDC \text{ 中, } \tan \angle C = \frac{BD}{DC} = \frac{20\sqrt{2}}{20\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore \angle C = 30^\circ, \angle DBC = 60^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{BD}{\sin 30^\circ} = 40\sqrt{2} (\text{nmile}) \because \angle ABD = 45^\circ, \angle ABE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ, \therefore \angle DBE = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle EBC = \angle DBC - \angle DBE = 45^\circ. \text{答: 从 } B \text{ 处沿南偏东 } 45^\circ \text{ 出发, 最短行程 } 40\sqrt{2} \text{nmile}.$$

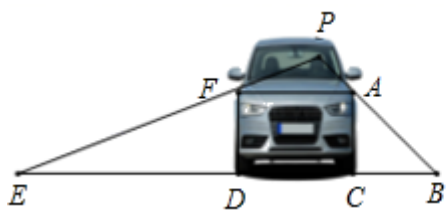
【点睛】 本题考查了解直角三角形的应用中的方向角问题, 结合航海中的实际问题, 将解直角三角形的相关知识有机结合, 体现了数学应用于实际生活的思想.

考向七 解直角三角形的应用—其他问题

典例引领

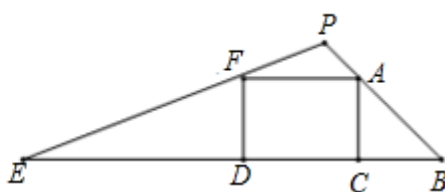
1. (2020·山东济南市·中考真题) 如图, $\triangle ABC$ 、 $\triangle FED$ 区域为驾驶员的盲区, 驾驶员视线 PB 与地面 BE 的夹角 $\angle PBE=43^\circ$, 视线 PE 与地面 BE 的夹角 $\angle PEB=20^\circ$, 点 A , F 为视线与车窗底端的交点, $AF \parallel BE$, $AC \perp BE$, $FD \perp BE$. 若 A 点到 B 点的距离 $AB=1.6\text{m}$, 则盲区中 DE 的长度是 () (参考数据:

$\sin 43^\circ \approx 0.7$, $\tan 43^\circ \approx 0.9$, $\sin 20^\circ \approx 0.3$, $\tan 20^\circ \approx 0.4$)



A. 2.6m

B. 2.8m



C. 3.4m

D. 4.5m

【答案】B

【分析】首先证明四边形 $ACDF$ 是矩形，利用 $\angle PBE$ 的正弦值可求出 AC 的长，即可得 DF 的长，利用 $\angle PEB$ 的正切值即可得答案.

【详解】 $\because FD \perp AB$, $AC \perp EB$, $\therefore DF \parallel AC$, $\because AF \parallel EB$, $\therefore$ 四边形 $ACDF$ 是平行四边形,

$\because \angle ACD = 90^\circ$, $\therefore$ 四边形 $ACDF$ 是矩形, $\therefore DF = AC$,

在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABE = 43^\circ$, $\therefore AC = AB \cdot \sin 43^\circ \approx 1.6 \times 0.7 = 1.12$ (m), $\therefore DF = AC = 1.12$ (m),

在 $Rt\triangle DEF$ 中, $\because \angle FDE = 90^\circ$, $\angle PEB = 20^\circ$, $\therefore \tan \angle PEB = \frac{DF}{DE} \approx 0.4$, $\therefore DE \approx \frac{1.12}{0.4} = 2.8$ (m), 故选:

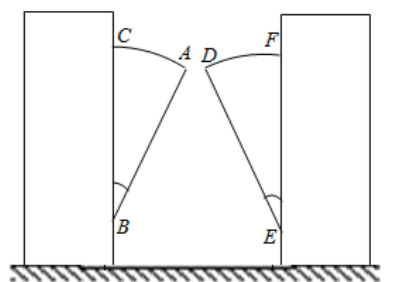
B.

【点睛】本题考查解直角三角形的应用及矩形的判定与性质，熟练掌握各三角函数的定义是解题关键.

