

专题 07 易错易混淆集训：等腰三角形中易漏解或多解的问题



易错点一 求长度时忽略三边关系

易错点二 当腰和底不明求角度时没有分类讨论

易错点三 三角形的形状不明时与高线及其他线结合没有分类讨论

典型例题

易错点一 求长度时忽略三边关系

例题 (2022·河北·石家庄石门实验学校八年级期末) 已知等腰三角形的两边长分别为 4 和 8, 则它的周长等于_____.

【答案】 20

【分析】 根据等腰三角形的性质, 本题要分情况讨论. 当腰长为 4 或是腰长为 8 两种情况.

【详解】 解: 等腰三角形的两边长分别为 4 和 8,

当腰长是 4 时, 则三角形的三边是 4, 4, 8, $4+4=8$ 不满足三角形的三边关系;

当腰长是 8 时, 三角形的三边是 8, 8, 4, 三角形的周长是 20.

故答案为: 20.

【点睛】 本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系; 已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况, 进行分类讨论, 还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答, 这点非常重要, 也是解题的关键.

【变式训练】

1. (2022·山东菏泽·八年级期末) 已知等腰三角形底边和腰的长分别为 6 和 5, 则这个等腰三角形的周长为 ()

A. 15

B. 16

C. 17

D. 18

【答案】 B

【分析】 根据等腰三角形的定义可知三边长为 6, 5, 5, 即可.

【详解】 根据题意可知等腰三角形的三边长为 6, 5, 5,

所以这个三角形的周长为 $6+5+5=16$.

故选: B.

【点睛】 本题主要考查了等腰三角形的定义, 掌握等腰三角形的两腰相等是解题的关键.

2. 已知实数 x, y 满足 $|x-5|+(y-10)^2=0$, 则以 x, y 的值为两边长的等腰三角形的周长是 ()

A. 20

B. 25

C. 20 或 25

D. 以上答案均不对

【答案】B

【解析】

【分析】

先根据非负数的性质列式求出 x 、 y 的值，再分 5 是腰长与底边两种情况讨论求解即可．

【详解】

解：∵ $|x-5|+(y-10)^2=0$ ， $|x-5|\geq 0$ ， $(y-10)^2\geq 0$

∴ $x-5=0$ ， $y-10=0$ ，

解得 $x=5$ ， $y=10$ ，

当 5 是腰长时，三角形的三边分别为 5、5、10，

∵ $5+5=10$ ，

∴ 不能组成三角形；

当 5 是底边时，三角形的三边分别为 5、10、10，

能组成三角形，周长 $=5+10+10=25$ ，

所以，三角形的周长为 25，

故选：B．

【点睛】

本题考查了三角形的三边关系，等腰三角形的性质，绝对值非负数，平方非负数的性质，根据几个非负数的和等于 0，则每一个算式都等于 0，求出 x 、 y 的值是解题的关键，难点在于要分情况讨论并且利用三角形的三边关系进行判断．

3.（2021·云南·富源县第七中学八年级期中）若等腰三角形的周长为 26cm ，一边为 8cm ，则腰长为_____．

【答案】 8cm 或 9cm 或 8cm

【分析】分 8cm 的边是腰长与底边长两种情况讨论求解即可．

【详解】解：① 8cm 是腰长时，底边为： $26-8\times 2=10\text{cm}$ ，

三角形的三边长分别为 8cm 、 8cm 、 10cm ，

∵ $8+8=16>10$ ，

∴ 能组成三角形，

② 8cm 是底边长时，腰长为： $\frac{1}{2}\times(26-8)=9\text{cm}$ ，

三角形的三边长分别 8cm 、 9cm 、 9cm ，

能组成三角形，

综上所述，该等腰三角形的腰长是 8cm 或者 9cm ．

故答案为： 8cm 或者 9cm ．

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，难点在于要分情况讨论并利用三角形的三边关系判定是否能组成

三角形.

4. (2022·湖北·公安县教学研究中心八年级期中) 等腰三角形周长为 35, 其中两边长之比为 3:1, 则底边长为_____.

【答案】5

【分析】已知等腰三角形的两边间的比例关系, 但是没有明确这两边哪边是底, 哪边是腰, 因此要分两种情况讨论.

