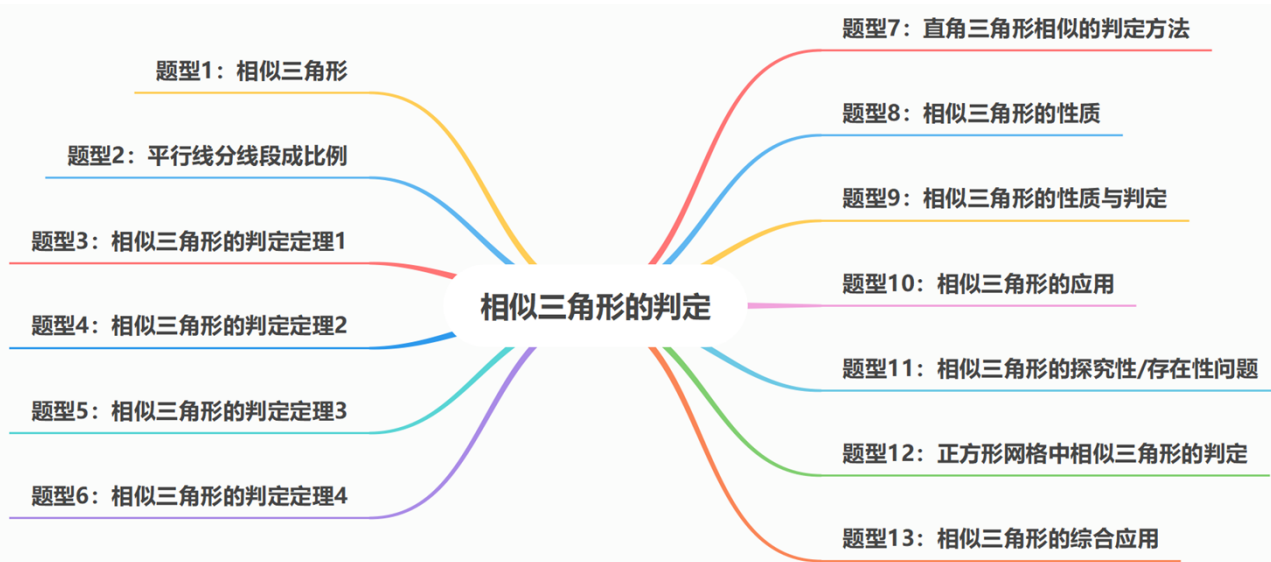


27.2 相似三角形的判定与性质



题型汇总



重要笔记

相似三角形

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，如果

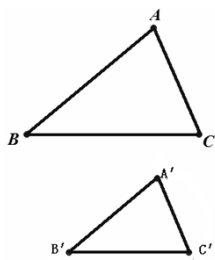
$$\angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C',$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k, \text{ 我们就}$$

说 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 相似，记作

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$. k 就是它们的

相似比，“ $\sim$ ”读作“相似于”。



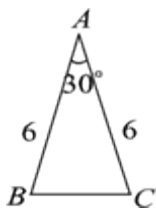
注意：

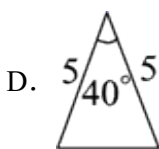
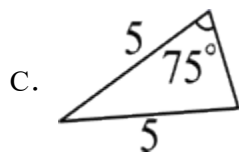
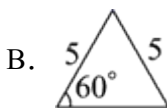
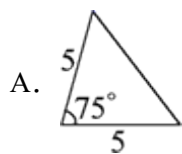
(1) 书写两个三角形相似时，要注意对应点的位置要一致，即 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ，则说明点 A 的对应点是 A'，点 B 的对应点是 B'，点 C 的对应点是 C'；

(2) 对于相似比，要注意顺序和对应的问题，如果两个三角形相似，那么第一个三角形的一边和第二个三角形的对应边的比叫做第一个三角形和第二个三角形的相似比. 当相似比为 1 时，两个三角形全等.

