

摘 要

随着时代的发展,人们往往忽略了一个问题,在高中阶段,学生数学学习能力的培养不再是简单地掌握数学基本知识,而是要提升学生综合能力.但是许多高中生的数学逻辑推理水平差强人意,这就导致他们不能牢固的掌握数学基础知识,所以提高学生的数学逻辑推理能力,不仅可以加深对基础知识的理解,还能全面地提高学生的数学核心素养.

本文首先通过阅读文献资料和观摩教学视频,对学生的数学逻辑推理能力有了一定的了解,从数学逻辑推理的研究背景与意义出发.其次,论述了主要研究内容与方法,紧接着阐述了国内外研究现状,之后以皮亚杰的认知发展水平理论、多元智能理念和建构主义学习理论为理论基础.然后,总结出培养高中生数学逻辑推理能力的策略.最后,以《函数的单调性》为教学案例,对如何在教学环节体现数学逻辑推理进行详细的研究说明.

关键词: 数学逻辑推理; 高中数学; 培养

Abstract

With the development of the times, people often overlook a problem, in high school, the cultivation of students' mathematical learning ability is no longer simply to master the basic knowledge of Mathematics, but to improve students' comprehensive ability. However, many high school students' mathematical logical reasoning level is unsatisfactory, which leads to their inability to firmly grasp the basic knowledge of Mathematics, so improving students' mathematical logical reasoning ability can not only deepen the understanding of basic knowledge, but also comprehensively improve students' mathematical core literacy.

This paper first has a certain understanding of students' mathematical logical reasoning ability by reading literature materials and observing teaching videos, starting from the research background and significance of mathematical logical reasoning. Secondly, the main research contents and methods are discussed, followed by the current research status at home and abroad, and then Piaget's cognitive development level theory, multiple intelligence concept and constructivist learning theory are used as the theoretical basis. Then, strategies to develop high school students' mathematical logical reasoning ability are summarized. Finally, taking "The Monotonicity of Functions" as a teaching case, a detailed study and explanation of how to embody mathematical logical reasoning in teaching links is carried out.

Keywords: mathematical logical reasoning; senior high school Mathematics; cultivation

目 录

摘 要	I
Abstract.....	II
1 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究意义	1
1.3 研究内容与方法	2
1.4 国内外研究现状	3
2 理论基础.....	5
2.1 相关概念界定	5
2.2 皮亚杰认知发展理论	6
2.3 多元智能理论	7
2.4 建构主义	7
3 高中生数学逻辑推理能力的培养策略.....	9
3.1 训练数学语言，培养学生养成推理的习惯	9
3.2 注重情境设计，训练学生掌握问题的逻辑	10
3.3 进行变式训练，锻炼学生逻辑思维的能力	10
3.4 巩固基础知识，发展学生数学认知的结构	11
4 高中数学教学案例分析——以函数的单调性为例	13
4.1 教学内容解析	13
4.2 教学目标和重难点分析	13
4.3 学生学情分析	14
4.4 教学案例设计	15

5 总结	23
参考文献	24
致 谢	25

1 绪论

1.1 研究背景

国际竞争越来越激烈,我国越来越重视人才强国战略,以提升教育的国际竞争力.我国自新中国成立以来,一共经历了九次课程改革.2014年颁布的《教育部关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》首次提出了数学核心素养,之后不断对数学核心素养的框架进行完善 Error! Reference source not found.. 教师在进行数学课堂时,应该把党的教育方针进一步转化成核心素养,教学是连贯的,不是一蹴而就,数学教育也是如此,所以小学阶段应该让学生形成推理意识,初中阶段应该让学生形成推理能力,为高中阶段能够进行形式化的逻辑推理打下牢固的基础.在数学核心素养的背景下,对高中生的数学水平要求越来越严苛,所以对高中生数学逻辑推理能力的培养进行研究,正是落实了核心素养的要求,也是对党的教育方针的实践,同时也可以提升高中生的数学水平.

1.2 研究意义

在课程改革的背景下,核心素养一词备受关注,与之相关的文章和讨论也越来越多,但是对高中生数学逻辑推理能力的探究却寥若晨星,所以研究高中生数学逻辑推理能力,无论在理论上还是在实践上都具有十分重要的意义,具体意义如下:

(1) 理论意义

自从核心素养一词提出后,关于初中生数学逻辑推理的研究比比皆是,但是针对高中生逻辑推理的研究凤毛麟角,由此可见许多教师无法在教学中有意识地、自然而然地去培养学生的逻辑推理素养,同时教师还可以加强对数学逻辑推理的相关理论的学习与研究.通过对高中生的观察以及与老师和学生的交流,总结出了对高中生数学逻辑推理能力培养的合理化建议,同时为教育阶段数学逻辑推理能力的培养提供了案例参考,充足了相关理论研究,为教师进行教学提供了一定的参考.

