

数 学

第 I 卷 选择题(共 30 分)

一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 3 分,共 30 分.在每个小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 中国空间站位于距离地面约 400km 的太空环境中.由于没有大气层保护,在太阳光线直射下,空间站表面温度可高于零上 150°C ,其背阳面温度可低于零下 100°C .若零上 150°C 记作 $+150^{\circ}\text{C}$,则零下 100°C 记作(**B**)

A. $+100^{\circ}\text{C}$

B. -100°C

C. $+50^{\circ}\text{C}$

D. -50°C

2. 1949 年,伴随着新中国的诞生,中国科学院(简称“中科院”)成立.下列是中科院部分研究所的图标,其文字上方的图案是中心对称图形的是(**A**)



山西煤炭
化学研究所

A



东北地理与农业
生态研究所

B



西安光学精密
机械研究所

C



生态环境
研究中心

D

3. 下列运算正确的是(**D**)

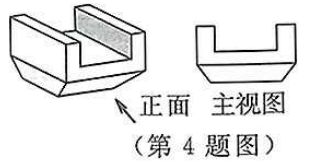
A. $2m + n = 2mn$

B. $m^6 \div m^2 = m^3$

C. $(-mn)^2 = -m^2n^2$

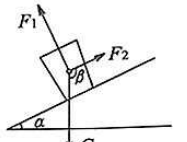
D. $m^2 \cdot m^3 = m^5$

4. 斗拱是中国古典建筑上的重要部件. 如图是一种斗形构件“三才升”的示意图及其主视图, 则它的左视图为 (C)



5. 一只杯子静止在斜面上, 其受力分析如图所示, 重力 G 的方向竖直向下, 支持力 F_1 的方向与斜面垂直, 摩擦力 F_2 的方向与斜面平行. 若斜面的坡角 $\alpha=25^\circ$, 则摩擦力 F_2 与重力 G 方向的夹角 β 的度数为 (C)

- A. 155° B. 125°
C. 115° D. 65°

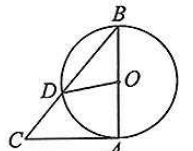


6. 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 都在正比例函数 $y=3x$ 的图象上, 若 $x_1 < x_2$, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 (B)

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$
C. $y_1 = y_2$ D. $y_1 \geq y_2$

7. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 与 AC 相切于点 A , 连接 OD . 若 $\angle AOD=80^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为 (D)

- A. 30° B. 40°
C. 45° D. 50°



8. 一个不透明的盒子里装有一个红球、一个白球和一个绿球, 这些球除颜色外都相同. 从中随机摸出一个球, 记下颜色后不放回, 再从中随机摸出一个球, 则两次摸到的球恰好有一个红球的概率是 (B)

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$

9. 生物学研究表明, 某种蛇在一定生长阶段, 其体长 y (cm) 是尾长 x (cm) 的一次函数, 部分数据如下表所示, 则 y 与 x 之间的关系式为 (A)

尾长 x (cm)	6	8	10
体长 y (cm)	45.5	60.5	75.5

- A. $y=7.5x+0.5$ B. $y=7.5x-0.5$
C. $y=15x$ D. $y=15x+45.5$

10. 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E, F, G, H 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点, EG, FH 交于点 O . 若四边形 $ABCD$ 的对角线相等, 则线段 EG 与 FH 一定满足的关系为 (A)

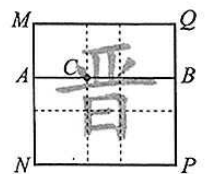
- A. 互相垂直平分 B. 互相平分且相等
C. 互相垂直且相等 D. 互相垂直平分且相等

第 II 卷 非选择题 (共 90 分)

二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

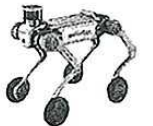
11. 比较大小: $\sqrt{6} > 2$ (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”).

12. 黄金分割是汉字结构最基本的规律. 借助如图的正方形习字格书写的汉字“晋”端庄稳重、舒展美观. 已知一条分割线的端点 A, B 分别在习字格的边 MN, PQ 上, 且 $AB \parallel NP$, “晋”字的笔画“丿”的位置在 AB 的黄金分割点 C 处, 且 $\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. 若 $NP=2\text{cm}$, 则 BC 的长为 $(\sqrt{5}-1)$ cm (结果保留根号).



(第 12 题图)

13. 机器狗是一种模拟真实犬只形态和部分行为的机器装置, 其最快移动速度 v (m/s) 是载重后总质量 m (kg) 的反比例函数. 已知一款机器狗载重后总质量 $m=60\text{kg}$ 时, 它的最快移动速度 $v=6\text{m/s}$; 当其载重后总质量 $m=90\text{kg}$ 时, 它的最快移动速度 $v=4$ m/s.