2. (2020·山西中考真题) 图①是某车站的一组智能通道闸机，当行人通过时智能闸机会自动识别行人身份，识别成功后，两侧的圆弧翼闸会收回到两侧闸机箱内，这时行人即可通过. 图②是两圆弧翼展开时的截面图，扇形 ABC 和 DEF 是闸机的“圆弧翼”，两圆弧翼成轴对称， BC 和 EF 均垂直于地面，扇形的圆心角 $\angle ABC = \angle DEF = 28^\circ$ ，半径 $BA = ED = 60cm$ ，点 A 与点 D 在同一水平线上，且它们之间的距离为 $10cm$.



图①



图②

地面

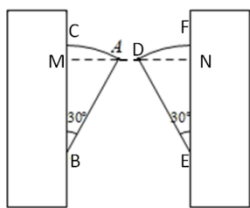
(1) 求闸机通道的宽度，即 BC 与 EF 之间的距离 (参考数据: $\sin 28^\circ \approx 0.47$, $\cos 28^\circ \approx 0.88$, $\tan 28^\circ \approx 0.53$); (2) 经实践调查，一个智能闸机的平均检票速度是一个人工检票口平均检票速度的 2 倍，180 人的团队通过一个智能闸机口比通过一个人工检票口可节约 3 分钟，求一个智能闸机平均每分钟检票通过的人数.

【答案】(1) BC 与 EF 之间的距离为 66.4cm ；(2) 一个智能闸机平均每分钟检票通过的人数为 60 人.

【分析】(1) 连接 AD ，并向两方延长，分别交 BC ， EF 于点 M ， N ，则 $MN \perp BC$ ， $MN \perp EF$ ，根据 MN 的长度就是 BC 与 EF 之间的距离，依据解直角三角形，即可得到可以通过闸机的物体的最大宽度；

(2) 设一个人工检票口平均每分钟检票通过的人数为 x 人，根据“一个智能闸机的平均检票速度是一个人工检票口平均检票速度的 2 倍，180 人的团队通过一个智能闸机口比通过一个人工检票口可节约 3 分钟”列出分式方程求解即可；还可以设一个智能闸机平均每分钟检票通过的人数为 x 人，根据题意列方程求解.

【详解】解：连接 AD ，并向两方延长，分别交 BC ， EF 于点 M ， N .



由点 A 与点 D 在同一水平线上， BC ， EF 均垂直于地面可知， $MN \perp BC$ ， $MN \perp EF$ ，所以 MN 的长度就是 BC 与 EF 之间的距离. 同时，由两圆弧翼成轴对称可得 $AM = DN$.

在 $Rt\triangle ABM$ 中， $\angle AMB = 90^\circ$ ， $\angle ABM = 28^\circ$ ， $AB = 60$ ，

$$\therefore \sin \angle ABM = \frac{AM}{AB}, \therefore AM = AB \cdot \sin \angle ABM = 60 \times \sin 28^\circ \approx 60 \times 0.47 = 28.2 .$$

$$\therefore MN = AM + DN + AD = 2AM + AD = 28.2 \times 2 + 10 = 66.4 . \therefore BC \text{ 与 } EF \text{ 之间的距离为 } 66.4\text{cm} .$$

(1) 解法一：设一个人工检票口平均每分钟检票通过的人数为 x 人.

$$\text{根据题意，得 } \frac{180}{x} - 3 = \frac{180}{2x} \text{ 解，得 } x = 30 . \text{ 经检验 } x = 30 \text{ 是原方程的解} \quad \text{当 } x = 30 \text{ 时， } 2x = 60$$

答：一个智能闸机平均每分钟检票通过的人数为 60 人.

解法二：设一个智能闸机平均每分钟检票通过的人数为 x 人.

$$\text{根据题意，得 } \frac{180}{x} + 3 = \frac{180}{\frac{1}{2}x} . \text{ 解，得 } x = 60 \text{ 经检验 } x = 60 \text{ 是原方程的解.}$$

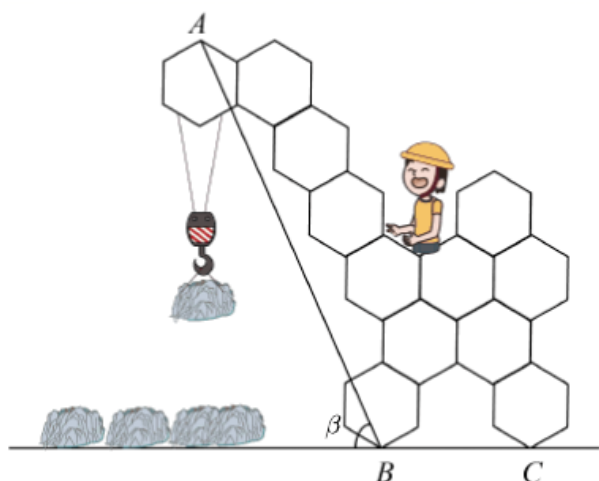
答：一个智能闸机平均每分钟检票通过的人数为 60 人.