(2) 实践意义

教师通过学生的解题准确率来了解学生的数学学习情况,通过批改作业,除了可以体现出学生对数学基础知识地掌握情况之外,同时有助于教师改进教学方法、优化教学内容和把握教学重难点,也能体现出学生独立思考的方式,体现学生的逻辑推理能力.在高中生学业水平测试中,逻辑推理可以渗透到各种类型的题目中,小到选择题大到压轴题.因此,培养高中生的数学逻辑推理能力可以发展学生的思维能力与创新能力,以促进学生的德智体美全面发展,落实立德树人的根本任务.

1.3 研究内容与方法

1.3.1 研究内容

学生若用数学的思维去探究广阔的世界 **Error! Reference source not found.**,必须具备精湛的数学逻辑推理能力,唯有如此,方能提升教学效能.所以,教师要重视高中数学课堂中学生的逻辑思维能力培养,这不仅是新课程改革对高中数学提出的要求,也是新课程标准下高考所提倡的一种学习方法和解题策略.在数学学科中,逻辑推理能力扮演着至关重要的角色,然而,我通过查阅资料和观摩优秀教学课堂发现,许多教师过于强调知识的传授,而忽视了培养高中生数学逻辑推理能力的重要性,在探究过程中,学生没有充足的时间进行数学逻辑推理,导致高中生在归纳过程中思路不清晰、表达不清楚、不了解算理等逻辑推理能力不足的现象.

本文首先以数学逻辑推理的背景与意义作为切入点,随即深入透彻地了解国内外研究现状,归纳总结了有关文献及案例.其次,整理分析与数学逻辑推理相关的基础理论,主要以皮亚杰认知发展理论、多元智能理论和建构主义理论为主.然后,论述如何培养高中生数学逻辑推理能力.在此基础上,对《函数的单调性》这一课进行教学案例分析,论述如何在教学过程中渗透数学逻辑推理.

1.3.2 研究方法

本文主要采用文献阅读法、访谈法和观摩法.在正式开始论文研究之前,通过中国知网、图书馆和百度学术等渠道查阅了与逻辑推理有关的资料,并进行分类整理总结,思考接下来如何对本文进行研究,

进一步了解高中生逻辑推理的水平与影响因素. 和高中数学教师面对面的交谈之后, 了解高中生数学逻辑推理的水平 and 影响因素, 以及在进行数学逻辑推理培养时存在的问题, 为本文研究提供依据, 并且还观摩了教师在课堂上如何引导学生进行逻辑推理, 同时观察学生上课的状态, 了解学生对数学逻辑推理的态度.

1.4 国内外研究现状

古往今来, 源远流长. 逻辑学是一门即古老又年轻的学科, 早在公元前 5 世纪, 就出现了他的身影——古希腊的形式逻辑、中国先秦的名辩逻辑. 如今的逻辑学, 早已不单单是哲学的分支了, 它正慢慢地潜入到其他学科之中, 数学家和数学研究者对逻辑推理的研究层层叠出.

(1) 国外研究现状

古希腊的伟大哲学家亚里士多德撰写的《工具论》, 标志着传统形式逻辑学的成立, 为逻辑推理发展奠定了基础. 他的三段论理论即演绎推理, 对西方逻辑学产生了空前绝后的影响 **Error! Reference source not found.**

莱布尼茨提出了通用符号的设想, 为科学研究的表述和实现理性推理演算提供了物质基础, 也为构建逻辑演算体系提供了理论基础. 随着通用符号和逻辑演算的普及, 逻辑代数和数理逻辑也得到了相应的发展, 为现代逻辑研究指明了方向.

20 世纪, 皮亚杰提出了认知发展理论, 认为儿童逻辑推理能力发展具有阶段性, 具体表现为: 小学生属于具体运算阶段, 其运算是零散的, 不完整的, 无法形成一个完整的体系; 初中生和高中生属于形式运算阶段, 能够进行抽象的逻辑思维完成逻辑推理 **Error! Reference source not found.**

数学家波利亚在《数学与猜想》一书中, 充分对归纳类比和合情推理进行了论述, 不仅要学习演绎推理, 也要重视合情推理. 全书内容丰富, 可供广大师生和数学爱好者进行学习与研究 **Error! Reference source not found.**

(2) 国内研究现状

我国的《墨子·墨经》中,有一句“以名举实,以辞抒意,以说出故”,其中说就是推理 **Error! Reference source not found.** 除此之外,《墨子·墨经》还提出了辟、侔、援、推等推理形式.

