

专题 30 空间点、直线、平面之间的位置关系

2016 年高考文数热点题型和提分秘籍

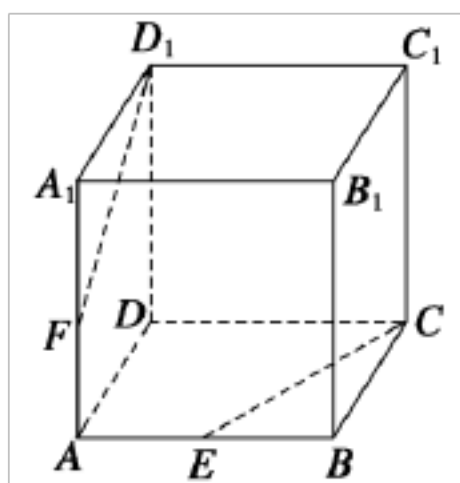
【高频考点解读】

- 1.理解空间直线、平面位置关系的定义，并了解有关的可以作为推理依据的公理和定理；
- 2.能运用公理、定理和已获得的结论证明一些空间图形的位置关系的简单命题.

【热点题型】

题型一 平面基本性质的应用

例 1 如图所示，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， E 、 F 分别是 AB 和 AA_1 的中点. 求证：



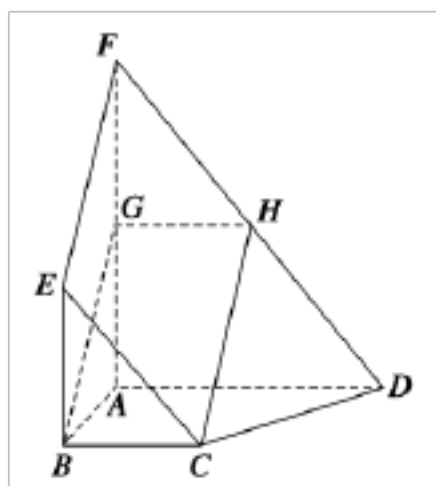
- (1) E 、 C 、 D_1 、 F 四点共面；
- (2) EC 、 D_1F 、 DA 三线共点.

【提分秘籍】

公理 1 是判断一条直线是否在某个平面的依据；公理 2 及其推论是判断或证明点、线共面的依据；公理 3 是证明三线共点或三点共线的依据.

【举一反三】

如图，平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$ ，四边形 $ABEF$ 与四边形 $ABCD$ 都是直角梯形， $\angle BAD = \angle FAB = 90^\circ$ ， $BC \parallel AD$ 且 $BC = \frac{1}{2}AD$ ， $BE \parallel AF$ 且 $BE = \frac{1}{2}AF$ ， G 、 H 分别为 FA 、 FD 的中点.