【点睛】本题考查了解直角三角形及列分式方程解应用题，关键是掌握含 30° 的直角三角形的性质.

变式拓展

1. (2020·浙江金华市·中考真题) 如图是小明画的卡通图形，每个正六边形的边长都相等，相邻两正六边形

的边重合，点 A, B, C 均为正六边形的顶点， AB 与地面 BC 所成的锐角为 β ，则 $\tan\beta$ 的值是_____.



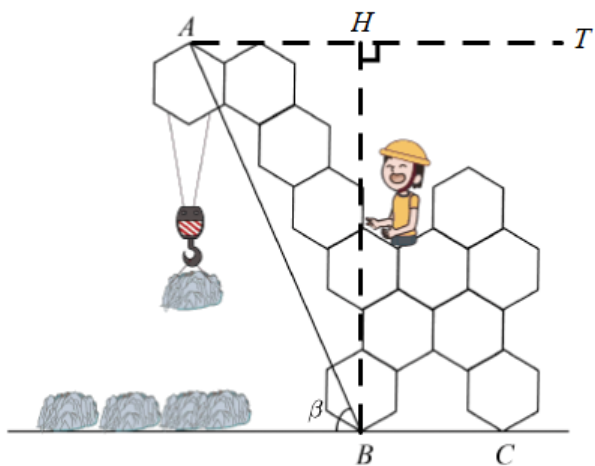
【答案】 $\frac{19}{15}\sqrt{3}$

【分析】作 $AT//BC$ ，过点 B 作 $BH\perp AT$ 于 H ，设正六边形的边长为 a ，则正六边形的半径为 a ，边心距= $\frac{\sqrt{3}}{2}$

a ，然后再求出 BH 、 AH 即可解答.

【详解】解：如图，作 $AT//BC$ ，过点 B 作 $BH\perp AT$ 于 H ，设正六边形的边长为 a ，则正六边形的半径为 a ，

边心距= $\frac{\sqrt{3}}{2}a$



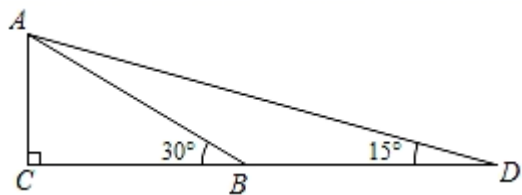
观察图像可知： $BH = 6a + 7a \cdot \sin 30^\circ = 6a + \frac{7}{2}a = \frac{19}{2}a$

$AH = 5 \times a \cdot \cos 30^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{2}a$ 所以 $\tan\beta = \frac{BH}{AH} = \frac{\frac{19}{2}a}{\frac{5\sqrt{3}}{2}a} = \frac{19}{5\sqrt{3}} = \frac{19}{15}\sqrt{3}$. 故答案为 $\frac{19}{15}\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了正六边形的性质和解直角三角形的应用，解题的关键在于正确添加常用辅助线、构造直角三角形求解.

2. (2020·贵州遵义市·中考真题) 构建几何图形解决代数问题是“数形结合”思想的重要性，在计算 $\tan 15^\circ$ 时，如图. 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，延长 CB 使 $BD=AB$ ，连接 AD ，得 $\angle D=15^\circ$ ，所以 $\tan 15^\circ$

$$= \frac{AC}{CD} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}. \text{ 类比这种方法，计算 } \tan 22.5^\circ \text{ 的值为 ()}$$



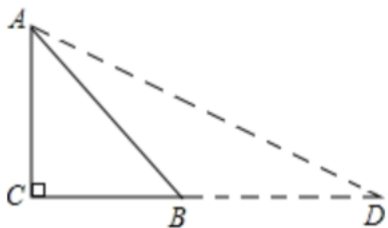
- A. $\sqrt{2}+1$ B. $\sqrt{2}-1$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

【分析】作 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，使 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle ABC=45^\circ$ ，延长 CB 到 D ，使 $BD=AB$ ，连接 AD ，根据构造的直角三角形，设 $AC=x$ ，再用 x 表示出 CD ，即可求出 $\tan 22.5^\circ$ 的值.