14. 如图 1 是小区围墙上的花窗, 其形状是扇形的一部分, 图 2 是其几何示意图 (阴影部分为花窗). 通过测量得到扇形 AOB 的圆心角为 90° , $OA=1\text{m}$, 点 C, D 分别为 OA, OB 的中点, 则花窗的面积为 $(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{8}) \text{m}^2$.

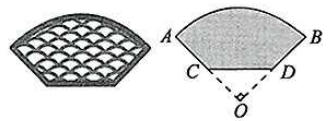
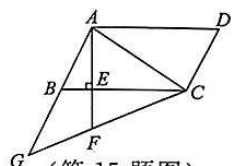


图 1 图 2

(第 14 题图)

15. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC 为对角线, $AE \perp BC$ 于点 E , 点 F 是 AE 延长线上一点, 且 $\angle ACF = \angle CAF$, 线段 AB, CF 的延长线交于点 G . 若 $AB = \sqrt{5}$, $AD = 4$, $\tan \angle ABC = 2$, 则 BG 的长为 $\frac{20\sqrt{5}}{19}$.



(第 15 题图)

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

16. (本题共 2 个小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

(1) 计算: $(-6) \times \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + [(-3) + (-1)]$;

解: 原式 $= -2 - 4 + (-4)$ (3 分)
 $= -10$ (5 分)

(2) 化简: $\left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{x+2}{x^2-1}$ (9 分)

解: 原式 $= \frac{x+1+x-1}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x+2}$ (8 分)
 $= \frac{2x}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x+2}$
 $= \frac{2x}{x+2}$ (10 分)

17. (本题 7 分) 为加强校园消防安全, 学校计划购买某种型号的水基灭火器和干粉灭火器共 50 个. 其中水基灭火器的单价为 540 元/个, 干粉灭火器的单价为 380 元/个. 若学校购买这两种灭火器的总价不超过 21000 元, 则最多可购买这种型号的水基灭火器多少个?

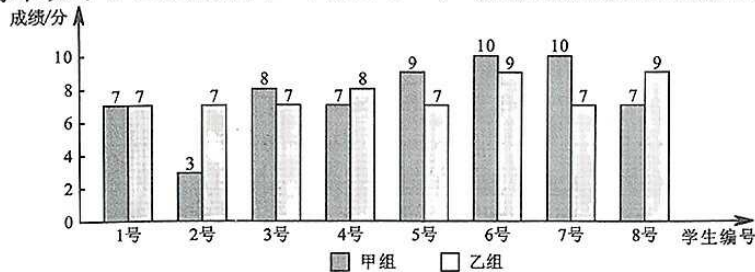


解: 设可购买这种型号的水基灭火器 x 个. (1 分)
 根据题意, 得 $540x + 380(50 - x) \leq 21000$ (4 分)
 解, 得 $x \leq 12.5$ (6 分)
 因为 x 为整数, 且 x 取最大值, 所以 $x = 12$.

答: 最多可购买这种型号的水基灭火器 12 个. (7 分)

18. (本题 10 分) 为激发青少年崇尚科学、探索未知的热情, 学校开展“科学小博士”知识竞赛. 各班以小组为单位组织初赛, 规定满分为 10 分, 9 分及以上为优秀.

数据整理: 小夏将本班甲、乙两组同学 (每组 8 人) 初赛的成绩整理成如下的统计图.



数据分析: 小夏对这两个小组的成绩进行了如下分析:

	平均数(分)	中位数(分)	众数(分)	方差	优秀率
甲组	7.625	a	7	4.48	37.5%
乙组	7.625	7	b	0.73	c

请认真阅读上述信息, 回答下列问题:

(1) 填空: $a = 7.5$, $b = 7$, $c = 25\%$; 评分说明: 每空 2 分. (6 分)

(2) 小祺认为甲、乙两组成绩的平均数相等, 因此两个组成绩一样好. 小夏认为小祺的观点比较片面, 请结合上表中的信息帮小夏说明理由 (写出两条即可).

解: 答案不唯一, 例如: ①甲组成绩的优秀率为 37.5%, 高于乙组成绩的优秀率 25%, 所以从优秀率的角度看, 甲组成绩比乙组好; ②虽然甲、乙两组成绩的平均数相等, 但甲组成绩的方差为 4.48, 高于乙组成绩的方差 0.73, 所以从方差的角度看, 乙组成绩更整齐; ③甲组成绩的中位数为 7.5 分, 高于乙组成绩的中位数 7 分, 所以从中位数的角度看, 甲组成绩比乙组好, 等. 因此不能仅从平均数的角度说明两组成绩一样好, 可见, 小祺的观点比较片面.

评分说明: 写出一条合理的理由得 2 分. (10 分)

19. (本题 7 分) 当下电子产品更新换代速度加快, 废旧智能手机数量不断增加. 科学处理废旧智能手机, 既可减少环境污染, 还可回收其中的可利用资源. 据研究, 从每吨废旧智能手机中能提炼出的白银比黄金多 760 克. 已知从 2.5 吨废旧智能手机中提炼出的黄金, 与从 0.6 吨废旧智能手机中提炼出的白银克数相等. 求从每吨废旧智能手机中能提炼出黄金与白银各多少克.



