广东省汕头市2023届高三上学期数学期末考试试卷

姓名：__________ 班级：__________考号：__________

题号	一	二	三	四	总分
评分					

一、单选题

1．已知集合 $A=\{x|x\geq 0\}$，集合 $B=\{x|x>1\}$，则以下命题为真命题的是（　　）

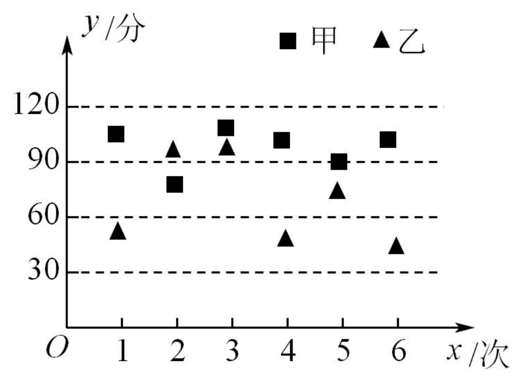
A．$\exists x\in A$，$x\in B$　　B．$\exists x\in B$，$x\notin A$

C．$\forall x\in A$，$x\in B$　　D．$\forall x\in B$，$x\notin A$

2．已知复数 z 满足$(1+2i)z=2+i$，则$|z|=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B．1　　C．$\sqrt{5}$　　D．5

3.已知甲、乙两名同学在高三的 6 次数学测试的成绩统计如图(图标中心点所对纵坐标代表该次数学测试成绩)，则下列说法不正确的是（　　）



A．甲成绩的极差小于乙成绩的极差

B．甲成绩的第 25 百分位数大于乙成绩的第 75 百分位数

C．甲成绩的平均数大于乙成绩的平均数

D．甲成绩的方差小于乙成绩的方差

4．已知等差数列$\{a_n\}$且 $3(a_3+a_5)+2(a_7+a_{10}+a_{13})=48$，则数列$\{a_n\}$的前 13 项之和为（　　）

A．24　　B．39　　C．104　　D．52

5．已知某运动员每次射击击中目标的概率是 p，假设每次射击击中目标与否互不影响，设ξ为该运动员 n 次射击练习中击中目标的次数，且 $E(\xi)=8$，$D(\xi)=1.6$，则 p 值为（　　）

A．0.6　　B．0.8　　C．0.9　　D．0.92

6．如图 1，水平放置的直三棱柱容器 $ABC-A_1B_1C_1$中，$AC\perp AB$，$AB=AC=2$，现在内灌进一些水，水深为 2．将容器底面的一边 AB 固定于地面上，再将容器倾斜，当倾斜到某一位置时，水面形状恰好为三角形A_1B_1C，如图 2，则容器的高 h 为（　　）

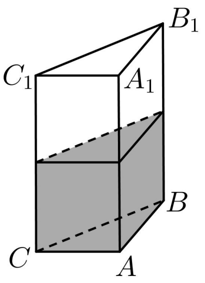


图1

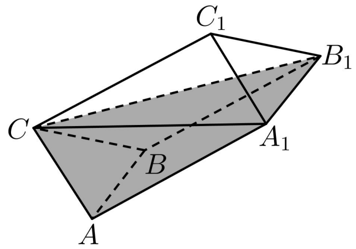


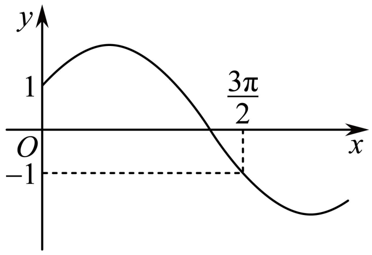
图2

A．3　　B．4　　C．$4\sqrt{2}$　　D．6

7．$(x+3y)(x-2y)^6$的展开式中x^5y^2的系数为（　　）

A．60　　B．24　　C．-12　　D．-48

8．如图为函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0，0<\varphi<\frac{\pi}{2})$的部分图象，则（　　）



