

2024~2025 学年度第一学期高二数学期中考试

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分. 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答题前, 考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚.
3. 考生作答时, 请将答案答在答题卡上. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试题卷、草稿纸上作答无效.
4. 本卷命题范围: 人教 A 版选择性必修第一册第一章~第三章第 1 节.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设向量 $\vec{a} = (1, 2, m)$, $\vec{b} = (2, 0, -1)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $m =$ ()

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

【答案】D

【解析】

【分析】根据空间向量垂直, 结合题中所给的向量的坐标, 利用空间向量垂直的坐标表示, 求得结果.

【详解】由 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

$$\therefore \vec{a} = (1, 2, m), \vec{b} = (2, 0, -1),$$

$$\therefore 1 \times 2 + 2 \times 0 + m \times (-1) = 0, \text{ 解得 } m = 2$$

故选: D

2. 过点 $P(1, 1)$, 且在 y 轴上的截距为 2 的直线方程为 ()

- A. $2x + y - 2 = 0$ B. $2x - y + 4 = 0$ C. $x + y - 2 = 0$ D. $x - y + 2 = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据条件设出直线的斜截式方程, 联立方程组即可解得.

【详解】显然斜率存在, 可设直线方程为 $y = kx + b$,

$$\text{则 } \begin{cases} 1 = k + b \\ b = 2 \end{cases}, \text{ 所以 } k = -1,$$

所以直线方程为 $y = -x + 2$, 即 $x + y - 2 = 0$.

故选：C

3. 已知椭圆 $C: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点分别为 F_1, F_2 , 点 $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 2\right)$ 是 C 上一点, 且 $|AF_1| + |AF_2| = 4\sqrt{2}$, 则 C 的方程为 ()

A. $\frac{y^2}{32} + \frac{7x^2}{4} = 1$ B. $\frac{y^2}{8} + x^2 = 1$ C. $\frac{y^2}{32} + \frac{63x^2}{256} = 1$ D. $\frac{y^2}{8} + \frac{15x^2}{64} = 1$

【答案】B

【解析】

【分析】根据椭圆的定义可求得 a , 代入点 A 的坐标, 可求得 b , 可求椭圆方程.

【详解】因为点 A 是椭圆 C 上一点, 且 $|AF_1| + |AF_2| = 4\sqrt{2}$,

所以 $2a = 4\sqrt{2}$, 解得 $a = 2\sqrt{2}$, 所以椭圆方程为 $\frac{y^2}{8} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (2\sqrt{2} > b > 0)$,

又点 $A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 2\right)$ 是椭圆 C 上一点, 所以 $\frac{2^2}{8} + \frac{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}{b^2} = 1$, 解得 $b = 1$,

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{y^2}{8} + x^2 = 1$.

故选：B.

4. 已知点 $(0, -1)$ 在圆 $x^2 + y^2 - 2x - my + 2 = 0$ 的外部, 则实数 m 的取值范围为 ()

A. $(-3, +\infty)$ B. $(-3, 2)$ C. $(-3, -2) \cup (2, +\infty)$ D. $(-2, 2)$

【答案】C

【解析】

【分析】首先方程需要满足 $D^2 + E^2 - 4F > 0$ 才是圆的方程, 由点与圆的位置关系可知, 当点在圆外时, 点到圆心距离大于半径, 即带点到圆的方程坐标, 结果会大于 0

【详解】由题意可知 $\begin{cases} 0+1-0+m+2 > 0 \\ (-2)^2 + m^2 - 4 \times 2 > 0 \end{cases}$, 解得 $-3 < m < -2$ 或 $m > 2$.

故选：C

5. 两平行直线 $mx - 3y - 2 = 0$ 与 $4x - 6y - 7 = 0$ 之间的距离为 ()

A. $\frac{\sqrt{13}}{26}$

B. $\frac{\sqrt{13}}{13}$

C. $\frac{3\sqrt{13}}{26}$

D. $\frac{5\sqrt{13}}{26}$

【答案】C

【解析】

【分析】先由两直线平行求出 $m=2$ ，再代入两平行直线间距离公式求解即可；【详解】由题意知 $\frac{m}{4} = \frac{-3}{-6} \neq \frac{-2}{-7}$ ，所以 $m=2$ ，

则 $4x-6y-7=0$ 化为 $2x-3y-\frac{7}{2}=0$ ，

所以两平行直线 $2x-3y-2=0$ 与 $4x-6y-7=0$ 之间的距离为 $d = \frac{\left| -2 + \frac{7}{2} \right|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{3\sqrt{13}}{26}$ 。