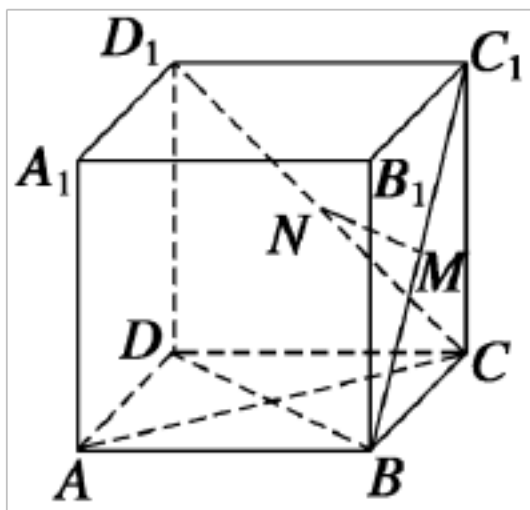


(1)证明：四边形 BCHG 是平行四边形；

(2)G、D、F、E 四点是否共面？为什么？

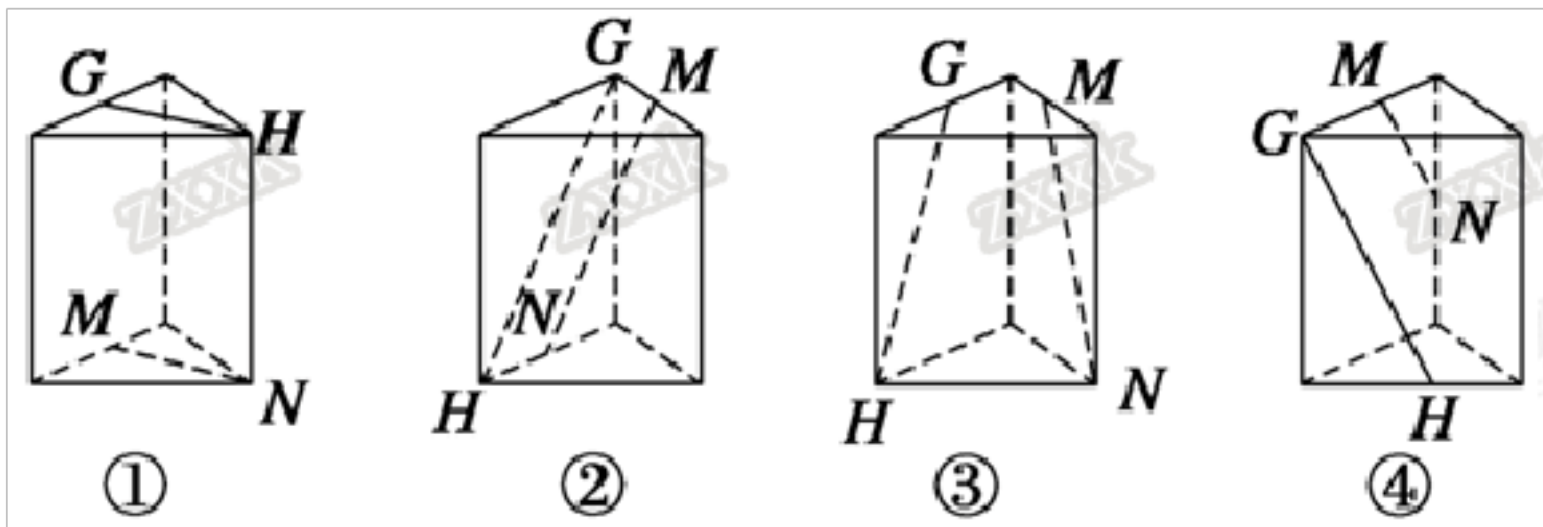
题型二 判断空间两直线的位置关系

例 2、(1)如图，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，M，N 分别是 BC_1 ， CD_1 的中点，则下列判断错误的是()



- A. MN 与 CC_1 垂直
- B. MN 与 AC 垂直
- C. MN 与 BD 平行
- D. MN 与 A_1B_1 平行

(2)在图中，G、N、M、H 分别是正三棱柱(两底面为正三角形的直棱柱)的顶点或所在棱的中点，则表示直线 GH、MN 是异面直线的图形有_____。(填上所有正确答案的序号)

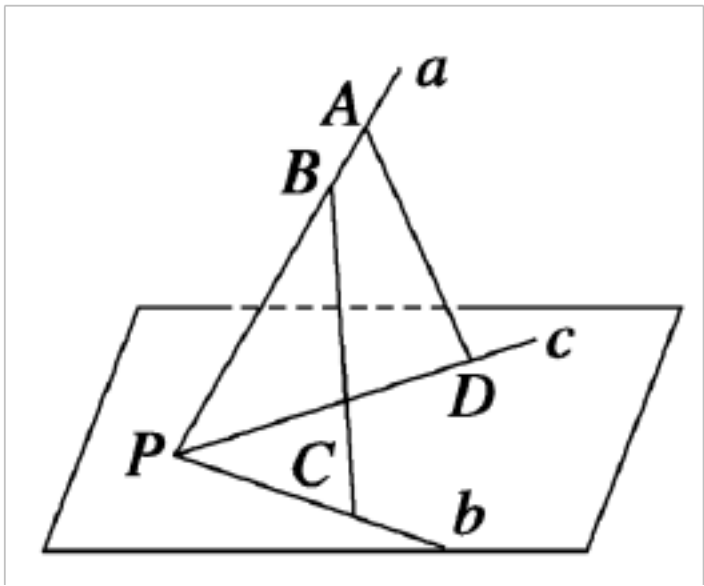


【提分秘籍】

空间中两直线位置关系的判定，主要是异面、平行和垂直的判定．对于异面直线，可采用直接法或反证法；对于平行直线，可利用三角形(梯形)中位线的性质、公理 4 及线面平行与面面平行的性质定理；对于垂直关系，往往利用线面垂直的性质来解决．