解: 设从每吨废旧智能手机中能提炼出黄金 x 克, 白银 y 克. (1 分)

根据题意, 得 $\begin{cases} y = x + 760, \\ 2.5x = 0.6y. \end{cases}$ (4 分)

解, 得 $\begin{cases} x = 240, \\ y = 1000. \end{cases}$ (6 分)

答: 从每吨废旧智能手机中能提炼出黄金 240 克, 白银 1000 克. (7 分)

20. (本题 7 分)

研学实践：为重温解放军东渡黄河“红色记忆”，学校组织研学活动。同学们来到毛主席东渡黄河纪念碑所在地，在了解相关历史背景后，利用航模搭载的 3D 扫描仪采集纪念碑的相关数据。



数据采集：如下图，点 A 是纪念碑顶部一点，AB 的长表示点 A 到水平地面的距离。航模从纪念碑前水平地面的点 M 处竖直上升，飞行至距离地面 20 米的点 C 处时，测得点 A 的仰角 $\angle ACD = 18.4^\circ$ ；然后沿 CN 方向继续飞行，飞行方向与水平线的夹角 $\angle NCD = 37^\circ$ ，当到达点 A 正上方的点 E 处时，测得 $AE = 9$ 米；……

数据应用：已知图中各点均在同一竖直平面内，E, A, B 三点在同一直线上。请根据上述数据，计算纪念碑顶部点 A 到地面的距离 AB 的长（结果精确到 1 米。参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$; $\sin 18.4^\circ \approx 0.32$, $\cos 18.4^\circ \approx 0.95$, $\tan 18.4^\circ \approx 0.33$ ）。

解：延长 CD 交 AB 于点 H。…………… (1 分)

由题意得，四边形 CMBH 为矩形。

$\therefore CM = HB = 20$ 。…………… (2 分)

在 $\text{Rt}\triangle ACH$ 中， $\angle AHC = 90^\circ$, $\angle ACH = 18.4^\circ$,

$$\therefore \tan \angle ACH = \frac{AH}{CH}, \therefore CH = \frac{AH}{\tan \angle ACH} = \frac{AH}{\tan 18.4^\circ} \approx \frac{AH}{0.33} \dots (3 \text{ 分})$$

在 $\text{Rt}\triangle ECH$ 中， $\angle EHC = 90^\circ$, $\angle ECH = 37^\circ$,

$$\therefore \tan \angle ECH = \frac{EH}{CH}, \therefore CH = \frac{EH}{\tan \angle ECH} = \frac{EH}{\tan 37^\circ} \approx \frac{EH}{0.75} \dots (4 \text{ 分})$$

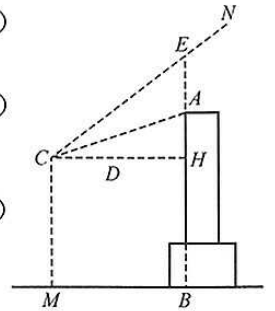
设 $AH = x$ 。

$$\therefore AE = 9, \therefore EH = x + 9, \therefore \frac{x}{0.33} = \frac{x + 9}{0.75} \dots (5 \text{ 分})$$

解，得 $x \approx 7.1$ 。…………… (6 分)

$\therefore AB = AH + HB \approx 7.1 + 20 = 27.1 \approx 27$ (米)。

答：点 A 到地面的距离 AB 的长约为 27 米。…………… (7 分)



21. (本题 9 分) 阅读与思考

下面是博学小组研究性学习报告的部分内容，请认真阅读，并完成相应任务。

关于“等边半正多边形”的研究报告

博学小组

研究对象：等边半正多边形

研究思路：类比三角形、四边形，按“概念—性质—判定”的路径，由一般到特殊进行研究。

研究方法：观察（测量、实验）—猜想—推理证明

研究内容：

【一般概念】 对于一个凸多边形（边数为偶数），若其各边都相等，且相间的角相等、相邻的角不相等，我们称这个凸多边形为等边半正多边形。如图 1，我们学习过的菱形（正方形除外）就是等边半正四边形。类似地，还有等边半正六边形、等边半正八边形……

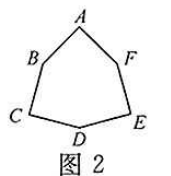
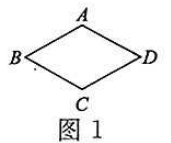
【特例研究】 根据等边半正多边形的定义，对等边半正六边形研究如下：

概念理解： 如图 2，如果六边形 ABCDEF 是等边半正六边形，那么 $AB = BC = CD = DE = EF = FA$, $\angle A = \angle C = \angle E$, $\angle B = \angle D = \angle F$, 且 $\angle A \neq \angle B$ 。