故选：C。

6. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的左、右焦点， P 为 Γ 上一点，则 $\frac{1}{|PF_1|} + \frac{1}{|PF_2|}$ 的最小值为（ ）

A. 1

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】利用椭圆的定义知 $|PF_1| + |PF_2| = 4$ ，利用基本不等式即可求出 $\frac{1}{|PF_1|} + \frac{1}{|PF_2|}$ 的最小值。【详解】因为 F_1, F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点， P 在椭圆上运动，

所以 $|PF_1| + |PF_2| = 4$ 。

所以 $4 = |PF_1| + |PF_2| \geq 2\sqrt{|PF_1| \cdot |PF_2|}$ ，所以 $|PF_1| \cdot |PF_2| \leq 4$ （当且仅当 $|PF_1| = |PF_2|$ 时等号成立）。

所以 $\frac{1}{|PF_1|} + \frac{1}{|PF_2|} = \frac{|PF_1| + |PF_2|}{|PF_1| \cdot |PF_2|} \geq \frac{4}{4} = 1$ 。

即 $\frac{1}{|PF_1|} + \frac{1}{|PF_2|}$ 的最小值为 1。

故选：A

7. 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 1$ ，过圆 C 外一点 P 作 C 的两条切线，切点分别为 A, B 。若 $\angle APB = 120^\circ$ ，则

$$|AB| = (\quad)$$

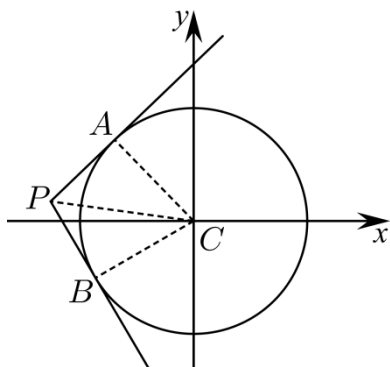
- A. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据圆心和半径以及切线性性质可知 $\triangle ABC$ 为正三角形，即可得 $|AB|=1$.

【详解】易知圆 C 的圆心坐标为 $C(0,0)$ ，半径 $AC=1$ ，连接 AC, BC, PC ，如下图所示：



利用对称性由 $\angle APB = 120^\circ$ 可知 $\angle APC = 60^\circ$ ，又易知 $PA \perp AC$ ，所以可得 $\angle ACP = \angle BCP = 30^\circ$ ，

即 $\angle ACB = 60^\circ$ ，又 $|AC| = |BC| = 1$ ，

所以 $\triangle ABC$ 为正三角形，即可得 $|AB|=1$ ；

故选：B

8. 在四面体 $ABCD$ 中， $AB = AC = AD = 2$ ， $AB \perp$ 平面 ACD ， $\angle CAD = 60^\circ$ ，点 E, F 分别为棱

BC, AD 上的点，且 $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{EC}$ ， $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{FD}$ ，则直线 AE 与直线 CF 夹角的余弦值为 ()

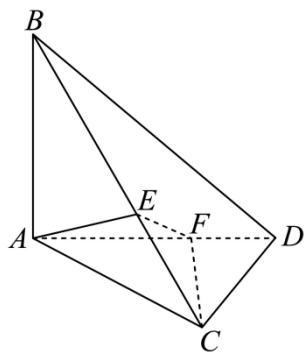
- A. $\frac{3\sqrt{70}}{35}$ B. $\frac{2\sqrt{70}}{35}$ C. $\frac{\sqrt{70}}{35}$ D. $\frac{\sqrt{70}}{70}$

【答案】A

【解析】

【分析】以 $\overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{AD}$ 为空间向量的基底，表示出 $\overrightarrow{AE}$ 和 $\overrightarrow{CF}$ ，利用空间向量的数量积，求异面直线的夹角.