A．函数$f(x)$的周期为4π

B．对任意的$x\in R$，都有$f(x)\le f(\frac{2\pi}{3})$

C．函数$f(x)$在区间$[0，5\pi]$上恰好有三个零点

D．函数$f(x-\frac{\pi}{4})$是偶函数

二、多选题

9．已知同一平面内的两个向量$\vec{a}=(3，-1)$，$\vec{b}=(1，-2)$，则（　　）

A．与$\vec{b}$同向的单位向量是$(\frac{\sqrt{5}}{5}，-\frac{2\sqrt{5}}{5})$

B．$\{\vec{a}，\vec{b}\}$不能作为该平面的基底

C．$\vec{a}$和$\vec{b}$的夹角是$\frac{\pi}{4}$

D．$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影向量等于$\vec{b}$

10．为了提高学生体育锻炼的积极性，某中学需要了解性别因素与学生对体育锻炼的喜好是否有影响，为此对学生是否喜欢体育锻炼的情况进行普查，得到下表：

体育	性别		合计
	男性	女性	
喜欢	280	p	280＋p
不喜欢	q	120	120＋q

合计	280＋q	120＋p	400＋p＋q

附：$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

α	0.05	0.025	0.010	0.001
x_α	3.841	5.024	6.635	10.828

已知男生喜欢体育锻炼的人数占男生人数的$\frac{7}{10}$，女生喜欢体育锻炼的人数占女生人数的$\frac{3}{5}$，则下列说法正确的是（　　）

A．列联表中 q 的值为 120，p 的值为 180

B．随机对一名学生进行调查，此学生有 90%的可能性喜欢体育锻炼

C．根据小概率值$\alpha=0.01$的独立性检验，男女生对体育锻炼的喜好有差异

D．根据小概率值$\alpha=0.001$的独立性检验，男女生对体育锻炼的喜好没有差异

11．在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB//CD$ ， $AB\perp AD$ ， $AB=2AD=2DC=2DD_1=4$.（　　）

A．在棱 AB 上存在点 P，使得 $D_1P//$ 平面 A_1BC_1

B．在棱 BC 上存在点 P，使得 $D_1P//$ 平面 A_1BC_1

C．若 P 在棱 AB 上移动，则 $A_1D\perp D_1P$

D．在棱 A_1B_1 上存在点 P，使得 $DP\perp$ 平面 A_1BC_1

12．已知函数 $f(x)=x^3-2x^2-4x-7$，其导函数为 $y=f'(x)$，下列说法正确的是（　　）

A．函数 $y=f(x)$的单调减区间为$(-\frac{2}{3}，2)$

B．函数 $y=f(x)$的极小值是-15

C．当 $a>2$ 时，对于任意的 $x>a$，都有 $f(x)<f(a)+f'(a)(x-a)$

D．函数 $y=f(x)$的图像有条切线方程为 $y=3x-1$

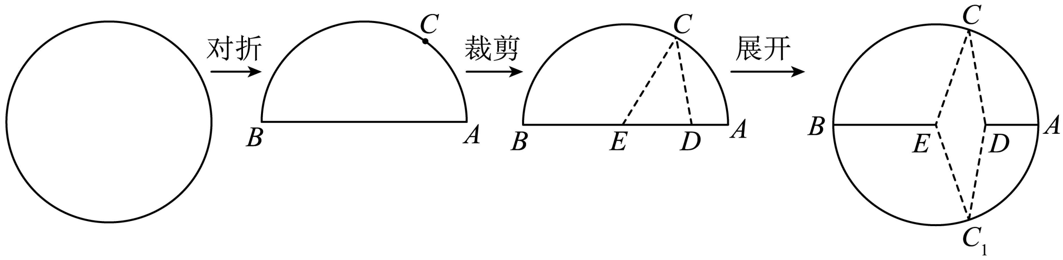
三、填空题

13．若等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $S_3=7$ ， $S_6=63$ ，则 $S_9=$_________.

14．已知长方形 ABCD 中，AB＝4，BC＝3，则以 A、B 为焦点，且过 C、D 的椭圆的离心率为_________.

15．写出符合如下两个条件的一个函数 $f(x)=$_____________________________．①$f(-x)-f(x+2)=0$，②$f(x)$在$(-\infty，0)$内单调递增.