性质探索： 根据定义，探索等边半正六边形的性质，得到如下结论：

内角：等边半正六边形相邻两个内角的和为 \blacktriangle °。

对角线：……



任务：

(1) 直接写出研究报告中“ \blacktriangle ”处空缺的内容； 240。…………… (2 分)

(2) 如图 3，六边形 ABCDEF 是等边半正六边形。连接对角线 AD，猜想 $\angle BAD$ 与 $\angle FAD$ 的数量关系，并说明理由；

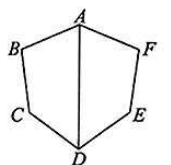


图 3

解: $\angle BAD = \angle FAD$ (3分)
 理由如下: 连接 BD, FD (4分)
 \because 六边形 $ABCDEF$ 是等边半正六边形,
 $\therefore AB = BC = CD = DE = EF = FA, \angle C = \angle E$ (5分)
 $\therefore \triangle BCD \cong \triangle FED. \therefore BD = FD$ (6分)

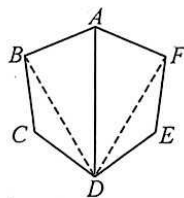


图 3

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle AFD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AF, \\ BD = FD, \\ AD = AD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle FAD. \therefore \angle BAD = \angle FAD$ (7分)

(3) 如图 4, 已知 $\triangle ACE$ 是正三角形, $\odot O$ 是它的外接圆. 请在图 4 中作一个等边半正六边形 $ABCDEF$ (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法).

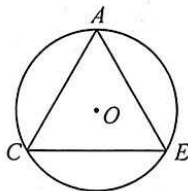
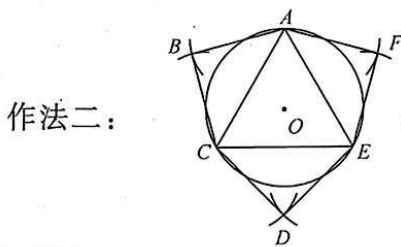
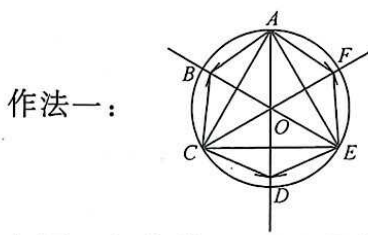


图 4

解: 答案不唯一, 例如:



如图, 六边形 $ABCDEF$ 即为所求.

评分说明: 作图正确并保留作图痕迹得 1 分; 字母标注正确得 1 分. (9分)

22. (本题 12 分) 综合与实践

问题情境: 如图 1, 矩形 $MNKL$ 是学校花园的示意图, 其中一个花坛的轮廓可近似看成由抛物线的一部分与线段 AB 组成的封闭图形, 点 A, B 在矩形的边 MN 上. 现要对该花坛内种植区域进行划分, 以种植不同花卉, 学校面向全体同学征集设计方案.

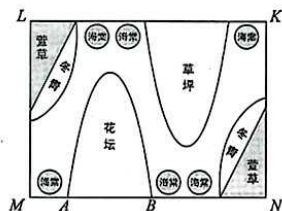


图 1

方案设计: 如图 2, $AB = 6$ 米, AB 的垂直平分线与抛物线交于点 P , 与 AB 交于点 O , 点 P 是抛物线的顶点, 且 $PO = 9$ 米. 欣欣设计的方案如下:
 第一步: 在线段 OP 上确定点 C , 使 $\angle ACB = 90^\circ$. 用篱笆沿线段 AC, BC 分隔出 $\triangle ABC$ 区域, 种植串串红;

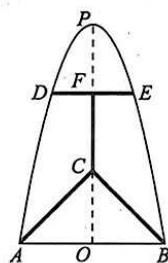


图 2

第二步: 在线段 CP 上取点 F (不与 C, P 重合), 过点 F 作 AB 的平行线, 交抛物线于点 D, E . 用篱笆沿 DE, CF 将线段 AC, BC 与抛物线围成的区域分隔成三部分, 分别种植不同花色的月季.

方案实施: 学校采用了欣欣的方案, 在完成第一步 $\triangle ABC$ 区域的分隔后, 发现仅剩 6 米篱笆材料. 若要在第二步分隔中恰好用完 6 米材料, 需确定 DE 与 CF 的长. 为此, 欣欣在图 2 中以 AB 所在直线为 x 轴, OP 所在直线为 y 轴建立平面直角坐标系. 请按照她的方法解决问题:

(1) 在图 2 中画出坐标系, 并求抛物线的函数表达式;

解: 建立如图所示的平面直角坐标系. (1分)

$\because OP$ 所在直线是 AB 的垂直平分线, 且 $AB = 6$,

$$\therefore OA = OB = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3.$$

\therefore 点 B 的坐标为 $(3, 0)$ (2分)

$\because OP = 9, \therefore$ 点 P 的坐标为 $(0, 9)$ (3分)

\because 点 P 是抛物线的顶点,

\therefore 设抛物线的函数表达式为 $y = ax^2 + 9$ (4分)

\because 点 $B(3, 0)$ 在抛物线 $y = ax^2 + 9$ 上,

$\therefore 9a + 9 = 0$. 解, 得 $a = -1$.