题型 1: 相似三角形

例题 1.1. 如图，已知 $\triangle ABC$ ，则下列 4 个三角形中，与 $\triangle ABC$ 相似的是()

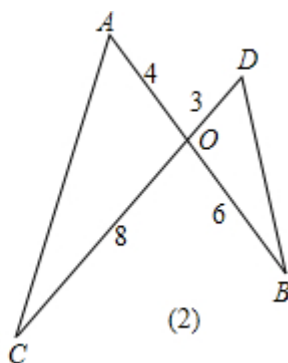
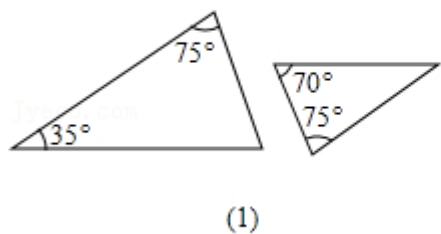




【变式 1-1】下列说法正确的是（ ）

- A. 有一个角等于 100° 的两个等腰三角形相似
- B. 两个矩形一定相似
- C. 有一个角等于 45° 的两个等腰三角形相似
- D. 相似三角形一定不是全等三角形

【变式 1-2】已知图（1）、（2）中各有两个三角形，其边长和角的度数已在图上标注，图（2）中 AB 、 CD 交于 O 点，对于各图中的两个三角形而言，下列说法正确的是（ ）

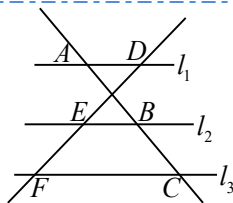
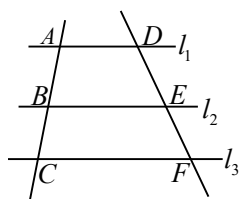


- A. 只有（1）相似
- B. 只有（2）相似
- C. 都相似
- D. 都不相似

平行线分线段成比例定理

两条直线被三条平行线所截，所得的对应线段成比例，简称为平行线分线段成比例定理。如图：如果

$l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，则 $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ ， $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$ ， $\frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$ 。



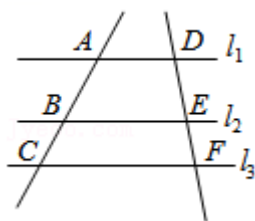
注意：若将所截出的小线段位置靠上的（如 AB ）称为上，位置靠下的称为下，两条线段合成的线段称为全，则可以形象的表示为

$$\frac{\text{上}}{\text{下}} = \frac{\text{上}}{\text{下}}, \quad \frac{\text{上}}{\text{全}} = \frac{\text{上}}{\text{全}}, \quad \frac{\text{下}}{\text{全}} = \frac{\text{下}}{\text{全}}.$$

题型 2：平行线分线段成比例

例题 2.如图，直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，直线 AC 交 l_1, l_2, l_3 于点 A, B, C ，直线 DF 交 l_1, l_2, l_3 于点 D, E, F 。若

$$\frac{AB}{BC} = \frac{4}{3}, \text{ 则 } \frac{DE}{DF} \text{ 的值为 ()}$$



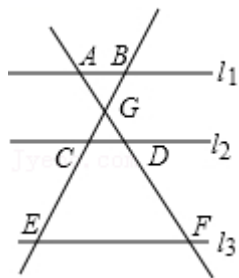
A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{7}$

D. $\frac{4}{7}$

【变式 2-1】如图， $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，则下列等式不成立的是 ()



A. $\frac{AD}{DF} = \frac{BC}{CE}$

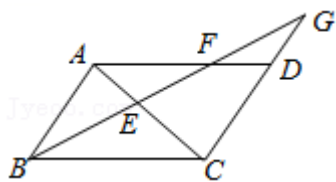
B. $\frac{AG}{AF} = \frac{BG}{BE}$

C. $\frac{CG}{GE} = \frac{CD}{FE}$

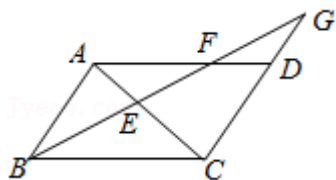
D. $\frac{AG}{GD} = \frac{BC}{CE}$

【变式 2-2】如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 F 是 AD 上的点， $AF=2FD$ ，直线 BF 交 AC 于点 E ，交 CD

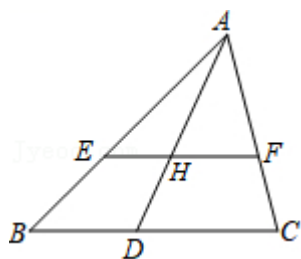
的延长线于点 G ，则 $\frac{BE}{EG}$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$



【变式 2-3】如图，已知点 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点，且 $EF \parallel BC$ ，点 D 是 BC 边上的点， AD 与 EF 交于点 H ，则下列结论中，错误的是（ ）