【详解】如图：



因为 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ ，所以 $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{4}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$ ，

则 $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ ，

又 $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{FD}$ ，所以 $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ ，

则 $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$ ，

又 $AB \perp$ 平面 ACD ， $AC, AD \subset$ 平面 ACD ，所以 $AB \perp AC$ ， $AB \perp AD$ ，

即 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ ，

又 $\angle CAD = 60^\circ$ ，所以 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 2 \times 2 \times \frac{1}{2} = 2$

所以 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CF} = \left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}\right)$

$= \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}^2 = 0 - 0 + \frac{1}{2} \times 2 - \frac{3}{4} \times 2^2 = -2$ ，

$|\overrightarrow{AE}| = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ， $|\overrightarrow{CF}| = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}\right)^2} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$ ，

$\cos\langle\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{CF}\rangle = \frac{\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{CF}}{|\overrightarrow{AE}||\overrightarrow{CF}|} = \frac{-2}{\frac{\sqrt{10}}{2} \times \frac{2}{3}\sqrt{7}} = -\frac{3\sqrt{70}}{35}$

所以

则直线 AE 与直线 CF 夹角的余弦值为 $\frac{3\sqrt{70}}{35}$ 。

故选：A

【点睛】方法点睛：以 $\overrightarrow{AB}$ ， $\overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{AD}$ 为空间向量的基底，表示出 $\overrightarrow{AE}$ 和 $\overrightarrow{CF}$ ，利用空间向量的数量积，

求异面直线的夹角.

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 下列关于曲线 $C: \frac{x^2}{9} + y^4 = 1$ 性质的描述正确的是 ()

A. 关于 x 轴对称

B. 关于原点对称

C. 关于直线 $y = x$ 对称

D. 所围成的图形的面积小于 12

【答案】ABD

【解析】

【分析】把曲线中 $C: \frac{x^2}{9} + y^4 = 1$ 的 (x, y) 同时换成 $(x, -y)$ 判断 A，把曲线中 $C: \frac{x^2}{9} + y^4 = 1$ 的 (x, y) 同时换成 $(-x, -y)$ 判断 B，把曲线中 $C: \frac{x^2}{9} + y^4 = 1$ 的 (x, y) 同时换成 (y, x) 判断 C，根据 $|x| \leq 3, |y| \leq 1$ 判断 D

【详解】把曲线中 $C: \frac{x^2}{9} + y^4 = 1$ 的 (x, y) 同时换成 $(x, -y)$,

方程变仍为 $\frac{x^2}{9} + y^4 = 1$ ，所以曲线关于 x 轴对称，故 A 对；

把曲线中 $C: \frac{x^2}{9} + y^4 = 1$ 的 (x, y) ，同时换成 $(-x, -y)$ ，

方程变仍为 $\frac{x^2}{9} + y^4 = 1$ ，所以曲线关于原点对称，故 B 对；

把曲线中 $C: \frac{x^2}{9} + y^4 = 1$ 的 (x, y) ，同时换成 (y, x) ，

方程变为： $\frac{y^2}{9} + x^4 = 1$ ，所以曲线不关于直线 $y = x$ 对称，故 C 错；

由 $\frac{x^2}{9} + y^4 = 1$ 可得， $\frac{x^2}{9} \leq 1 \Rightarrow |x| \leq 3, y^4 \leq 1 \Rightarrow |y| \leq 1$ ，

所以所围成的图形的面积小于 $6 \times 2 = 12$ ，故 D 对，

故选：ABD

10. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，若 AA_1 ， BC 的中点分别为 M ， N ，则 ()

A. $MN \perp CC_1$

B. 平面 $A_1BC_1 \parallel$ 平面 AD_1C

C. $B_1N \perp D_1M$

D. 点 D 到平面 D_1MN 的距离为 $\frac{8\sqrt{29}}{29}$

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据面面平行的判定定理判断 B，建立空间直角坐标系，利用向量法判断线线关系判断 AC，根据点面距离的向量公式求解距离判断 D.

【详解】因为 $AA_1 \parallel CC_1$ ，且 $AA_1 = CC_1$ ，则 AA_1C_1C 为平行四边形，

可得 $A_1C_1 \parallel AC$ ，且 $A_1C_1 \not\subset$ 平面 ACD_1 ， $AC \subset$ 平面 ACD_1 ，

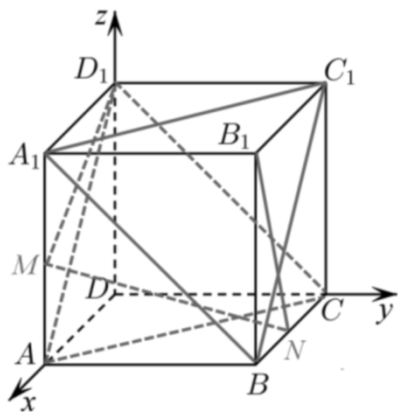
所以 $A_1C_1 \parallel$ 平面 ACD_1 ，因为 $AB \parallel C_1D_1$ ，且 $AB = C_1D_1$ ，则 ABC_1D_1 为平行四边形，