【详解】解: 设等腰三角形的一边长为 $3x$, 则另一边长为 x ,

则等腰三角形的三边有两种情况: $3x, 3x, x$ 或 $x, x, 3x$,

则有: ① $3x+3x+x=35$, 得 $x=5$,

所以三边为: 15、15、5,

$5+15>15$, 符合三角形三边关系, 则底边长为 5;

② $x+x+3x=35$, 得 $x=7$,

所以三边为 7、7、21,

$7+7<21$, 不符合三角形三边关系, 舍去.

综上, 该等腰三角形的底边长为 5.

故答案为: 5.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系; 本题从边的方面考查三角形, 利用分情况讨论的思想方法求解是解题的关键.

5. (2021·山东烟台·七年级期中) 等腰三角形的两边长分别为 $7cm$, $15cm$, 其周长为_____ cm .

【答案】37

【分析】题目给出等腰三角形有两条边长为 $7cm$ 和 $15cm$, 而没有明确腰、底分别是多少, 所以要进行讨论, 还要应用三角形的三边关系验证能否组成三角形.

【详解】解: 由题意知, 应分两种情况:

①当腰长为 $7cm$ 时, 三角形三边长为 7, 7, 15,

$\because 7+7<15$,

$\therefore$ 不能构成三角形;

②当腰长为 $15cm$ 时, 三角形三边长为 7, 15, 15,

周长 $=2 \times 15 + 7 = 37$,

故答案为 37.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系; 已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两种情况, 分类进行讨论, 还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答, 这点非常重要, 也是解题的关键.

6. (2022·上海·上外附中七年级期末) 等腰三角形的周长是 50, 一边长为 10, 则其余两边长为 _____.

【答案】20, 20

【分析】根据等腰三角形的性质以及三角形三边之间的关系进行求解即可.

【详解】 $\because$ 等腰三角形的周长为 50,

$\therefore$ 当 10 为腰时, 它的底长 $= 50 - 10 - 10 = 30$, $10 + 10 < 30$, 不能构成等腰三角形, 舍去;

当 10 为底时, 它的腰长 $= (50 - 10) \div 2 = 20$, $10 + 20 > 20$, 能构成等腰三角形,

即它的另外两边长分别为 20, 20.

故答案为: 20, 20.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质和三角形三边之间的关系, 熟练地掌握相关内容是解题的关键.

7. 已知一个等腰三角形的三边长分别为 $2x-1, x+1, 3x-2$, 求这个等腰三角形的周长.

【答案】周长为 7 或者 10

【解析】

【分析】

分三种情况, 进行讨论, 结合三角形三边关系得出答案.

【详解】

①当 $2x-1 = x+1$ 时, 解 $x=2$, 此时 3, 3, 4, 能构成三角形.

此时周长为 10

②当 $2x-1 = 3x-2$ 时, 解 $x=1$, 此时 1, 2, 1 不能构成三角形.

③当 $x+1 = 3x-2$, 解得 $x = \frac{3}{2}$,

此时 $2, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}$, 能构成三角形, 周长为 $= 7$

综上, 三角形的周长为 7 或者 10.

【点睛】

本题考查等腰三角形性质, 以及三角形三边关系, 属于基础提高题.

易错点二 当腰和底不明求角度时没有分类讨论

例题 (2022·山东烟台·七年级期末) 若等腰三角形中有一个角等于 35° , 则这个等腰三角形的顶角的度数为 _____.

【答案】 35° 或 110°

【分析】根据等腰三角形两底角相等, 分别讨论当 35° 为顶角, 和当 35° 为底角两种情况即可得出答案.

【详解】解: 当 35° 为顶角时, 这个等腰三角形顶角的度数为 35° ;

当 35° 为底角时, 顶角度数为: $180^\circ - 35^\circ \times 2 = 110^\circ$;

故答案为: 35° 或 110° .

【点睛】本题考查等腰三角形的性质, 熟练掌握等腰三角形两底角相等是本题解题关键.

【变式训练】

1. (2022·陕西·西安爱知初级中学八年级阶段练习) 若等腰三角形有一个内角为 40° ，则它的顶角度数为_____.

【答案】 100° 或 40°

【分析】根据题意可分当顶角为 40° 时和底角为 40° 时进行分类求解即可.