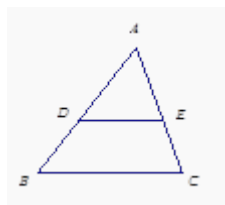
- A. $\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD}$ B. $\frac{AE}{AB} = \frac{EH}{HF}$ C. $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ D. $\frac{AE}{AB} = \frac{HF}{CD}$

相似三角形的判定定理（一）

平行于三角形一边的直线和其他两边相交，所构成的三角形和原三角形相似。

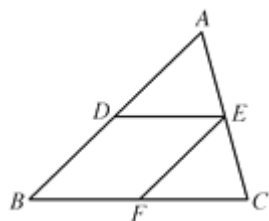
题型 3：相似三角形的判定定理 1

【例题 3】如图，点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上，下列条件不能使 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 相似的是（ ）

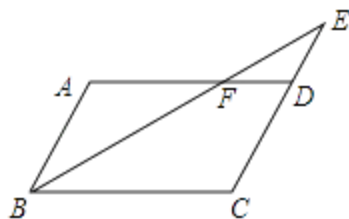


- A. $DE \parallel BC$ B. $AD : AB = DE : BC$
C. $AD : DB = AE : EC$ D. $\angle BDE + \angle DBC = 180^\circ$

【变式 3-1】如图， $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel AB$. 证明： $\triangle ADE \sim \triangle EFC$.



【变式 3-2】如图，平行四边形 ABCD 中，E 是 CD 的延长线上一点，BE 与 AD 交于点 F， $DE = \frac{1}{2}CD$ 。求证： $\triangle ABF \sim \triangle CEB$ 。



相似三角形的判定定理（二）

如果两个三角形的三组对应边的比相等，那么这两个三角形相似。

题型 4：相似三角形的判定定理 2

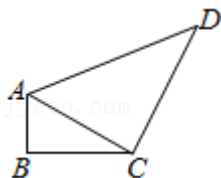
例题 4. 依据下列各组条件，说明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 是否相似，并说明理由。

(1) $AB=10cm$, $BC=12cm$, $AC=15cm$, $A'B'=150cm$, $B'C'=180cm$, $A'C'=225cm$ 。

(2) $AB=10cm$, $BC=8cm$, $AC=16cm$,

$A'B'=16cm$, $B'C'=12.8cm$, $A'C'=25.6cm$ 。

【变式 4-1】如图， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle ACB=30^\circ$ ， $AC=2$ ， $AD=4$ ， $DC=2\sqrt{3}$ 。求证： $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ 。



【变式 4-2】一个三角形三边的长分别为 $6cm$ ， $9cm$ ， $7.5cm$ ，另一个三角形三边的长分别为 $8cm$ ， $10cm$ ， $12cm$ ，这两个三角形相似吗？为什么？

相似三角形的判定定理（三）

如果两个三角形的两组对应边的比相等，并且相应的夹角相等，那么这两个三角形相似.

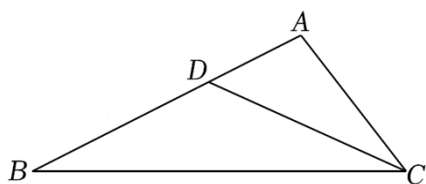
注意：

此方法要求用三角形的两边及其夹角来判定两个三角形相似，应用时必须注意这个角必需是两边的夹角，否则，判断的结果可能是错误的.

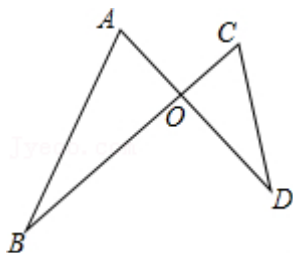
题型 5：相似三角形的判定定理 3

例 5.如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 AB 上一点，且 $AD=1$ ， $AB=3$ ， $AC=\sqrt{3}$.

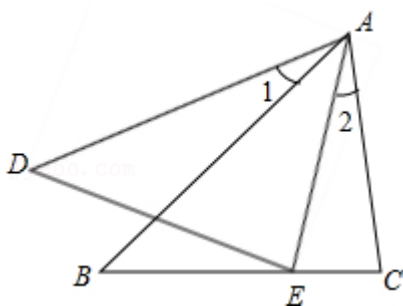
求证： $\triangle ACD \sim \triangle ABC$.



【变式 5-1】已知：如图， AD ， BC 交于点 O ， $AO \cdot DO = CO \cdot BO$ ，求证： $\triangle ABO \sim \triangle CDO$.