可得 $AD_1 \parallel BC_1$ ，且 $BC_1 \not\subset$ 平面 ACD_1 ， $AD_1 \subset$ 平面 ACD_1 ，

所以 $BC_1 \parallel$ 平面 ACD_1 ，又 $BC_1 \cap A_1C_1 = C_1$ ， $BC_1, A_1C_1 \subset$ 平面 A_1C_1B ，

所以平面 $A_1C_1B \parallel$ 平面 ACD_1 ，故 B 正确；

如图，



分别以 DA, DC, DD_1 为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系，则 $D(0,0,0)$ ， $A(2,0,0)$ ， $C(0,2,0)$ ，

$D_1(0,0,2)$ ， $B(2,2,0)$ ， $C_1(0,2,2)$ ， $B_1(2,2,2)$ ， $A_1(2,0,2)$ ， $M(2,0,1)$ ， $N(1,2,0)$ ，

$\overrightarrow{MN} = (-1, 2, -1)$ ， $\overrightarrow{CC_1} = (0, 0, 2)$ ， $\overrightarrow{B_1N} = (-1, 0, -2)$ ， $\overrightarrow{D_1M} = (2, 0, -1)$ ，

$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CC_1} = -2 \neq 0$ ， $\overrightarrow{B_1N} \cdot \overrightarrow{D_1M} = -2 + 0 + 2 = 0$ ，

故 $MN \perp CC_1$ 不成立， $B_1N \perp D_1M$ 成立，故 A 错误，C 正确；

设平面 D_1MN 的法向量 $\vec{n} = (x, y, z)$, $\overrightarrow{D_1M} = (2, 0, -1)$, $\overrightarrow{MN} = (-1, 2, -1)$,

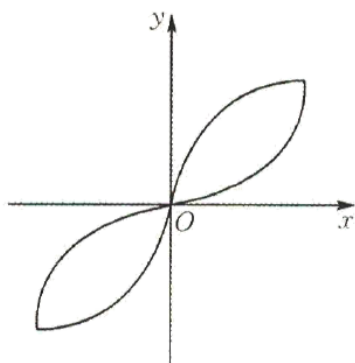
$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{D_1M} = 2x - z = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{MN} = -x + 2y - z = 0 \end{cases}, \text{ 令 } x = 2, \text{ 则 } z = 4, y = 3, \text{ 即 } \vec{n} = (2, 3, 4),$$

又 $\overrightarrow{DD_1} = (0, 3, 0)$,

所以 $d = \frac{|\overrightarrow{DD_1} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{8}{\sqrt{29}} = \frac{8\sqrt{29}}{29}$, 故点 D 到平面 D_1MN 的距离为 $\frac{8\sqrt{29}}{29}$, 故 D 正确.

故选: BCD

11. 如图, 曲线 C 可以看作“蝴蝶结”的一部分, 已知曲线 C 上除原点外的所有点均满足其到原点的距离的立方与该点横纵坐标之积的绝对值的商恒为定值 a ($a > 0$), 则 ()



A. 曲线 C 关于直线 $y = x$ 对称

B. 曲线 C 经过点 $(-1, -1)$, 其方程为 $(x^2 + y^2)^3 = 2\sqrt{2}|xy|$

C. 曲线 C 围成的图形面积小于 $\frac{a^2\pi}{8}$

D. 存在 $a \in (2, 6)$, 使得曲线 C 上有 5 个整点 (即横、纵坐标均为整数的点)

【答案】ACD

【解析】

【分析】首先根据已知条件求出曲线方程, 再运用曲线的对称性、放缩解决曲线所围图形面积以及整点的概念, 分别分析每个选项.

【详解】对于 A, 先求曲线方程, 设曲线 C 上一点 (x, y) ($xy > 0$),

$$\frac{\sqrt{x^2 + y^2}^3}{xy} = a, \text{ 即 } (x^2 + y^2)^3 = a^2 x^2 y^2.$$

若点 (x, y) 在曲线 C 上, 则 (y, x) 也满足曲线方程 $(y^2 + x^2)^3 = a^2 y^2 x^2$,

所以曲线 C 关于直线 $y=x$ 对称, A 选项正确.

对于 B, 将 $(-1, -1)$ 代入曲线方程 $(x^2 + y^2)^3 = a^2 x^2 y^2$, 得 $(1+1)^3 = a^2$, 即 $8 = a^2$, $a = 2\sqrt{2}$, 此时方程为 $(x^2 + y^2)^3 = 8x^2 y^2$, B 选项错误.