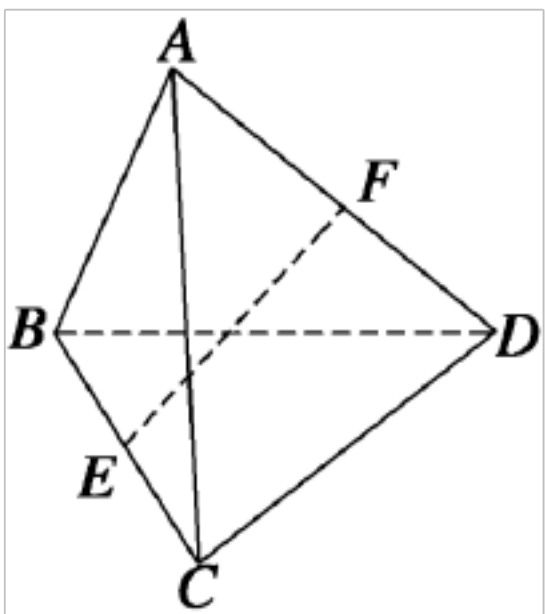
【举一反三】

如图，已知不共面的三条直线 a 、 b 、 c 相交于点 P ， $A \in a$ ， $B \in a$ ， $C \in b$ ， $D \in c$ ，求证：AD 与 BC 是异面直线．



题型三 求两条异面直线所成的角

例 3、空间四边形 ABCD 中， $AB=CD$ 且 AB 与 CD 所成的角为 30° ，E、F 分别为 BC、AD 的中点，求 EF 与 AB 所成角的大小.



【提分秘籍】

(1)求异面直线所成的角常用方法是平移法，平移的方法一般有三种类型：利用图中已有的平行线平移；利用特殊点(线段的端点或中点)作平行线平移；补形平移.

(2)求异面直线所成的角的三步曲：即“一作、二证、三求”. 其中空间选点任意，但要灵活，经常选择“端点、中点、等分点”，通过作三角形的中位线，平行四边形等进行平移，作出异面直线所成的角，转化为解三角形问题，进而求解.

【举一反三】

(1)已知正四面体 ABCD 中，E 是 AB 的中点，则异面直线 CE 与 BD 所成角的余弦值为()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(2)直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，若 $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=AC=AA_1$ ，则异面直线 BA_1 与 AC_1 所成的角等于()

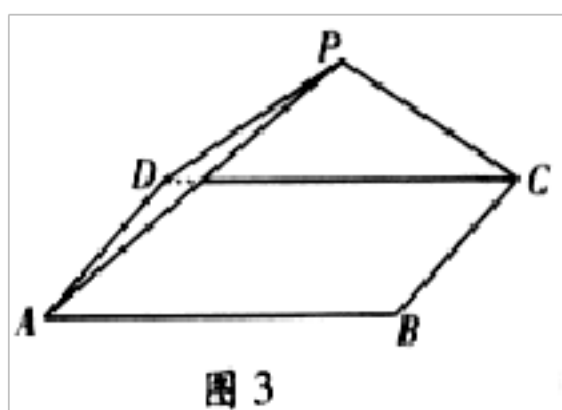
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

【高考风向标】

1. 【高考广东，文 18】（本小题满分 14 分）如图 3，三角形 ADC 所在的平面与长方形 $ABCD$ 所在的平面垂直， $AD = 4$ ，

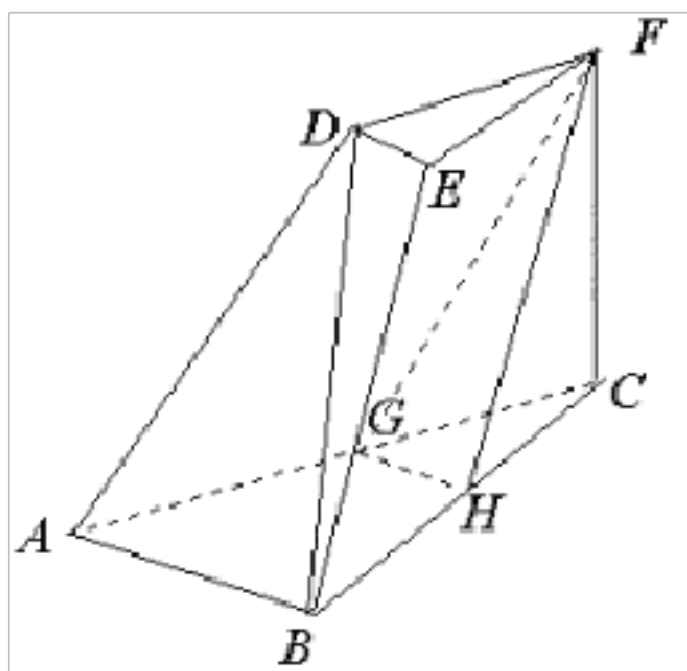
$AC = 6$ ， $DC = 3$.