2015年,顾沛指出归纳推理在逻辑推理中的地位不亚于演绎推理,二者的重要性不相上下,在研究一个问题时,归纳推理通常可以帮助学者们理清思路,从而学者们可以快速的总结出结论,而演绎推理则通常被用于证明结论的正确与否.但是,数学学科的前进归根结底还是要靠演绎推理来辅助开展 **Error! Reference source not found.**

2016年,史宁中提出观点:逻辑推理的内涵与外延指的是“从某些问题的实际情况为前提,按照推理标准推导未知命题的素养过程”.在推理过程中,不同形式的推理具有独特的特征和共性,在解题过程中把他们有机地结合起来,才能最大地发挥他们的作用 **Error! Reference source not found.** 高中阶段是培养逻辑思维能力的关键时期,教师要注重对高中生进行科学有效的指导.只有那些具备逻辑推理能力的高中生,才能在解决问题时展现出他们严谨的态度和灵活的思维,因为逻辑推理并非天生就有的,而是需要他们不断努力才能获得的成果.在问题分析过程中,要思考已知条件之间的逻辑关系,引导学生抓住问题的核心,快速找到切实可行的解决方案.

2019年,田传奎在新课程研究期刊中,提出了一系列培养数学逻辑推理能力的策略,包括对教学内容进行改进、强化学生自主学习的意识和改革传统的教学方式等,旨在提高学生的综合素质和实践能力 **Error! Reference source not found.**

2020年,林雪在硕士论文中表明培养高中学生的数学逻辑推理能力是一个非常重要的目标,教师可以通过提升他们的创造力和应用意识,以便于让他们领悟到数学逻辑推理的含义,从而推动他们的数学逻辑推理能力的发展进步 **Error! Reference source not found.**

2022年,沈红梅在数学学习与研究期刊中,强调了数学逻辑推理能力的重要性,对于高中生来说这是一种不可或缺的能力,因为只有拥有出色的逻辑推理能力,学生才能在后续的数学学习过程中清晰地认识基础的或者有一定难度的数学知识,这对于学生的数学学习具有至关重要的意义 **Error! Reference source not found.**

2 理论基础

2.1 相关概念界定

2.1.1 逻辑

逻辑,一词源于古希腊语(logic),最初的解释是“词语”或者“言语”,后又引申为“思维”或者“言语”。逻辑这一学科最早是由亚里士多德创立的,其具有高度的抽象性,属于形式科学的分类。狭义上逻辑指思维的规律,在一定程度上指每个人对待事物的思考方式具有自己的规律性。广义而言,逻辑一词指的是人类思维活动中所遵循的规律,以及客观事物所存在的规律。逻辑主要包括形式逻辑和数理逻辑,在数学上常用的归纳逻辑和演绎逻辑属于形式逻辑。

2.1.2 逻辑推理

逻辑推理是指大脑思维在有序的进行运转的一个过程,即根据存在的客观事实或者必然发生的自然规则推理出命题的思考过程。在逻辑推理的范畴内,教师可以将其大致划分为两大类:一类是基于演绎的推理,另一类则是合情合理的推理。演绎推理是由一般性的定理,提供严谨的逻辑法进行推理得出结论,即从一般到特殊的推理。合情推理则由一般性的定理或者经验,经过推测得到某些结果的推理 **Error! Reference source not found.**这两种推理并非相互排斥,在问题解决或调研过程中,相辅相成,互相成就。

1.演绎推理

演绎推理一般是以一定的规则或者原理为出发点,进行分析判断或者推导得出结论的过程。演绎推理是一种必然性的推理,即所运用的规则或者原理都正确的前提下得出的结论一定是正确的。它对人保持严谨性的思维起到了不可替代的作用。

2.合情推理

合情推理包括归纳推理和类比推理,主要解释如下:

(1) 归纳推理

归纳推理是一种从个体到整体、从局部到整体的推理方式,它能够帮助学生更好地理解事物的本质和规律.其是通过一些已经知道的事物或者条件,通过自己的实践、研究、分析、比较等方式,对个别事物进行总结和概括,从而得到一般性的规律.但是,归纳推理得出的结论是不确定的 Error! Reference source not found..

(2) 类比推理

类比推理是指寻找事物之间的相同点根据需要做出相应的比较,本质上是由特殊到特殊的推理.由类比推理得出的结论不全是正确的,得经历严谨地证明才能判断其是否正确.