【详解】解：作 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，使 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle ABC=45^\circ$ ，延长 CB 到 D ，使 $BD=AB$ ，连接 AD ，设 $AC=x$ ，则： $BC=x$ ， $AB=\sqrt{2}x$ ， $CD=(1+\sqrt{2})x$ ，

$$\tan 22.5^\circ = \tan \angle D = \frac{AC}{CD} = \frac{x}{(1+\sqrt{2})x} = \sqrt{2}-1 \text{ 故选：B.}$$



【点睛】本题考查解直角三角形，解题的关键是根据阅读构造含 45° 的直角三角形，再作辅助线得到 22.5° 的直角三角形.



1. (2020·广西河池市·中考真题) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=5$, $AC=12$, 则 $\sin B$ 的值是 ()

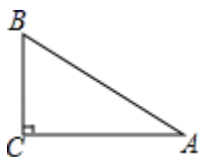
- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

【答案】D

【分析】直接利用勾股定理得出 AB 的长, 再利用锐角三角函数得出答案.

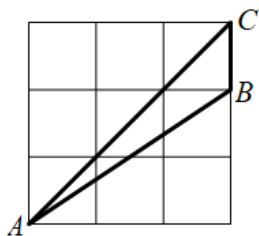
【详解】解: 如图所示: $\because \angle C=90^\circ$, $BC=5$, $AC=12$, $\therefore AB=\sqrt{5^2+12^2}=13$,

$$\therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}. \text{ 故选: } D.$$



【点睛】本题考查勾股定理的应用和锐角三角函数的定义, 在直角三角形中, 锐角的正弦为对边比斜边, 解题的关键是理解三角函数的定义.

2. (2020·四川南充市·中考真题) 如图, 点 A, B, C 在正方形网格的格点上, 则 $\sin \angle BAC =$ ()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{26}}{26}$ C. $\frac{\sqrt{26}}{13}$ D. $\frac{\sqrt{13}}{13}$

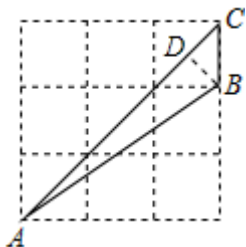
【答案】B

【分析】作 $BD \perp AC$ 于 D, 根据勾股定理求出 AB、AC, 利用三角形的面积求出 BD, 最后在直角 $\triangle ABD$ 中根据三角函数的意义求解.

【详解】解: 如图, 作 $BD \perp AC$ 于 D, 由勾股定理得, $AB = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$, $AC = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$,

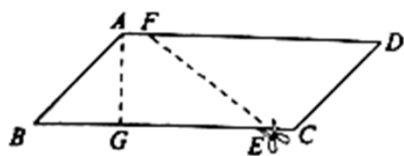
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \cdot BD = \frac{1}{2} \times 1 \times 3, \therefore BD = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \sin \angle BAC = \frac{BD}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{13}}{2}} = \frac{\sqrt{26}}{26}. \text{ 故选: B.}$$



【点睛】本题考查了勾股定理，解直角三角形，三角形的面积，三角函数的意义等知识，根据网格构造直角三角形和利用三角形的面积求出 BD 是解决问题的关键。

3. (2020·山东泰安市·中考真题) 如图，四边形 $ABCD$ 是一张平行四边形纸片，其高 $AG = 2\text{cm}$ ，底边 $BC = 6\text{cm}$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，沿虚线 EF 将纸片剪成两个全等的梯形，若 $\angle BEF = 30^\circ$ ，则 AF 的长为 ()