- (1) 证明： $AC \parallel$ 平面 PDC ；
- (2) 证明： $AC \perp$ 平面 PDC ；
- (3) 求点 C 到平面 PDC 的距离.



2. 【高考山东，文 18】如图，三棱台 $DEF-ABC$ 中， $AB = 2DE$ ， G ， H 分别为 AC ， BC 的中点.

- (I) 求证： $BD \parallel$ 平面 FGH ；
- (II) 若 $CF \perp BC$ ， $AB \perp BC$ ，求证：平面 $BCD \perp$ 平面 EGH .



1. （辽宁卷）已知 m ， n 表示两条不同直线， α 表示平面. 下列说法正确的是()

- A. 若 $m \parallel \alpha$ ， $n \parallel \alpha$ ，则 $m \parallel n$
- B. 若 $m \perp \alpha$ ， $n \perp \alpha$ ，则 $m \perp n$
- C. 若 $m \perp \alpha$ ， $m \perp n$ ，则 $n \parallel \alpha$
- D. 若 $m \parallel \alpha$ ， $m \perp n$ ，则 $n \perp \alpha$

2. （福建卷）在平面四边形 $ABCD$ 中， $AB = BD = CD = 1$ ， $AB \perp BD$ ， $CD \perp BD$. 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，使

得平面 $ABD \perp$ 平面 BCD ，如图 1-5 所示.

(1)求证： $AB \perp CD$ ；

(2)若 M 为 AD 中点，求直线 AD 与平面 MBC 所成角的正弦值.

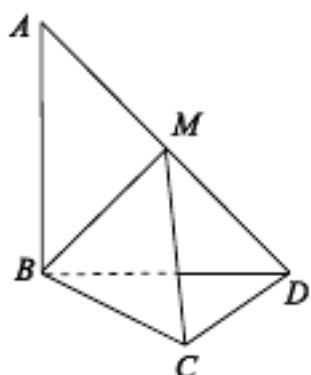


图 1-5

3. （新课标全国卷 II）直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $\angle BCA = 90^\circ$ ， M ， N 分别是 A_1B_1 ， A_1C_1 的中点， $BC = CA = CC_1$ ， 则 BM 与 AN 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{\sqrt{30}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. （四川卷）三棱锥 $A-BCD$ 及其侧视图、俯视图如图 1-4 所示. 设 M ， N 分别为线段 AD ， AB 的中点， P 为线段 BC 上的点， 且 $MN \perp NP$.

(1)证明： P 是线段 BC 的中点；

(2)求二面角 $A-NP-M$ 的余弦值.

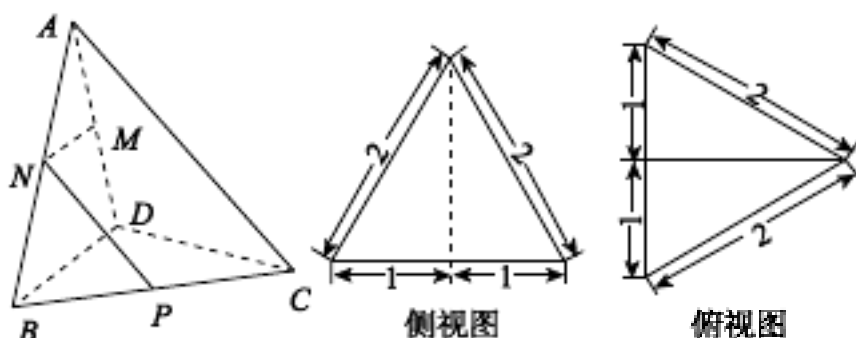


图 1-4

【高考押题】

1. 在下列命题中，不是公理的是 ()