【变式 5-2】如图， $AB \cdot AE = AD \cdot AC$ ，且 $\angle 1 = \angle 2$ ，求证： $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.



相似三角形的判定定理（四）

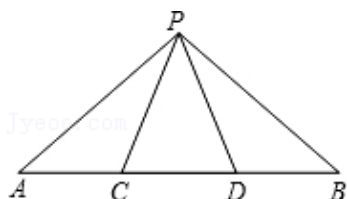
如果一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等，那么这两个三角形相似.

注意：

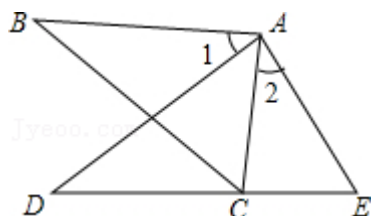
要判定两个三角形是否相似，只需找到这两个三角形的两个对应角相等即可，对于直角三角形而言，若有一个锐角对应相等，那么这两个三角形相似。

题型 6：相似三角形的判定定理 4

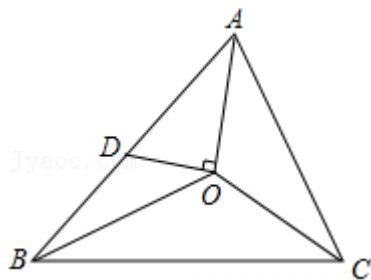
例题 6.如图，在 $\triangle PAB$ 中，点 C 、 D 在 AB 上， $PC=PD=CD$ ， $\angle APB=120^\circ$ ， $\triangle APC$ 与 $\triangle BPD$ 相似吗？为什么？



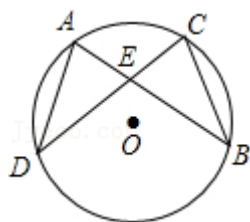
【变式 6-1】如图， $\angle B=\angle D$ ， $\angle 1=\angle 2$ 。求证： $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ 。



【变式 6-2】如图， O 是 $\triangle ABC$ 的三条角平分线的交点，过点 O 作 AO 的垂线交 AB 于点 D ，求证： $\triangle OBD \sim \triangle CBO$ 。

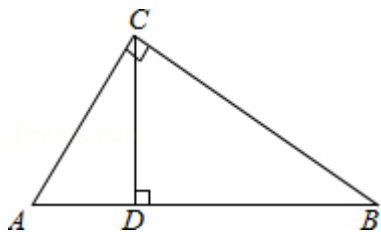


【变式 6-3】如图， $\odot O$ 中的弦 AB ， CD 相交于点 E ，求证： $\triangle AED \sim \triangle CEB$ 。

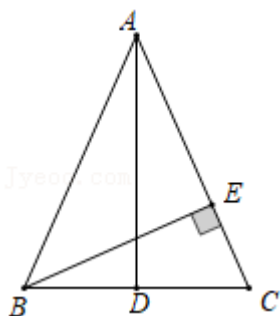


题型 7：直角三角形相似的判定方法

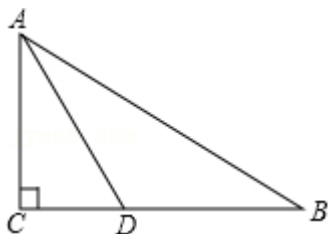
例题 7.已知：如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， CD 是斜边 AB 上高，找出图中的相似三角形，并说明理由.



【变式 7-1】如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， AD 是顶角 $\angle BAC$ 的角平分线， BE 是腰 AC 边上的高，垂足为点 E 。求证： $\triangle ACD \sim \triangle BCE$ 。



【变式 7-2】如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， D 是 BC 上一点，已知 $CD=1$ ， $AD=\sqrt{5}$ ， $AB=2\sqrt{5}$ 。求证： $\text{Rt}\triangle ADC \sim \text{Rt}\triangle BAC$ 。



相似三角形的性质

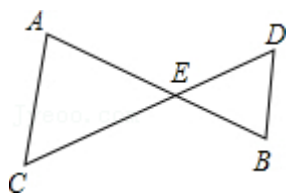
1. 相似三角形的对应角相等，对应边成比例.
2. 相似三角形对应线段的比等于相似比.

相似三角形的对应高、对应中线、对应角平分线的比等于相似比.