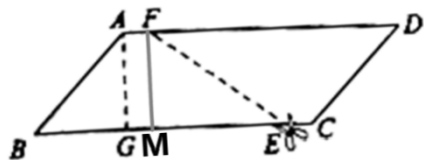


- A. 1cm B. $\frac{\sqrt{6}}{3}\text{cm}$ C. $(2\sqrt{3}-3)\text{cm}$ D. $(2-\sqrt{3})\text{cm}$

【答案】D

【分析】过点 F 作 $FM \perp BC$ ， $AG=2$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，可得 $BG=FM=2$ ，令 $AF=x$ ，根据 $\angle BEF = 30^\circ$ ，根据正切值可得 EM 的长，加起来等于 BC 即可得到结果。

【详解】如图所示，过点 F 作 $FM \perp BC$ 交 BC 于点 M ，



$\because AG \perp BC$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $AG=2$ ， $\therefore BG=FM=2$ ， $AF=GM$ ，令 $AF=x$ ，

$\because$ 两个梯形全等， $\therefore AF=GM=EC=x$ ，又 $\because \angle BEF = 30^\circ$ ， $\therefore ME = \frac{FM}{\tan 30^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ， $\therefore ME = 2\sqrt{3}$ ，

又 $\because BC=6$ ， $\therefore BC = BG + GM + ME + EC = 2 + x + 2\sqrt{3} + x = 6$ ， $\therefore x = 2 - \sqrt{3}$ 。故答案选

D.

【点睛】本题主要考查了利用特殊角的三角函数值及三角函数的意义进行求解，准确根据全等图形的性质判断边角是解题的关键.

4. (2020·湖南长沙市·中考真题) 从一艘船上测得海岸上高为 42 米的灯塔顶部的仰角是 30 度，船离灯塔的水平距离为 ()

- A. $42\sqrt{3}$ 米 B. $14\sqrt{3}$ 米 C. 21 米 D. 42 米

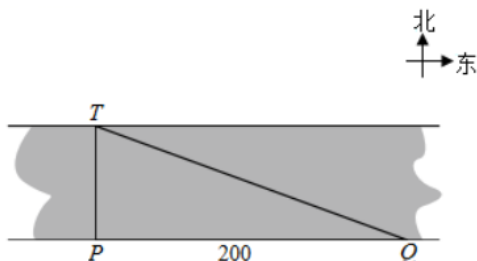
【答案】A

【分析】在直角三角形中，已知角的对边求邻边，可以用正切函数来解决.

【详解】解：根据题意可得：船离海岸线的距离为 $42 \div \tan 30^\circ = 42\sqrt{3}$ (米). 故选：A.

【点睛】本题考查解直角三角形的应用-仰角的定义，要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形.

5. (2020·广东深圳市·中考真题) 如图，为了测量一条河流的宽度，一测量员在河岸边相距 200 米的 P、Q 两点分别测定对岸一棵树 T 的位置，T 在 P 的正北方向，且 T 在 Q 的北偏西 70° 方向，则河宽 (PT 的长) 可以表示为 ()



- A. $200 \tan 70^\circ$ 米 B. $\frac{200}{\tan 70^\circ}$ 米 C. $200 \sin 70^\circ$ 米 D. $\frac{200}{\sin 70^\circ}$ 米

【答案】B

【分析】在直角三角形 PQT 中，利用 PQ 的长，以及 $\angle PQT$ 的度数，进而得到 $\angle PTQ$ 的度数，根据三角函数即可求得 PT 的长.

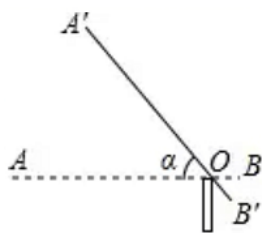
【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle PQT$ 中， $\because \angle QPT = 90^\circ$ ， $\angle PQT = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ ， $\therefore \angle PTQ = 70^\circ$ ，

$$\therefore \tan 70^\circ = \frac{PQ}{PT}, \therefore PT = \frac{PQ}{\tan 70^\circ} = \frac{200}{\tan 70^\circ}, \text{ 即河宽 } \frac{200}{\tan 70^\circ} \text{ 米, 故选: B.}$$

【点睛】此题考查了解直角三角形的应用-方向角问题，掌握方向角与正切函数的定义是解题的关键.