16．剪纸，又叫刻纸，是一种镂空艺术，是中华汉族最古老的民间艺术之一．如图，一圆形纸片直径 $AB=20cm$，需要剪去四边形 CEC_1D，可以经过对折，沿 DC，EC 裁剪，展开就可以得到.



已知点 C 在圆上且 $AC=10cm$，$\angle ECD=30°$．则镂空四边形 CEC_1D 的面积的最小值为_____________cm^2．

四、解答题

17．已知数列$\{a_n\}$的前 n 项积为T_n，且$a_n+2T_n=1$，$n\in N^*$．

（1）求证：数列$\{\frac{1}{T_n}\}$是等差数列；

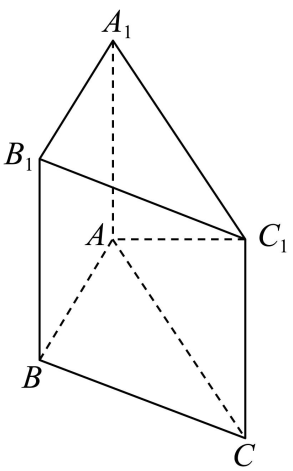
（2）求数列$\{\ln a_n\}$的前 n 项和S_n．

18．设锐角三角形 ABC 的内角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c，已知 $a=b\cos A-a\cos B$．

（1）求证：B＝2A；

（2）求$\frac{b+c}{a}$的取值范围．

19．如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$中，平面 $AA_1C_1C\perp$平面 AA_1B_1B，且$\angle AA_1B_1=60°$，$AB=2$，$AC=AA_1=AC_1=4$．



（1）求平面$A_1B_1C_1$与平面 ABB_1A_1夹角的余弦值；

（2）求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$的高 h．

20．某足球队为评估球员的场上作用，对球员进行数据分析．球员甲在场上出任边锋、前卫、中场三个位置，根据过往多场比赛，其出场率与出场时球队的胜率如下表所示．

场上位置	边锋	前卫	中场
出场率	0.5	0.3	0.2
球队胜率	0.6	0.8	0.7

（1）当甲出场比赛时，求球队输球的概率；

（2）当甲出场比赛时，在球队获胜的条件下，求球员甲担当前卫的概率；

（3）如果你是教练员，将如何安排球员甲在场上的位置？请说明安排理由．

21．已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{1}{2}ax^2+(a-1)x$，$a\in R$．

（1）讨论 $f(x)$的单调性；

（2）曲线 $y=f(x)$上是否存在不同两点 $A(x_1，y_1)$、$B(x_2，y_2)$，使得直线 AB 与曲线 $y=f(x)$在点$(\frac{x_1+x_2}{2}$，$f(\frac{x_1+x_2}{2}))$处的切线平行？若存在，求出 A、B 坐标，若不存在，请说明理由．

22．已知椭圆C_1：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的左、右顶点分别为A_1、A_2，上、下顶点分别为B_1、B_2，记四边形$A_1B_1A_2B_2$的内切圆为C_2，过椭圆C_1上一点 T 引圆C_2的两条切线（切线斜率存在且不为 0），分别交椭圆C_1于点 P、Q．

（1）试探究直线 TP 与 TQ 斜率之积是否为定值，并说明理由；

（2）记点 O 为坐标原点，求证：P、O、Q 三点共线．

答案解析部分

1.【答案】A

【解析】【解答】由题知，集合 $A=\{x|x\geq 0\}$，集合 $B=\{x|x>1\}$，

所以 B 是 A 的真子集，

所以$\exists x\in A$，$x\in B$ 或$\exists x\in A$，$x\notin B$ 或$\forall x\in B$，$x\in A$，

只有 A 选项符合要求，

故答案为：A.

【分析】利用集合的关系分析即可.

2.【答案】B

【解析】【解答】由题意 $z=\frac{2+i}{1+2i}=\frac{(2+i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{4-3i}{5}$，所以$|z|=|\frac{4-3i}{5}|=\frac{\sqrt{25}}{5}=1$，

故答案为：B.

【分析】根据复数的除法及模长公式运算求解.