A. 平行于同一个平面的两个平面相互平行

B. 过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面

C. 如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线上所有的点都在此平面内

D. 如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线

2. 已知 m ， n 表示两条不同直线， α 表示平面. 下列说法正确的是 ()

A. 若 $m \parallel \alpha$ ， $n \parallel \alpha$ ， 则 $m \parallel n$

- B. 若 $m \perp \alpha$, $n \subset \alpha$, 则 $m \perp n$
- C. 若 $m \perp \alpha$, $m \perp n$, 则 $n \parallel \alpha$
- D. 若 $m \parallel \alpha$, $m \perp n$, 则 $n \perp \alpha$

3. 设四面体的六条棱的长分别为 $1, 1, 1, 1, \sqrt{2}$ 和 a , 且长为 a 的棱与长为 $\sqrt{2}$ 的棱异面, 则 a 的取值范围是()

- A. $(0, \sqrt{2})$ B. $(0, \sqrt{3})$ C. $(1, \sqrt{2})$ D. $(1, \sqrt{3})$

4. 四棱锥 $P-ABCD$ 的所有侧棱长都为 $\sqrt{5}$, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, 则 CD 与 PA 所成角的余弦值为()

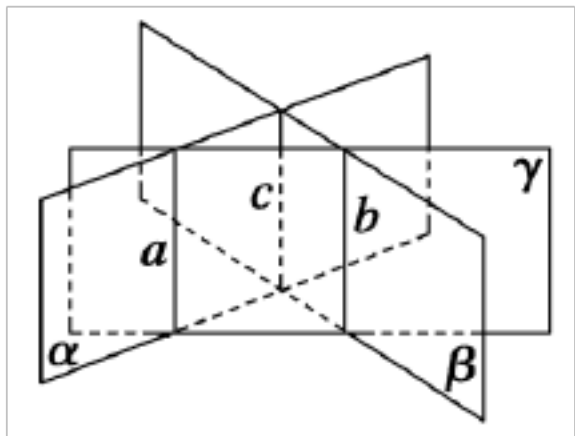
- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

5. 设 P 表示一个点, a, b 表示两条直线, α, β 表示两个平面, 给出下列四个命题, 其中正确的命题是()

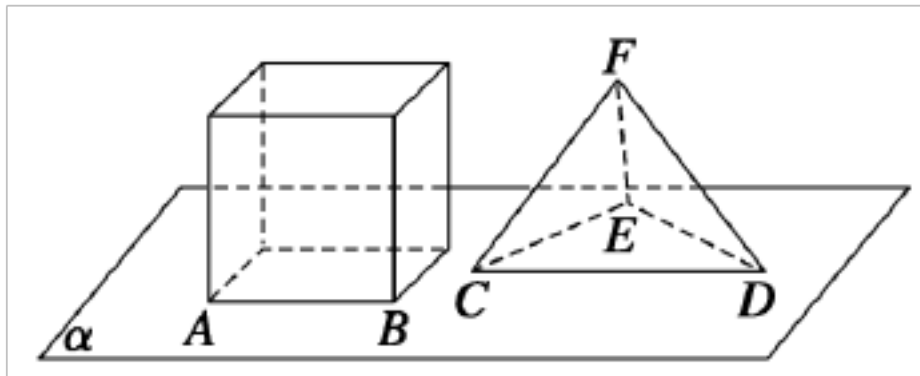
- ① $P \in a, P \in \alpha \Rightarrow a \subset \alpha$;
- ② $a \cap b = P, b \subset \beta \Rightarrow a \subset \beta$;
- ③ $a \parallel b, a \subset \alpha, P \in b, P \in \alpha \Rightarrow b \subset \alpha$;
- ④ $\alpha \cap \beta = b, P \in \alpha, P \in \beta \Rightarrow P \in b$.

- A. ①② B. ②③ C. ①④ D. ③④

6. 如图所示, 平面 α, β, γ 两两相交, a, b, c 为三条交线, 且 $a \parallel b$, 则 a 与 c, b 与 c 的位置关系是_____.