6. (2020·贵州黔西南布依族苗族自治州·中考真题) 如图，某停车场入口的栏杆 AB，从水平位置绕点 O 旋转到 A'B' 的位置，已知 AO 的长为 4 米. 若栏杆的旋转角 $\angle AOA' = \alpha$ ，则栏杆 A 端升高的高度为 ()

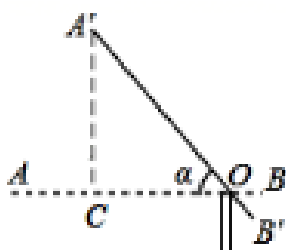
- A. $\frac{4}{\sin \alpha}$ 米 B. $4\sin \alpha$ 米 C. $\frac{4}{\cos \alpha}$ 米 D. $4\cos \alpha$ 米



【答案】B

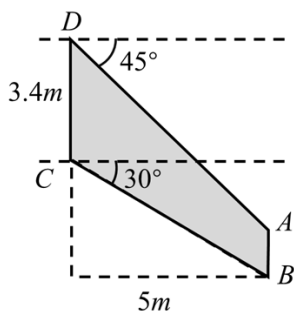
【分析】过点 A' 作 $A'C \perp AB$ 于点 C ，根据锐角三角函数的定义即可求出答案.

【详解】解：如答图，过点 A' 作 $A'C \perp AB$ 于点 C . 在 $Rt\triangle OCA'$ ， $\sin \alpha = \frac{A'C}{A'O}$ ，所以 $A'C = A'O \cdot \sin \alpha$. 由题意得 $A'O = AO = 4$ ，所以 $A'C = 4\sin \alpha$ ，因此本题选 B.



【点睛】本题考查解直角三角形，解题的关键是熟练运用锐角三角函数的定义，本题属于基础题型.

7. (2020·湖北孝感市·中考真题) 某型号飞机的机翼形状如图所示，根据图中数据计算 AB 的长为 _____ m. (结果保留根号)



【答案】 $(\frac{5\sqrt{3}}{3} - 1.6)$

【分析】如图（见解析），先在 $Rt\triangle BCF$ 中，解直角三角形可求出 CF 的长，再根据等腰直角三角形的判定与性质可得 DE 的长，从而可得 CE 的长，然后根据线段的和差即可得.

【详解】如图，过 A 作 $AE \parallel BF$ ，交 DF 于点 E ，则四边形 $ABFE$ 是矩形

$$\therefore AB = EF, AE = BF = 5m, AE \perp EF$$

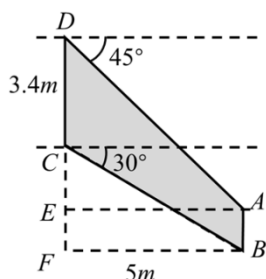
由图中数据可知， $CD = 3.4m$ ， $\angle CBF = 30^\circ$ ， $\angle DAE = 45^\circ$ ， $\angle F = 90^\circ$

在 $Rt\triangle BCF$ 中, $\tan \angle CBF = \frac{CF}{BF}$, 即 $\frac{CF}{5} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 解得 $CF = \frac{5\sqrt{3}}{3}(m)$

$\because AE \perp EF, \angle DAE = 45^\circ \therefore Rt\triangle ADE$ 是等腰三角形 $\therefore DE = AE = 5m$

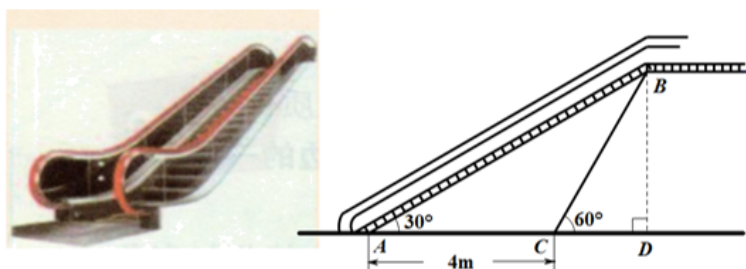
$\therefore CE = DE - CD = 5 - 3.4 = 1.6(m) \therefore EF = CF - CE = \frac{5\sqrt{3}}{3} - 1.6(m)$

则 AB 的长为 $(\frac{5\sqrt{3}}{3} - 1.6)m$ 故答案为: $(\frac{5\sqrt{3}}{3} - 1.6)$.