2.2 皮亚杰认知发展理论

皮亚杰认为人从出生到成熟的过程中,每个阶段与其他阶段都有着质的改变,并且各个阶段的认知发展不是跳跃的,是循序渐进的.从婴儿到青少年,其思维方式由简单到复杂,逐渐发展成抽象逻辑思维 Error! Reference source not found..皮亚杰在1970年第一次提出儿童认知发展阶段论,主要分为四个阶段:

(1) 0~2岁的儿童属于感知运动阶段:儿童在这个阶段获得客体永存性,就是儿童脱离了对某种事物的感知但是仍然相信并且能够感受到这个事物.婴儿喜欢“躲猫猫”游戏就是这个原理.

(2) 2~7岁的儿童属于前运算阶段:皮亚杰在划分每个阶段的标准时,除了将相对具体的运算视为准则外,还将相对抽象的、不可逆的运算视为准则.该阶段的学生通常以自己的主观印象去认识客观事物,因而其思维活动通常是相对具体的,相对不可以逆向思考的,并且无法进行抽象的逻辑运算.

(3) 7~12岁的儿童属于具体运算阶段:思维可逆性表现为守恒性,儿童能反向思考,对比分析所见到的事物.这个时期是一个人学习语言的最佳期,也是形成正确的逻辑思维方式的关键期,因此这一时期对于孩子的发展有着重要的意义.处在这一阶段的儿童,其分类与理解概念能力肉眼可见的增强了.

(4) 12~15 岁的儿童属于形式运算阶段：儿童处于形式运算的阶段, 此时他们不仅能够运用语言文字, 还能够根据各种概念、假设等条件进行假设演绎推理. 如果这个年龄组儿童有较好的假设演绎推理的习惯, 那么他们就能很容易地对一些数学问题做出合理有效的解答. 假设演绎推理是所有形式运算的基础, 因此, 评估儿童智力水平的重要标准之一是其是否具备推理能力.

15 岁以后, 学生的智力发展水平总的来看仍然处于形式运算阶段, 学生的智力水平不是停滞不前的, 他们的智力水平还在继续发展, 并且在此阶段, 学生在社会科学方面的思维方式比同一阶段的自然科学领域发展要慢一点. 从这一点来看, 可以得出一个结论: 培养学生自主进行数学逻辑推理效果最好的时间段是高中阶段.

2.3 多元智能理论

20 世纪 80 年代中期, 在加德纳所著的《智能结构》一书中, 首次提出了多元智能理论, 并在随后通过大量的实验测试进行改进, 这一理论自首次提出以来备受全球教育工作者的追捧. 多元智能理论主要包括言语、自我认识智能、数理逻辑等八种智能 **Error! Reference source not found.** 数理逻辑智能通常是指人在推理事件的逻辑因果关系时, 还指能够高效率地完成数学运算或者能够顺利进行逻辑推理. 数理逻辑智能包括数字运算能力、逻辑推理能力以及解决问题的能力.

最近几年, 许多一线教师逐步将多元智能理论应用到初高中的数学教学中, 因为每一个人的数学潜力都是不一样的, 所以需要重视学生之间的个体差异, 对他们进行个性化的教学, 让他们充分发挥出自己在逻辑推理等方面的潜力, 从而提升他们的数学水平.

2.4 建构主义

随着认知心理学的发展, 建构主义在此基础上逐渐诞生, 借助建构主义能够较好地阐述学生的认知发展规律, 是因为学生的认知发展水平和学生的学习变化程度有着千丝万缕的联系. 建构主义主要是学生通过一些情境并且借助一些外在条件,

再对其进行自主构建得到的. 也就是说建构主义强调教师要通过一定的情境去引导学生自主地构建属于自己的知识体系, 在传授新的知识点时, 要考虑学生已经学习过的知识是否与新的知识有联系, 要始终环绕学生已经形成的旧的知识体系, 这将有助于学生迅速地将新知融入到原有知识体系中去, 从而提高课堂效率. 由此可见, 建构主义强调了学生的主动性, 还强调了对学生的数学逻辑推理能力的培养.

因此, 在教学设计中, 教师应该注意创设情景, 最好是联系社会实践的情境, 让学生在探索中主动地去发现问题, 并且借助已有的知识去思考如何解决问题, 当他们发现已有的知识解决不了问题时, 可以激发学生探究新知的热情, 让学生意识到数学取自于生活并应用于生活, 进而让学生更好的熟悉新知, 并快速的将新知纳入旧的知识体系, 形成相应的知识结构.