对于 C, $(x^2 + y^2)^3 = a^2 x^2 y^2 \leq a^2 \times (\frac{x^2 + y^2}{2})^2$, 则 $x^2 + y^2 \leq \frac{a^2}{4}$,

所以 C 在以圆心为 O , 半径为 $\frac{a}{2}$ 的圆内, 结合图形知道 $S < \frac{\pi}{2} \times \frac{a^2}{4} = \frac{\pi a^2}{8}$, C 选项正确.

对于 D, 由于 $x^2 + y^2 \leq \frac{a^2}{4} < 9$, 所以 $x \in [0, 3), y \in [0, 3)$,

由曲线 C 的对称性可知, 要使曲线 C 上有 5 个整点,

则曲线 C 在第一象限内有两个整点, 当整点为 $(1, 1)$ 时, $a = 2\sqrt{2}$,

此时整点 $(-1, -1), (0, 0)$ 都在曲线 C 上, 共有 3 个整点, 不满足题意;

当整点为 $(1, 2)$ 时, $a = \frac{5\sqrt{5}}{2} \in (2, 6)$, 此时整点 $(2, 1), (-1, -2), (-2, -1), (0, 0)$ 均在曲线 C 上,

且 $(2, 2), (1, 1)$ 均不在曲线 C 上, 共有 5 个整点, 满足题意, D 正确.

故选: ACD.

【点睛】关键点点睛: 本题关键是找准图形的信息, 求出曲线方程, 后运用性质, 如对称性, 整点, 面积借助放缩成半圆即可求解.

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知直线 $l_1: 3x - 2y + 3 = 0, l_2: ax - y - a = 0$, 若 $l_1 \perp l_2$, 则 $a =$ _____.

【答案】 $-\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】根据直线垂直的充要条件可解.

【详解】若 $l_1 \perp l_2$, 则 $3a + (-2) \times (-1) = 0$, 解得 $a = -\frac{2}{3}$.

故答案为: $-\frac{2}{3}$

13. 圆 $C_1: x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ 相交于 A 、 B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

【答案】4

【解析】

【分析】先求出相交弦所在直线的方程, 然后根据圆的弦长的求法求解即可.

【详解】由圆 $C_1: x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$,

两圆相减得公共弦 AB 所在直线方程为: $2x - y + 1 = 0$,

有圆 $C_1: (x-2)^2 + y^2 = 9$, 可得圆心 $C_1(2, 0)$, 半径 $r_1 = 3$,

所以圆心 C_1 到直线 AB 的距离 $d = \frac{|4-0+1|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \sqrt{5}$,

所以 $|AB| = 2\sqrt{r_1^2 - d^2} = 2\sqrt{3^2 - 5} = 4$.

故答案为: 4.

14. 设 F_1, F_2 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 过点 F_1 且倾斜角为 60° 的直线与椭圆 C 交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 3|F_1B|$, 则椭圆 C 的离心率为_____.

【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 将直线和椭圆联立消元得 $y_1 + y_2 = \frac{2\sqrt{3}b^2c}{3b^2 + a^2}, y_1y_2 = \frac{-b^4}{3b^2 + a^2}$, 由

$|AB| = 3|F_1B|$ 可得 $y_1 = -2y_2$, 再结合 $b^2 = a^2 - c^2$ 化简可得 $c = \frac{2}{3}a$.

【详解】由题意, 直线 AB 过 $F_1(-c, 0)$ 且斜率为 $\sqrt{3}$, 所以直线 AB 为: $y = \sqrt{3}(x + c)$,

与椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 联立消去 x , 得 $\left(\frac{3a^2 + b^2}{3}\right)y^2 - \frac{2\sqrt{3}b^2c}{3}y - b^4 = 0$,

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $y_1 + y_2 = \frac{2\sqrt{3}b^2c}{3a^2 + b^2}, y_1y_2 = \frac{-3b^4}{3a^2 + b^2}$,

因为 $|AB| = 3|F_1B|$, 所以 $\overrightarrow{AF_1} = 2\overrightarrow{F_1B}$, 可得 $y_1 = -2y_2$,

代入上式得 $-y_2 = \frac{2\sqrt{3}b^2c}{3a^2 + b^2}, -2y_2^2 = \frac{-3b^4}{3a^2 + b^2}$, 消去 y_2 并化简整理得: $8c^2 = 3a^2 + b^2$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/157016201015006200>