【点睛】本题考查了解直角三角形的应用、等腰三角形的判定与性质等知识点，掌握解直角三角形的方法是解题关键。

8. (2020·四川乐山市·中考真题) 如图是某商场营业大厅自动扶梯示意图. 自动扶梯 AB 的倾斜角为 30° , 在自动扶梯下方地面 C 处测得扶梯顶端 B 的仰角为 60° , A 、 C 之间的距离为 $4m$. 则自动扶梯的垂直高度 $BD =$ _____ m . (结果保留根号)



【答案】 $2\sqrt{3}$

【分析】先推出 $\angle ABC = \angle BAC$, 得 $BC = AC = 4$, 然后利用三角函数即可得出答案.

【详解】 $\because \angle BAC + \angle ABC = \angle BCD = 60^\circ, \angle BAC = 30^\circ,$

$\therefore \angle ABC = 30^\circ, \therefore \angle ABC = \angle BAC, \therefore BC = AC = 4,$

在 $Rt\triangle BCD$ 中, $BD = BC \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$, 故答案为: $2\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，三角函数，得出 $BC = AC = 4$ 是解题关键.

9. (2020·湖南湘潭市·中考真题) 计算: $\sin 45^\circ =$ _____.

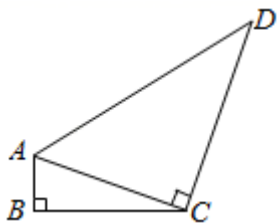
【答案】 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【分析】 根据特殊角的三角函数值直接书写即可.

【详解】 $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 故答案为: $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点睛】 本题考查了特殊角的三角函数值, 牢固记忆是解题的关键.

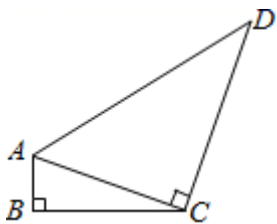
10. (2020·贵州黔南布依族苗族自治州·中考真题) 如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 2$, $CD = 8$. 连接 AC , $AC \perp CD$, 若 $\sin \angle ACB = \frac{1}{3}$, 则 AD 长度是_____.



【答案】 10

【分析】 根据直角三角形的边角间关系, 先计算 AC , 再在直角三角形 ACD 中, 利用勾股定理即可求出 AD .

【详解】 解: 在 $Rt\triangle ABC$ 中,



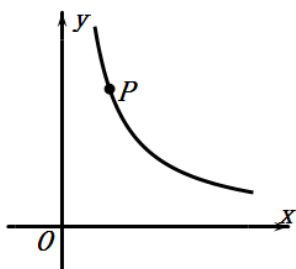
$$\because AB = 2, \sin \angle ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}, \therefore AC = 2 \div \frac{1}{3} = 6.$$

在 $Rt\triangle ADC$ 中, $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$. 故答案为: 10.

【点睛】 本题考查了解直角三角形和勾股定理, 利用直角三角形的边角间关系, 求出 AC 是解决本题的关键.

11. (2020·江苏泰州市·中考真题) 如图, 点 P 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图像上且横坐标为 1, 过点 P 作两条坐标轴的平行线, 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图像相交于点 A 、 B , 则直线 AB 与 x 轴所夹锐角的正切值

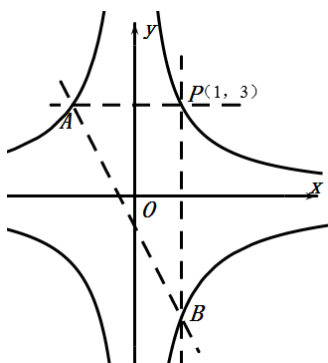
为_____.



【答案】 3

【分析】 由题意，先求出点 P 的坐标，然后表示出点 A 和点 B 的坐标，即可求出答案.