3 高中生数学逻辑推理能力的培养策略

3.1 训练数学语言, 培养学生养成推理的习惯

学生的数学能力不仅可以通过课堂中学生的数学语言表达能力来反映, 还可以通过批改作业来反映. 在进行教学设计时, 应该多设计一点问题让学生多思考, 还可以设计一些动手操作的数学活动或者数学实验, 让学生对实践活动进行归纳总结, 提倡学生用数学语言进行表达, 这样有助于提高学生的数学语言水平, 主要是因为学生经常用数学语言进行表达, 可以促进数学认知结构的完善. 其中, 数学语言主要包含数学符号语言、数学文字语言和数学图形语言等. 数学符号语言指数学公式所用到的符号, 或者进行数学证明时所用到的数学符号等, 如 $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$. 数学文字语言是将数学定理, 概念, 命题等用数字和文字来表示的一种表达方式. 数学图形语言, 如通过直观的图表抽象出具体的数据从而有助于快速找到解决数学问题的“钥匙”, 快乐地在“数学城堡”里游玩, 找寻学习数学的快乐. 教师可以通过培养学生的数学语言, 让学生的数学思维能力得到提升.

数学逻辑推理是数学思维的一种, 并且数学逻辑推理是数学课堂中不可或缺的重要组成部分, 需要依赖数学语言来进行, 并且贯穿于数学学习生涯的每个阶段. 因此, 培养学生逻辑思维能力就显得尤为重要了. 在推理的过程中, 学生能够细致地观察每一个事物的微小细节, 以及它与其他事物的差异, 以便于抽离出来学生需要的条件, 为推理验证提供思路, 规范学生解题过程, 同时数学语言也可以简化证明思路.

以《向量坐标表示与运算》这一课为例, 为了便于计算, 通常用一对有序实数对 (x, y) 来表示向量的直角坐标如 $\overrightarrow{OA} = (2\sqrt{3}, 6)$, 对于“两个向量的数量积等于他们对应坐标的乘积的和”来说, 可以用数学语言 $a \cdot b = x_1x_2 + y_1y_2$ 来表示、“两个向量垂直”可以用数学语言 $a \cdot b = x_1x_2 + y_1y_2 = 0$ 来表示这样有助于提高学生的思考速度, 让他们的思维能力得到发展, 以便于让学生养成推理的习惯, 同时让解题过程更加的简洁.

3.2 注重情境设计, 训练学生掌握问题的逻辑

高中生的学习压力很大, 他们非常渴望获得进步, 这使他们忘却了学习的乐趣, 所以教师可以以兴趣为契机来培养学生的逻辑推理能力, 通过充满趣味性的故事或者游戏等情境设计, 引发学生对本节课的数学知识进行思考. 教师可以多和学生交流, 了解学生的日常生活和兴趣爱好, 将其融入到课堂中, 设计贴近学生日常生活和兴趣爱好的教学情境, 让学生能够在课堂上接触到熟悉的、喜欢的事物. 激发学生的兴趣, 有助于调动学生对数学课堂的热情, 使其能够全身心地投入到学习新知识的过程中, 从而避免对枯燥、严谨的数学推理产生抵触情绪. 在实际的教学过程中, 教师应当高度重视教学情境的设计, 并在设计过程中充分考虑学生的认知水平、学生的学习态度和学生的学习情况, 以确保教学效果的最大化, 然后通过整理这些情况整合教学的重点知识和知识难点, 通过有趣的情境设计引发学生对所学的知识产生浓厚的学习兴趣, 具体的情境设计有助于学生“身临其境”的感受数学问题, 将严谨的数学知识转化成熟悉的实际案例, 让学生用日积月累的生活经验去推导数学问题, 从而掌握解决数学问题的逻辑.

以《数列》这一课的教学引入为例, 国王要奖赏国际象棋的发明者, 让发明者自己提要求, 请在棋盘的第 1 个格子里放上 1 颗麦粒, 在第 2 个格子里放上 2 颗麦粒, 第 3 个格子里放上 4 颗麦粒……国王很高兴, 觉得这太容易了, 你觉得呢? 通过设计与国际象棋有关的故事情境, 提出“国王能否满足发明者要求”这个问题, 再询问学生每一个格子应该有多少颗麦粒? 学生回答: 1 、 2 、 2^2 、 2^3 …… 2^{63} . 教师在进行教学设计时, 融入趣味性的故事, 吸引学生的眼球, 有助于学生根据自身的生活经验推敲问题, 进而让学生抓住问题隐藏的逻辑并且参与到问题的逻辑推理中.

3.3 进行变式训练, 锻炼学生逻辑思维的能力

为了应付考试, 教师在初高中数学教学过程中, 通常采用传统的讲授法对学生进行新课的教学, 这样容易让学生的思维固化, 不能灵活解题,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/157103053010006062>