3. 相似三角形周长的比等于相似比
4. 相似三角形面积的比等于相似比的平方

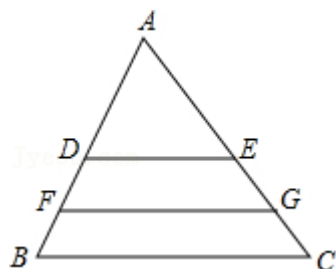
题型 8：相似三角形的性质

例题 8. 如图，已知 $\triangle ACE \sim \triangle BDE$ ， $AC=6$ ， $BD=3$ ， $AB=12$ ， $CD=18$ 。求 AE 和 DE 的长。



【变式 8-1】 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 6, 8, 10，和 $\triangle ABC$ 相似的 $\triangle A' B' C'$ 的最长边长 30，求 $\triangle A' B' C'$ 的另两条边的长、周长及最大角的大小。

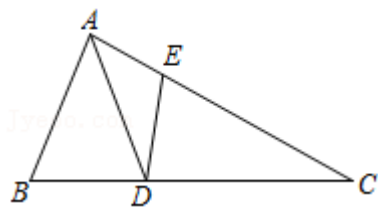
【变式 8-2】 如图，已知 $\triangle ADE \sim \triangle AFG \sim \triangle ABC$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积被线段 DE 、 FG 三等分，其中 $BC=12cm$ ，求线段 DE 和 FG 的长度。



题型 9：相似三角形的性质与判定

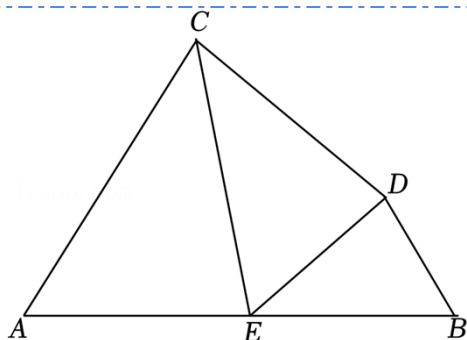
例题 9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 BC 边上，点 E 在 AC 边上，且 $AD=AB$ ， $\angle DEC = \angle ADB$ 。

- (1) 求证： $\triangle AED \sim \triangle ADC$ ；
- (2) 若 $AE=1$ ， $EC=3$ ，求 AB 的长。



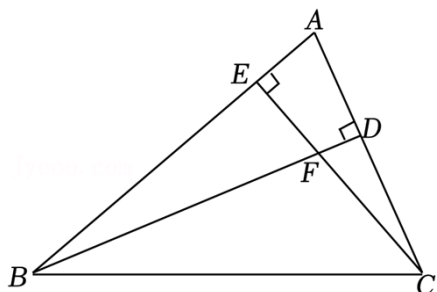
【变式 9-1】 如图， E 为 AB 上一点， $\angle A = \angle CED = \angle B$ ，连接 CD 。

- (1) 求证： $\triangle CAE \sim \triangle EBD$ ；
- (2) 若 CE 平分 $\angle ACD$ ， $CD=6$ ， $BD=3$ ，求 ED 的长。



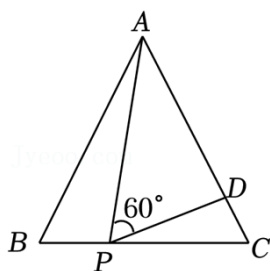
【变式 9-2】如图，已知，在锐角 $\triangle ABC$ 中， BD 和 CE 分别是边 AC 、 AB 上的高.

- (1) 求证: $\frac{AE}{EF} = \frac{AC}{BF}$;
- (2) 联结 AF , 求证: $AF \cdot BE = BC \cdot EF$.



【变式 9-3】如图，等边三角形 $\triangle ACB$ 的边长为 3，点 P 为 BC 上的一点，点 D 为 AC 上的一点，连接 AP 、 PD ， $\angle APD = 60^\circ$.

- (1) 求证: $\triangle ABP \sim \triangle PCD$;
- (2) 若 $PC = 2$ ，求 CD 的长.



题型 10: 相似三角形的应用

例题 10.《九章算术》中记载了一种测量古井水面以上部分深度的办法，如图所示，在井口 A 处立一垂直于井口的木杆 AB ，从木杆的顶端 B 观测井水水岸 D ，视线 BD 与井口的直径 CA 交于点 E ，若测得 $AB = 1$ 米， $AC = 1.6$ 米， $AE = 0.4$ 米，则水面以上深度 CD 为 ()

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/157060035040006120>