【详解】 解：∵ 点 P 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图像上且横坐标为 1，∴ 点 P 的坐标为：(1, 3)，



如图， $AP \parallel x$ 轴， $BP \parallel y$ 轴，∵ 点 A、B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图像上，

∴ 点 A 为 $(\frac{k}{3}, 3)$ ，点 B 为 $(1, k)$ ，∴ 直线 AB 与 x 轴所夹锐角的正切值为：

$$\tan \alpha = \frac{3-k}{1-\frac{k}{3}} = 3 ; \text{ 故答案为: } 3 .$$

【点睛】 本题考查了反比例函数与一次函数的综合，解直角三角形的应用，解题的关键是掌握反比例函数的性质与一次函数的性质进行解题.

12. (2020·山东枣庄市·中考真题) 如图，人字梯 AB，AC 的长都为 2 米. 当 $\alpha = 50^\circ$ 时，人字梯顶端高地面的高度 AD 是_____米 (结果精确到 0.1m. 参考依据： $\sin 50^\circ \approx 0.77$ ， $\cos 50^\circ \approx 0.64$ ， $\tan 50^\circ \approx 1.19$)



【答案】 1.5.

【分析】在 $Rt\triangle ADC$ 中，根据锐角三角函数正弦定义即可求得答案.

【详解】在 $Rt\triangle ADC$ 中， $\because AC=2$ ， $\angle ACD=50^\circ$ ， $\therefore \sin 50^\circ = \frac{AD}{AC}$ ，

$\therefore AD = AC \times \sin 50^\circ = 2 \times 0.77 \approx 1.5$. 故答案为 1.5.

【点睛】本题考查锐角三角函数，解题的关键是熟练运用锐角三角函数的定义，本题属于基础题型.

13. (2020·浙江金华市·中考真题) 图 1 是一个闭合时的夹子，图 2 是该夹子的主视示意图，夹子两边为 AC ， BD (点 A 与点 B 重合)，点 O 是夹子转轴位置， $OE \perp AC$ 于点 E ， $OF \perp BD$ 于点 F ， $OE=OF=1\text{cm}$ ， $AC=BD=6\text{cm}$ ， $CE=DF$ ， $CE:AE=2:3$. 按图示方式用手指按夹子，夹子两边绕点 O 转动.

(1) 当 E ， F 两点的距离最大值时，以点 A ， B ， C ， D 为顶点的四边形的周长是_____ cm.

(2) 当夹子的开口最大 (点 C 与点 D 重合) 时， A ， B 两点的距离为_____ cm.



图 1

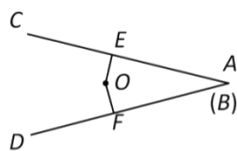


图 2

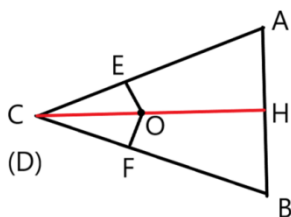
【答案】16 $\frac{60}{13}$

【分析】(1) 当 E 、 O 、 F 三点共线时， E 、 F 两点间的距离最大，此时四边形 $ABCD$ 是矩形，可得 $AB=CD=EF=2\text{cm}$ ，根据矩形的性质求出周长即可. (2) 当夹子的开口最大 (点 C 与 D 重合) 时，连接 OC 并延长交 AB 于点 H ，可得 $CH \perp AB$ ， $AH=BH$ ，利用已知先求出 $OE = \frac{12}{5}\text{cm}$ ，在 $Rt\triangle OEF$ 中利用勾股定理求出 CO 的长，由 $\sin \angle ECO = \frac{OE}{OC} = \frac{AH}{AC}$ ，求出 AH ，从而求出 $AB=2AH$ 的长.

【详解】(1) 当 E 、 O 、 F 三点共线时， E 、 F 两点间的距离最大，此时四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB=CD=EF=2\text{cm}$ ， $\therefore$ 以点 A ， B ， C ， D 为顶点的四边形的周长为 $2+6+2+6=16\text{cm}$.

(2) 当夹子的开口最大 (点 C 与 D 重合) 时，连接 OC 并延长交 AB 于点 H ， $\therefore CH \perp AB$ ， $AH=BH$ ，



$\because AC=BD=6\text{cm}$ ， $CE:AE=2:3$ ， $\therefore OE = \frac{12}{5}\text{cm}$ ，在 $Rt\triangle OEF$ 中， $OF = \sqrt{OE^2 + EF^2} = \frac{13}{5}$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/156012054115010150>