【详解】解：①当顶角为 40° 时，则底角的度数为： $\frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$ ；

②当底角的度数为 40° 时，顶角的度数为 $180^\circ - 40^\circ \times 2 = 100^\circ$ ；

综上所述：它的顶角的度数为 40° 或 100° ；

故答案为： 40° 或 100° .

【点睛】本题主要考查等腰三角形的性质，解题的关键是熟练掌握等腰三角形的性质.

2. (2022·黑龙江牡丹江·八年级期末) 一个等腰三角形的一个外角等于 130° ，则这个等腰三角形的顶角度数是_____度.

【答案】 50 或 80 或 50

【分析】根据等腰三角形的一个外角等于 130° ，进行讨论可能是底角的外角是 130° ，也有可能顶角的外角是 130° ，从而求出答案.

【详解】解：当三角形底角的外角是 130° 时，则底角为： $180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ ，

$\therefore$ 顶角度数是 $180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$ ，

当顶角的外角是 130° 时，则顶角为： $180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ ，

综上所述，顶角为 50° 或 80° .

故答案为： 50 或 80 .

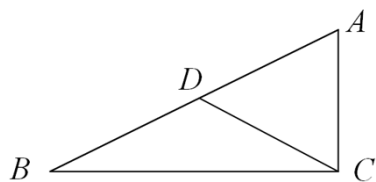
【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质，利用分类讨论思想解答是解题的关键.

3. (2022·陕西·交大附中分校七年级期末) 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 20^\circ$ ，在 AB 边上有一点 D ，若 CD 将 $\triangle ABC$ 分为两个等腰三角形，则 $\angle A =$ _____.

【答案】 100° ， 70° ， 40° 或者 10°

【分析】分 $BD=CD$ 、 $BC=CD$ 、 $BD=BC$ 三种情况讨论即可求解.

【详解】第一种情况： $BD=CD$ 时，如图，



$\because BD=CD$ ， $\angle B=20^\circ$ ，

$\therefore \angle B = \angle DCB = 20^\circ$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle B + \angle DCB = 40^\circ$ ，

(1) 当 $DA=DC$ 时， $\angle A = \angle ACD$ ，

$$\because \angle A + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ, \angle ADC = 40^\circ,$$

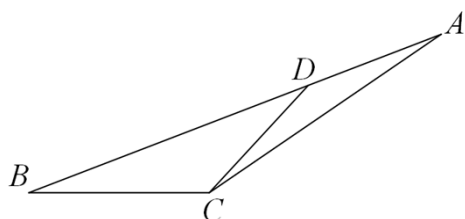
$$\therefore \angle A = \angle ACD = 70^\circ;$$

(2) 当 $DA = AC$ 时, 即有 $\angle ADC = \angle ACD = 40^\circ$,

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ADC - \angle ACD = 100^\circ;$$

(3) 当 $CD = CA$ 时, $\angle A = \angle ADC = 40^\circ$;

第二种情况: $BC = CD$ 时, 如图,



$$\because \angle B = 20^\circ, BC = CD,$$

$$\therefore \angle B = \angle BDC = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle BDC = 160^\circ,$$

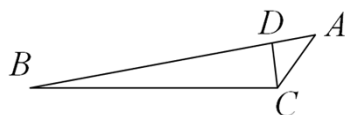
$\because \triangle ADC$ 是等腰三角形,

$\therefore$ 有 $\angle A = \angle ACD$,

$$\because \angle A + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 10^\circ;$$

第三种情况: $BC = BD$ 时, 如图,



$$\because BC = BD,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BCD,$$

$$\because \angle B = 20^\circ, \angle B + \angle BCD + \angle BDC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BDC = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle BDC = 100^\circ,$$

$\because \triangle ADC$ 是等腰三角形,

$\therefore$ 有 $\angle A = \angle ACD$,

$$\because \angle A + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 40^\circ;$$

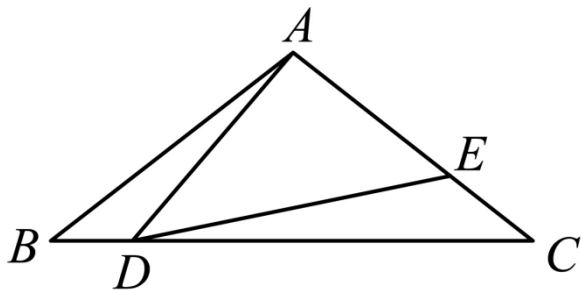
综上所述: $\angle A$ 的度数为: $70^\circ, 100^\circ, 40^\circ, 10^\circ$,

故答案为: $70^\circ, 100^\circ, 40^\circ, 10^\circ$.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质、三角形的内角和定理等知识, 掌握三角形的性质是解答本题的关

键.