3.【答案】B

【解析】【解答】从图表可以看出甲成绩的波动情况小于乙成绩的波动情况，则甲成绩的方差小于乙成绩的方差，且甲成绩的极差小于乙成绩的极差，AD 正确，不符合题意；

将甲成绩进行排序，又 $6\times 25\,{}^{0}\!/\!{}_{0}=1.5$，故从小到大，选择第二个成绩作为甲成绩的第 25 百分位数，估计值为 90 分，

将乙成绩进行排序，又 $6\times 75\,{}^{0}\!/\!{}_{0}=4.5$，故从小到大，选择第 5 个成绩成绩作为乙成绩的第 75 百分位数，估计值大于 90 分，

从而甲成绩的第 25 百分位数小于乙成绩的第 75 百分位数，B 错误，符合题意；

甲成绩均集中在 90 分左右，而乙成绩大多数集中在 60 分左右，C 正确，不符合题意.

故答案为：B

【分析】分析图中数据，结合方差，极差的求法和意义，结合百分位数的求解，得到答案.

4.【答案】D

【解析】【解答】由等差数列的性质可得：$a_3+a_5=2a_4$，$a_7+a_{10}+a_{13}=3a_{10}$，

所以由 $3(a_1+a_5)+2(a_7+a_{10}+a_{13})=48$ 可得：$3\times 2a_4+2\times 3a_{10}=48$，

解得：$a_4+a_{10}=8$，

所以数列$\{a_n\}$的前 13 项之和为

$S_{13}=\frac{13(a_1+a_{13})}{2}=\frac{13(a_4+a_{10})}{2}=\frac{13}{2}\times 8=52$，

故答案为：D.

【分析】根据等差数列的性质化简已知条件可得$a_4+a_{10}=8$，再由等差数列前 n 项和即可求解.

5.【答案】B

【解析】【解答】由题意$\xi\sim B(n，p)$，所以$\begin{cases}E(\xi)=np=8\\D(\xi)=np(1-p)=1.6\end{cases}$，解得$\begin{cases}p=0.8\\n=10\end{cases}$.

故答案为：B.

【分析】由题意$\xi\sim B(n，p)$，根据二项分布的均值和方差公式列式求解.

6.【答案】A

【解析】【解答】在图 1 中$V_{水}=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times 2=4$，

在图 2 中，$V_{水}=V_{ABC-A_1B_1C_1}-V_{C-A_1B_1C_1}=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times h-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times 2\times h=\frac{4}{3}h$，

$\therefore\frac{4}{3}h=4$， $\therefore h=3$.

故答案为：A.

【分析】利用两个图形装水的体积相等即可求解.

7.【答案】B

【解析】【解答】由$(x-2y)^6$的展开式通项为$T_{r+1}=C_6^r x^{6-r}(-2y)^r=(-2)^r C_6^r x^{6-r}y^r$，

所以$(x+3y)(x-2y)^6$的展开式x^5y^2项为$[4C_6^2-6C_6^1]\cdot x^5y^2$，

故系数为 $4C_6^2-6C_6^1=24$.

故答案为：B

【分析】首先写出$(x-2y)^6$展开式通项，再考虑通项与$(x+3y)$相乘得到含x^5y^2的项，即可得系数.

8.【答案】C

【解析】【解答】从图象可看出 $f(x)$的最小正周期为 $T=\frac{3\pi}{2}\times 2=3\pi$，

因为$\omega>0$，所以$\frac{2\pi}{\omega}=3\pi$，解得：$\omega=\frac{2}{3}$，

A 不符合题意；

$f(x)=2\sin(\frac{2}{3}x+\phi)$，代入$(0，1)$，

$2\sin\varphi=1$，

因为 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=\frac{\pi}{6}$，

故 $f(x)=2\sin(\frac{2}{3}x+\frac{\pi}{6})$，

$f(\frac{2\pi}{3})=2\sin(\frac{2}{3}\times\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{6})=2\sin\frac{11\pi}{18}\neq 2$，

故不满足对任意的 $x\in R$，都有 $f(x)\leq f(\frac{2\pi}{3})$，B 不符合题意；

$x\in[0，5\pi]$，则$\frac{2}{3}x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6}，\frac{7\pi}{2}]$，

由 $f(x)=0$ 可得：$\frac{2}{3}x+\frac{\pi}{6}=\{\pi，2\pi，3\pi\}$，可得：$x=\{\frac{5\pi}{4}，\frac{11\pi}{4}，\frac{17\pi}{4}\}$，

故函数 $f(x)$在区间$[0，5\pi]$上恰好有三个零点，C 符合题意；

$f(x-\frac{\pi}{4})=2\sin[\frac{2}{3}(x-\frac{\pi}{4})+\frac{\pi}{6}]=2\sin\frac{2}{3}x$，为奇函数，D 不符合题意.