\therefore 抛物线的函数表达式为 $y = -x^2 + 9 (-3 \leq x \leq 3)$ (5分)

评分说明: 未写出自变量取值范围的不扣分.

(2) 求 6 米材料恰好用完时 DE 与 CF 的长;

解: \because 点 D, E 在抛物线 $y = -x^2 + 9$ 上,

\therefore 设点 E 的坐标为 $(m, -m^2 + 9)$ (6分)

$\because DE \parallel AB$, 交 y 轴于点 F ,

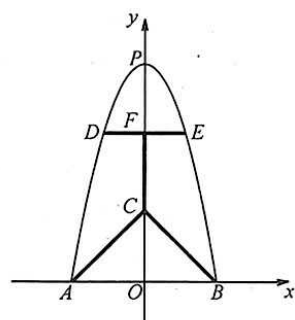


图 2

∴ $DF = EF = m$, $OF = -m^2 + 9$. ∴ $DE = 2m$.
 ∴ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $OA = OB$,
 ∴ $OC = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3$.
 ∴ $CF = OF - OC = -m^2 + 9 - 3 = -m^2 + 6$ (7分)

根据题意, 得 $DE + CF = 6$,
 ∴ $-m^2 + 6 + 2m = 6$ (8分)

解, 得 $m_1 = 2$, $m_2 = 0$ (不符合题意, 舍去),
 ∴ $m = 2$. ∴ $DE = 2m = 4$, $CF = -m^2 + 6 = 2$.

答: DE 的长为 4 米, CF 的长为 2 米. (9分)

(3) 种植区域分隔完成后, 欣欣又想用灯带对该花坛进行装饰, 计划将灯带围成一个矩形. 她尝试借助图 2 设计矩形四个顶点的位置, 其中两个顶点在抛物线上, 另外两个顶点分别在线段 AC , BC 上. 直接写出符合设计要求的矩形周长的最大值.

解: $\frac{33}{2}$ (12分)

23. (本题 13 分) 综合与探究

问题情境: 如图 1, 四边形 $ABCD$ 是菱形, 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 过点 C 作 $CF \perp AD$ 于点 F .

猜想证明: (1) 判断四边形 $AECF$ 的形状, 并说明理由;

解: 四边形 $AECF$ 为矩形. (1分)

理由如下:

∵ $AE \perp BC$, $CF \perp AD$,
 ∴ $\angle AEC = 90^\circ$, $\angle AFC = 90^\circ$ (2分)

∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形, ∴ $AD \parallel BC$. ∴ $\angle AFC + \angle ECF = 180^\circ$.
 ∴ $\angle ECF = 180^\circ - \angle AFC = 90^\circ$ (3分)

∴ 四边形 $AECF$ 为矩形. (4分)

深入探究: (2) 将图 1 中的 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转, 得到 $\triangle AHG$, 点 E , B 的对应点分别为点 G , H .

① 如图 2, 当线段 AH 经过点 C 时, GH 所在直线分别与线段 AD , CD 交于点 M , N . 猜想线段 CH 与 MD 的数量关系, 并说明理由;

② 当直线 GH 与直线 CD 垂直时, 直线 GH 分别与直线 AD , CD 交于点 M , N , 直线 AH 与线段 CD 交于点 Q . 若 $AB = 5$, $BE = 4$, 直接写出四边形 $AMNQ$ 的面积.

解: ① $CH = MD$ (5分)

理由如下:

证法一:

∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形, ∴ $AB = AD$, $\angle B = \angle D$ (6分)

∵ $\triangle ABE$ 旋转得到 $\triangle AHG$,

∴ $AB = AH$, $\angle B = \angle H$ (7分)

∴ $AH = AD$, $\angle H = \angle D$.

∴ $\angle HAM = \angle DAC$, ∴ $\triangle HAM \cong \triangle DAC$ (8分)

∴ $AM = AC$. ∴ $AH - AC = AD - AM$.

∴ $CH = MD$ (9分)

证法二:

如图, 连接 HD .

∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形, ∴ $AB = AD$, $\angle B = \angle ADC$ (6分)

∵ $\triangle ABE$ 旋转得到 $\triangle AHG$,

∴ $AB = AH$, $\angle B = \angle AHM$ (7分)

∴ $AH = AD$, $\angle AHM = \angle ADC$.

∴ $\angle AHD = \angle ADH$.

∴ $\angle AHD - \angle AHM = \angle ADH - \angle ADC$.

∴ $\angle MHD = \angle CDH$ (8分)

∴ $DH = HD$, ∴ $\triangle CDH \cong \triangle MHD$.