4. (2022·江西赣州·八年级期末) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle ABC=40^\circ$, 点 D 在线段 BC 上运动 (点 D 不与点 B , C 重合), 连接 AD , 作 $\angle ADE=40^\circ$, DE 交线段 AC 于点 E . 当 $\triangle ADE$ 是等腰三角形时, $\angle BAD$ 的度数为_____.



【答案】 30° 或 60°

【分析】根据三角形内角和定理可得 $\angle BAC$ 的度数, $\triangle ADE$ 是等腰三角形, 分情况讨论: ① $AD=AE$ 时, ② $EA=ED$ 时, ③ $DA=DE$ 时, 分别求解即可.

【详解】解: $\because AB=AC$, $\angle ABC=40^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 100^\circ,$$

$$\because \angle ADE = 40^\circ,$$

$\triangle ADE$ 是等腰三角形, 分情况讨论:

① $AD=AE$ 时, $\angle AED = \angle ADE = 40^\circ$,

$$\therefore \angle DAE = 100^\circ,$$

此时 D 点与 B 点重合, 不符合题意;

② $EA=ED$ 时, $\angle EAD = \angle ADE = 40^\circ$,

$$\therefore \angle BAD = 100^\circ - 40^\circ = 60^\circ;$$

③ $DA=DE$ 时, $\angle DAE = \angle DEA = 70^\circ$,

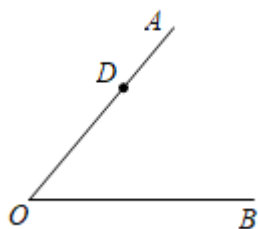
$$\therefore \angle BAD = 100^\circ - 70^\circ = 30^\circ,$$

综上, $\angle BAD$ 的度数为 60° 或 30° ,

故答案为: 60° 或 30° .

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质, 三角形的内角和定理, 熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键, 注意分情况讨论.

5. (2022·广东深圳·七年级期末) 如图, 已知 $\angle AOB=50^\circ$, 点 D 是边 OA 上一点, 在射线 OB 上取一点 C , 当 $\triangle OCD$ 是等腰三角形时, $\angle OCD$ 的度数为_____.



【答案】 50° 或 65° 或 80°

【分析】分三种情况讨论：①当 $OD=OC$ ，②当 $OD=DC$ ，③当 $OC=CD$ ，根据等腰三角形的性质以及三角形内角和定理即可得到结论．

【详解】解：①当 $OD=OC$ 时，

$$\angle OCD = \angle ODC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AOB) = 65^\circ;$$

②当 $OD=DC$ 时，

$$\angle OCD = \angle COD = 50^\circ;$$

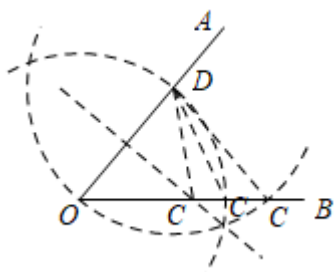
③当 $OC=CD$ 时，

$$\angle ODC = \angle COD = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle OCD = 180^\circ - \angle ODC - \angle COD = 80^\circ.$$

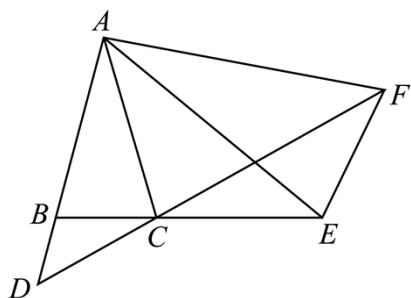
综上所述， $\angle OCD$ 的度数为 65° 或 50° 或 80° ．