故答案为：C

【分析】A 选项，利用函数图象求出函数解析式，利用正弦函数的周期性得到 A 错误；

B 选项，计算 $f(\frac{2\pi}{3})=2\sin\frac{11\pi}{18}\neq 2$，B 错误；

C 选项，整体法得到$\frac{2}{3}x+\frac{\pi}{6}=\{\pi，2\pi，3\pi\}$，计算出 $x=\{\frac{5\pi}{4}，\frac{11\pi}{4}，\frac{17\pi}{4}\}$，C 正确；

D 选项，计算出 $f(x-\frac{\pi}{4})=2\sin\frac{2}{3}x$ 为奇函数，D 错误.

9.【答案】A,C,D

【解析】【解答】$\vec{b}=(1，-2)$，$|\vec{b}|=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$，

则与$\vec{b}$同向的单位向量是$\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{(1，-2)}{\sqrt{5}}=(\frac{\sqrt{5}}{5}，-\frac{2\sqrt{5}}{5})$，A 符合题意；

$3\times(-2)-1\times(-1)\neq 0$，故$\vec{a}=(3，-1)$与$\vec{b}=(1，-2)$不平行，且为非零向量，

故$\{\vec{a}，\vec{b}\}$可以作出该平面的基底，B 不符合题意；

$\cos\langle\vec{a}，\vec{b}\rangle=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{(3，-1)\cdot(1，-2)}{\sqrt{9+1}\times\sqrt{1+4}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

因为$\langle\vec{a}，\vec{b}\rangle\in[0，\pi]$，所以$\langle\vec{a}，\vec{b}\rangle=\frac{\pi}{4}$，

故$\vec{a}$和$\vec{b}$的夹角是$\frac{\pi}{4}$，C 符合题意；

$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影向量等于$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}\cdot\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{5}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\vec{b}}{\sqrt{5}}=\vec{b}$，D 符合题意.

故答案为：ACD

【分析】A 选项，利用$\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$进行求解；

B 选项，求出$\vec{a}=(3，\ -1)$与$\vec{b}=(1，\ -2)$不平行，从而 B 错误；

C 选项，利用向量余弦夹角公式进行求解；

D 选项，利用$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}\cdot\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$求解.

10.【答案】A,C,D

【解析】【解答】A：由题意知，男生喜欢该项运动的人数占男生人数的$\frac{7}{10}$，

女生喜欢该项运动的人数占女生人数的$\frac{3}{5}$，

则 $280=\frac{7}{10}(280+q)$，$p=\frac{3}{5}(120+p)$，解得 $q=120$，$p=180$，A 符合题意；

B：补全 2×2 列联表如下：

	男性	女性	合计
喜欢	280	180	460
不喜欢	120	120	240
合计	400	300	700

所以随机抽一名学生进行调查，喜欢该项运动的概率约为 $P=\frac{460}{700}\approx 65.7\%$，B 不符合题意；

C：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{700(280\times120-180\times120)^2}{460\times240\times400\times300}\approx 7.609$，

而 $6.635<7.609<10.828$，

所以根据小概率值$\alpha=0.01$ 的独立性检验，男女生对体育锻炼的喜好有差异

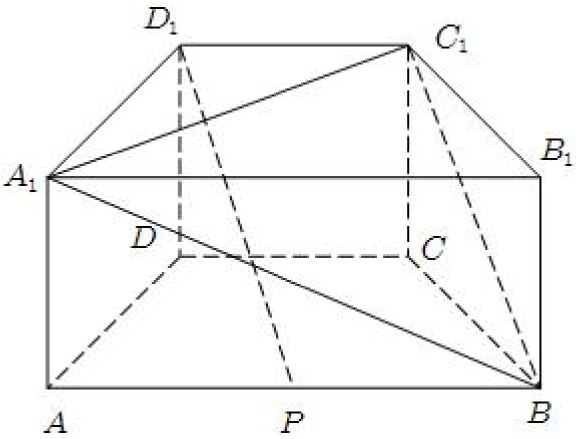
D：由 C 知，根据小概率值$\alpha=0.001$ 的独立性检验，男女生对体育锻炼的喜好没有差异.