∴ $CH = MD$ (9分)

② $\frac{9}{4}$ 或 $\frac{63}{4}$ (13分)

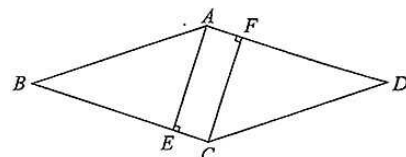


图 1

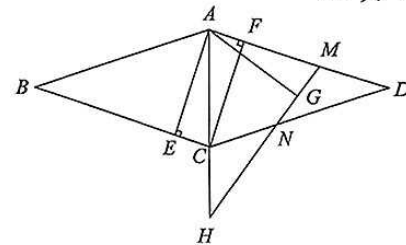


图 2

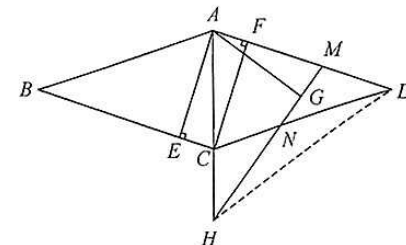


图 2

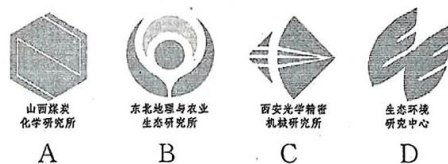
第 I 卷 选择题 (共 30 分)

一、选择题(本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 中国空间站位于距离地面约 400km 的太空环境中. 由于没有大气层保护, 在太阳光线直射下, 空间站表面温度可高于零上 150°C , 其背阳面温度可低于零下 100°C . 若零上 150°C 记作 $+150^{\circ}\text{C}$, 则零下 100°C 记作 ()

- A. $+100^{\circ}\text{C}$ B. -100°C C. $+50^{\circ}\text{C}$ D. -50°C

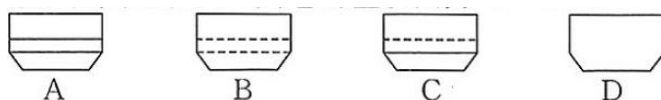
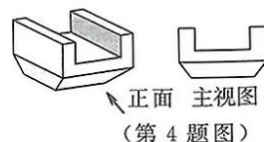
2. 1949 年, 伴随着新中国的诞生, 中国科学院(简称“中科院”)成立. 下列是中科院部分研究所的图标, 其文字上方的图案是中心对称图形的是 ()



3. 下列运算正确的是 ()

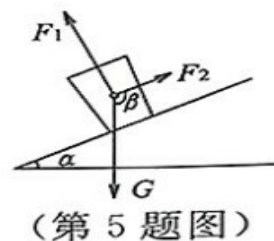
- A. $2m + n = 2mn$ B. $m^6 \div m^2 = m^3$ C. $(-mn)^2 = -m^2n^2$ D. $m^2 \cdot m^3 = m^5$

4. 斗拱是中国古典建筑上的重要部件. 如图是一种斗形构件“三才升”的示意图及其主视图, 则它的左视图为 ()



5. 一只杯子静止在斜面上, 其受力分析如图所示, 重力 G 的方向竖直向下, 支持力 F_1 的方向与斜面垂直, 摩擦力 F_2 的方向与斜面平行. 若斜面的坡角 $\alpha=25^{\circ}$, 则摩擦力 F_2 与重力 G 方向的夹角 β 的度数为 ()

- A. 155° B. 125°
C. 115° D. 65°

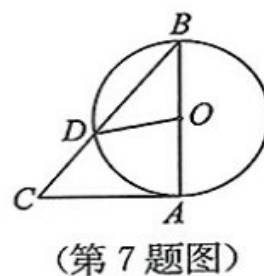


6. 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 都在正比例函数 $y=3x$ 的图象上, 若 $x_1 < x_2$, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$
C. $y_1 = y_2$ D. $y_1 \geq y_2$

7. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 与 AC 相切于点 A , 连接 OD . 若 $\angle AOD=80^{\circ}$, 则 $\angle C$ 的度数为 ()

- A. 30° B. 40°
C. 45° D. 50°



三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

16. (本题共 2 个小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

(1) 计算: $(-6) \times \frac{1}{3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + [(-3) + (-1)];$

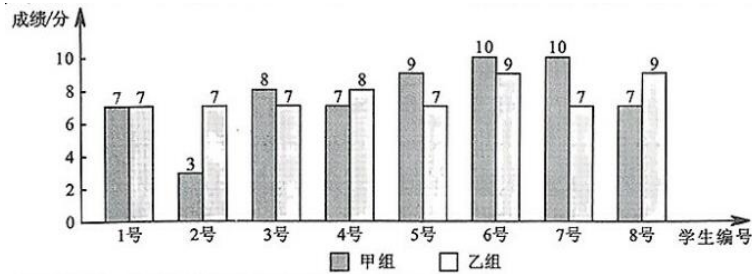
(2) 化简: $\left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{x+2}{x^2-1}.$

17. (本题 7 分) 为加强校园消防安全, 学校计划购买某种型号的水基灭火器和干粉灭火器共 50 个. 其中水基灭火器的单价为 540 元/个, 干粉灭火器的单价为 380 元/个. 若学校购买这两种灭火器的总价不超过 21000 元, 则最多可购买这种型号的水基灭火器多少个?