故答案为： 65° 或 50° 或 80° ．



【点睛】本题考查了等腰三角形的性质以及三角形内角和定理，进行分类讨论是解题的关键．

6. (2022·四川成都·七年级期末) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， E 为线段 BC 延长线上一点，在 AE 的右侧作 $\triangle AEF$ ，使得 $AE=AF$ ， $\angle EAF = \angle BAC$ ，连接 FC 并延长交 AB 的延长线于点 D ，若 $\angle D = 45^\circ$ ，则当 $\triangle ABE$ 是等腰三角形时， $\angle AEB$ 的度数为_____．



【答案】 30° 或 52.5°

【分析】由“SAS”可证 $\triangle BAE \cong \triangle CAF$ ，可得 $\angle ABC = \angle ACF$ ，由三角形内角和定理可求 $\angle BAC = 30^\circ$ ，然后求出 $\angle ABC = 75^\circ$ ，最后根据 $AE = BE$ 或 $AE = AB$ 或 $AB = BE$ 进行讨论，即可求解。

【详解】解： $\because \angle EAF = \angle BAC$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle CAF$ ，

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle CAF$ 中
$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAE = \angle CAF, \\ AE = AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CAF$ (SAS)，

$\therefore \angle ABC = \angle ACF$ ，

$\because AB = AC$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ ，

$\because \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$ ， $\angle ACB + \angle ACF + \angle BCD = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle BCD$ ，

$\because \angle ABC = \angle D + \angle BCD$ ，

$\therefore \angle ABC = 45^\circ + \angle BAC = \angle ACB$ ，

$\because \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ ，

$\therefore 3\angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = 75^\circ$ ，

$\because \triangle ABE$ 是等腰三角形，

$\therefore AE = BE$ 或 $AE = AB$ 或 $AB = BE$ ，

当 $AE = BE$ 时，

$\therefore \angle ABE = \angle BAE = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle AEB = 30^\circ$ ，

当 $AB = BE$ 时，

$\therefore \angle AEB = \angle BAE = \frac{180^\circ - 75^\circ}{2} = 52.5^\circ$ ，

当 $AE = AB$ 时，

$\because AE > AC$ ，

$\therefore AE > AB$ ，

故 $AE = AB$ 不存在，

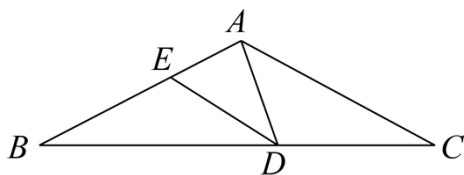
综上所述可知， $\angle AEB$ 的度数为 30° 或 52.5° 。

故答案为： 30° 或 52.5° 。

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，等腰三角形的性质，三角形内角和定理的应用，掌握全等

三角形的判定方法，证明 $\triangle BAE \cong \triangle CAF$ ，求出 $\angle BAC = 30^\circ$ ，是解题的关键。

7. (2022·江苏·八年级单元测试) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ， D 、 E 分别为 BC 、 AB 边上的动点，且 $\angle ADE=45^\circ$ ，若 $\triangle ADE$ 为等腰三角形，则 $\angle DAC$ 的大小为_____.



【答案】 30° 或 75° 或 52.5°

【分析】分 $AD=AE$ ； $EA=ED$ ； $DA=DE$ 三种情况进行讨论即可求解。

【详解】解：当 $AD=AE$ 时，

$$\therefore \angle AED = \angle ADE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = 180^\circ - 45^\circ \times 2 = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ \times 2 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle DAE = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ;$$

当 $EA=ED$ 时，

$$\therefore \angle DAE = \angle ADE = 45^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ \times 2 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle DAE = 120^\circ - 45^\circ = 75^\circ;$$

当 $DA=DE$ 时，

$$\therefore \angle ADE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = (180^\circ - 45^\circ) \div 2 = 67.5^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = \angle ABC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 30^\circ \times 2 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle DAE = 120^\circ - 67.5^\circ = 52.5^\circ.$$

综上所述， $\angle DAC$ 的大小为 30° 或 75° 或 52.5° 。

故答案为： 30° 或 75° 或 52.5° 。

【点睛】此题考查了等腰三角形的性质，等腰直角三角形的性质，难度适中，进行分类讨论是解题的关键。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/158007141125006055>