故答案为：ACD

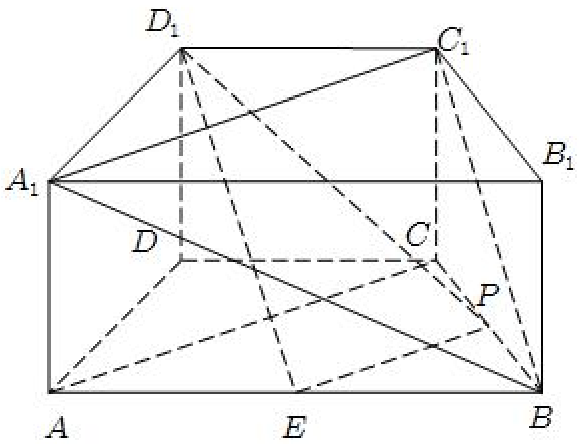
【分析】根据题意求出 q、p，补全 2×2 列联表，分析数据，利用卡方计算公式求出K^2，结合独立性检验的思想依次判断选项即可.

11.【答案】A,B,C

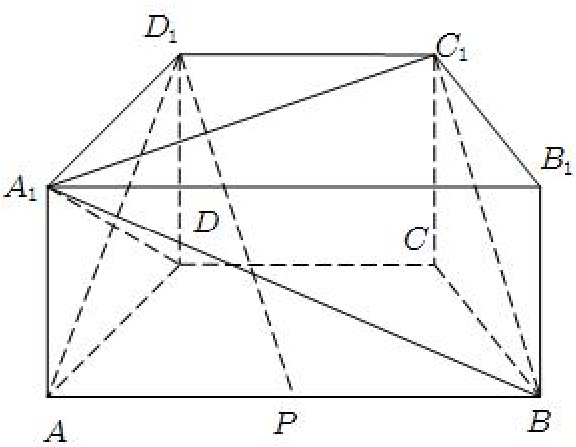
【解析】【解答】A 选项，当 P 是 AB 的中点时，依题意可知 $C_1D_1//DC//PB$，$C_1D_1=DC=PB$ ，所以四边形 D_1PBC_1 是平行四边形，所以 $D_1P//C_1B$ ，由于 $D_1P\not\subset$ 平面 A_1BC_1 ， $C_1B\subset$ 平面 A_1BC_1 ，所以 $D_1P//$ 平面 A_1BC_1 ，A 选项正确.



B 选项,设 E 是 AB 的中点，P 是 BC 的中点,由上述分析可知 $D_1E//$ 平面 A_1BC_1 .由于 $PE//AC//A_1C_1$ ，$PE \not\subset$ 平面 A_1BC_1 ，$A_1C_1 \subset$ 平面 A_1BC_1 ，所以 $PE//$ 平面 A_1BC_1 .由于 $D_1E \cap PE = E$ ，所以平面 $D_1PE//$ 平面 A_1BC_1 ，所以 $D_1P//$ 平面 A_1BC_1 .B 选项正确.



C 选项,根据已知条件可知四边形 ADD_1A_1 是正方形,所以 $A_1D \perp D_1A$,由于 $AB \perp AD$ ，$AB \perp AA_1$ ，$AD \cap AA_1 = A$ ，所以 $AB \perp$ 平面 ADD_1A_1 ，所以 $AB \perp A_1D$.由于 $D_1A \cap AB = A$ ，所以 $A_1D \perp$ 平面 AD_1P ，所以 $A_1D \perp D_1P$ .C 选项正确.



D 选项，建立如图所示空间直角坐标系， $A_1(2，0，2)$，$B(2，4，0)$，$C_1(0，2，2)$ ，