18. (本题 10 分) 为激发青少年崇尚科学、探索未知的热情, 学校开展“科学小博士”知识竞赛. 各班以小组为单位组织初赛, 规定满分为 10 分, 9 分及以上为优秀.

数据整理: 小夏将本班甲、乙两组同学(每组 8 人)初赛的成绩整理成如下的统计图.



数据分析: 小夏对这两个小组的成绩进行了如下分析:

	平均数(分)	中位数(分)	众数(分)	方差	优秀率
甲组	7.625	a	7	4.48	37.5%
乙组	7.625	7	b	0.73	C

请认真阅读上述信息, 回答下列问题:

(1) 填空: $a=$ _____, $b=$ _____, $c=$ _____; 评分说明: 每空 2 分……………(6 分)

(2) 小祺认为甲、乙两组成绩的平均数相等, 因此两个组成绩一样好. 小夏认为小祺的观点比较片面, 请结合上表中的信息帮小夏说明理由(写出两条即可).

19. (本题 7 分) 当下电子产品更新换代速度加快, 废旧智能手机数量不断增加. 科学处理废旧智能手机, 既可减少环境污染, 还可回收其中的可利用资源. 据研究, 从每吨废旧智能手机中能提炼出的白银比黄金多 760 克. 已知从 2.5 吨废旧智能手机中提炼出的黄金, 与从 0.6 吨废旧智能手机中提炼出的白银克数相等. 求从每吨废旧智能手机中能提炼出黄金与白银各多少克.



20. (本题 7 分)

研学实践：为重温解放军东渡黄河“红色记忆”，学校组织研学活动。同学们来到毛主席东渡黄河纪念碑所在地，在了解相关历史背景后，利用航模搭载的 3D 扫描仪采集纪念碑的相关数据。



数据采集：如下图，点 A 是纪念碑顶部一点，AB 的长表示点 A 到水平地面的距离。航模从纪念碑前水平地面的点 M 处竖直上升，飞行至距离地面 20 米的点 C 处时，测得点 A 的仰角 $\angle ACD=18.4^\circ$ ；然后沿 CN 方向继续飞行，飞行方向与水平线的夹角 $\angle NCD=37^\circ$ ，当到达点 A 正上方的点 E 处时，测得 $AE=9$ 米；……

数据应用：已知图中各点均在同一竖直平面内，E, A, B 三点在同一直线上。请根据上述数据，计算纪念碑顶部点 A 到地面的距离 AB 的长(结果精确到 1 米。参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60, \cos 37^\circ \approx 0.80, \tan 37^\circ \approx 0.75, \sin 18.4^\circ \approx 0.32, \cos 18.4^\circ \approx 0.95, \tan 18.4^\circ \approx 0.33$)。

21. (本题 9 分) 阅读与思考

下面是博学小组研究性学习报告的部分内容，请认真阅读，并完成相应任务。

关于“等边半正多边形”的研究报告

博学小组

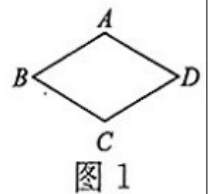
研究对象：等边半正多边形

研究思路：类比三角形、四边形，按“概念—性质—判定”的路径，由一般到特殊进行研究。

研究方法：观察（测量、实验）—猜想—推理证明

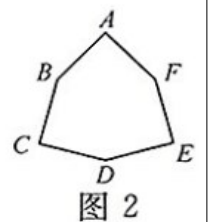
研究内容：

【一般概念】对于一个凸多边形(边数为偶数)，若其各边都相等，且相间的角相等、相邻的角不相等，我们称这个凸多边形为等边半正多边形。如图 1，我们学习过的菱形(正方形除外)就是等边半正四边形。类似地，还有等边半正六边形、等边半正八边形……



【特例研究】根据等边半正多边形的定义，对等边半正六边形研究如下：

概念理解：如图 2，如果六边形 ABCDEF 是等边半正六边形，那么 $AB=BC=CD=DE=EF=FA$ ， $\angle A=\angle C=\angle E$ ， $\angle B=\angle D=\angle F$ ，且 $\angle A \neq \angle B$ 。



性质探索：根据定义，探索等边半正六边形的性质，得到如下结论：

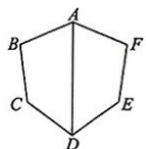
内角：等边半正六边形相邻两个内角的和为 \blacktriangle °。

对角线：……

任务：

(1) 直接写出研究报告中“ \blacktriangle ”处空缺的内容； 240 。(2 分)

(2) 如图 3，六边形 ABCDEF 是等边半正六边形。连接对角线 AD，猜想 $\angle BAD$ 与 $\angle FAD$ 的数量关系，并说明理由；



(3) 如图 4，已知 $\triangle ACE$ 是正三角形， $\odot O$ 是它的外接圆。请在图 4 中作一个等边半正六边形 ABCDEF (要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法)。

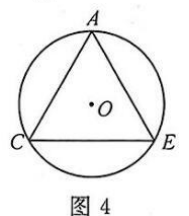


图 4

22. (本题 12 分) 综合与实践

问题情境: 如图 1, 矩形 $MNKL$ 是学校花园的示意图, 其中一个花坛的轮廓可近似看成由抛物线的一部分与线段 AB 组成的封闭图形, 点 A, B 在矩形的边 MN 上. 现要对该花坛内种植区域进行划分, 以种植不同花卉, 学校面向全体同学征集设计方案.

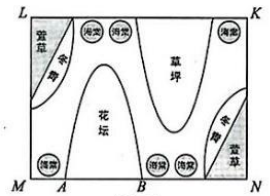


图 1

方案设计: 如图 2, $AB=6$ 米, AB 的垂直平分线与抛物线交于点 P , 与 AB 交于点 O , 点 P 是抛物线的顶点, 且 $PO=9$ 米. 欣欣设计的方案如下: 第一步: 在线段 OP 上确定点 C , 使 $\angle ACB=90^\circ$. 用篱笆沿线段 AC, BC 分隔出 $\triangle ABC$ 区域, 种植串串红;

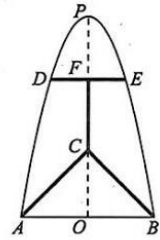
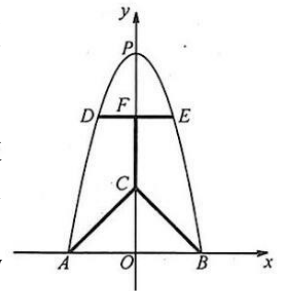


图 2

第二步: 在线段 CP 上取点 F (不与 C, P 重合), 过点 F 作 AB 的平行线, 交抛物线于点 D, E . 用篱笆沿 DE, CF 将线段 AC, BC 与抛物线围成的区域分隔成三部分, 分别种植不同花色的月季.



方案实施: 学校采用了欣欣的方案, 在完成第一步 $\triangle ABC$ 区域的分隔后, 发现仅剩 6 米篱笆材料. 若要在第二步分隔中恰好用完 6 米材料, 需确定 DE 与 CF 的长. 为此, 欣欣在图 2 中以 AB 所在直线为 x 轴, OP 所在直线为 y 轴

建立平面直角坐标系. 请按照她的方法解决问题:

- (1) 在图 2 中画出坐标系, 并求抛物线的函数表达式;
- (2) 求 6 米材料恰好用完时 DE 与 CF 的长;
- (3) 种植区域分隔完成后, 欣欣又想用灯带对该花坛进行装饰, 计划将灯带围成一个矩形. 她尝试借助图 2 设计矩形四个顶点的位置, 其中两个顶点在抛物线上, 另外两个顶点分别在线段 AC, BC 上. 直接写出符合设计要求的矩形周长的最大值.

23. (本题 13 分) 综合与探究

问题情境: 如图 1, 四边形 $ABCD$ 是菱形, 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E , 过点 C 作 $CF \perp AD$ 于点 F .

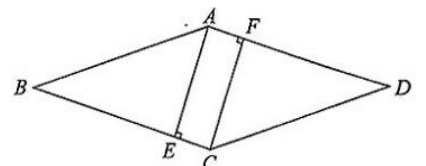


图 1

猜想证明: (1) 判断四边形 $AECF$ 的形状, 并说明理由;

深入探究: (2) 将图 1 中的 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转, 得到 $\triangle AHG$, 点 E, B 的对应点分别为点 G, H .

①如图 2, 当线段 AH 经过点 C 时, GH 所在直线分别与线段 AD, CD 交于点 M, N . 猜想线段 CH 与 MD 的数量关系, 并说明理由;

②当直线 GH 与直线 CD 垂直时, 直线 GH 分别与直线 AD, CD 交于点 M, N , 直线 AH 与线段 CD 交于点 Q . 若 $AB=5, BE=4$, 直接写出四边形 $AMNQ$ 的面积.

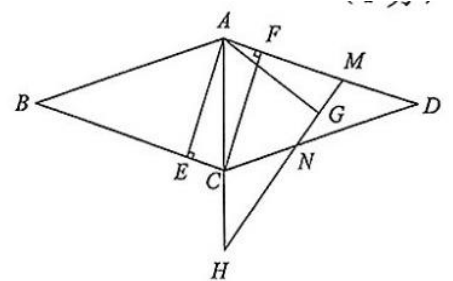


图 2

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/165113012242011232>