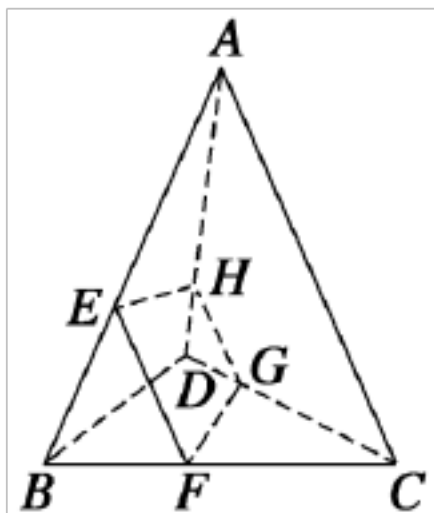


7. 如图, 正方体的底面与正四面体的底面在同一平面 α 上, 且 $AB \parallel CD$, 则直线 EF 与正方体的六个面所在的平面相交的平面个数为_____.



8. 若两条异面直线所成的角为 60° ，则称这对异面直线为“黄金异面直线对”，在连接正方体各顶点的所有直线中，“黄金异面直线对”共有_____对.

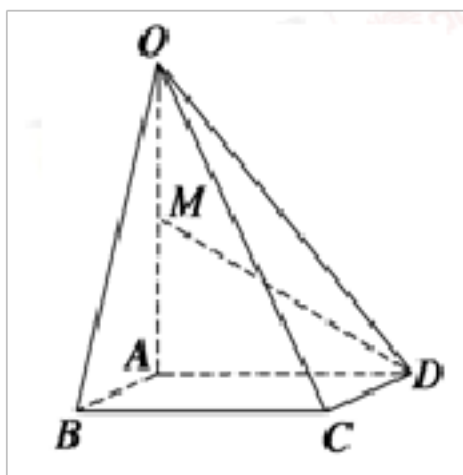
9. 如图，空间四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 、 G 分别在 AB 、 BC 、 CD 上，且满足 $AE:EB=CF:FB=2:1$ ， $CG:GD=3:1$ ，过 E 、 F 、 G 的平面交 AD 于点 H .



(1)求 $AH:HD$;

(2)求证: EH 、 FG 、 BD 三线共点.

10. 如图，在四棱锥 $O-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形， $OA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $OA=2$ ， M 为 OA 的中点.



(1)求四棱锥 $O-ABCD$ 的体积;

(2)求异面直线 OC 与 MD 所成角的正切值的大小. 高考模拟复习试卷试题模拟卷

高考模拟复习试卷试题模拟卷第八章 直线与圆

一. 基础题组

1. (重庆市巴蜀中学高三月考数学、文、1) 若直线 $ax - 2y - 1 = 0$ 与直线 $x - y - 2 = 0$ 互相垂直, 那么 a 的值等于()

A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 2

2. (文昌中学高三模拟考试、文、15) 圆心在直线 $x - 2y = 0$ 上的圆 C 与 y 轴的正半轴相切, 圆 C 截 x 轴所得弦的长为 $2\sqrt{3}$, 则圆 C 的标准方程为_____.

3. (重庆市巴蜀中学高三月考数学、文、15) 在平面直角坐标系 xOy 中, 以点 $(1, 0)$ 为圆心且与直线 $mx - y - 2m - 1 = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) 相切的所有圆中, 半径最大的圆的标准方程为_____.

4. (重庆市部分区县高三上学期入学考试、文、16) 若实数 a, b, c 成等差数列, 点 $P(1, 0)$ 在动直线 $l: ax + by + c = 0$ 上的射影为 M , 点 $N(0, 3)$, 则线段 MN 长度的最小值是_____.

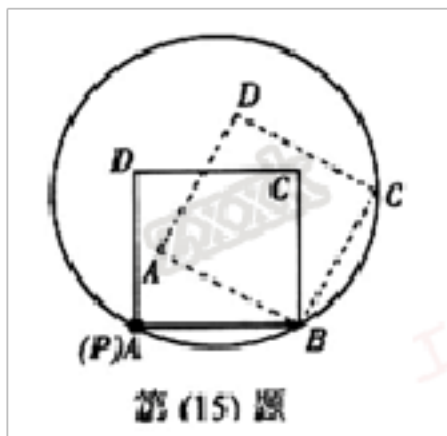
二. 能力题组

1. (五校协作体高三上学期期初考试数学、文、9) 曲线 $y = x^2 - 1$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线为 l , 则直线 l 上的任意点 P 与圆 $x^2 + y^2 - 4x - 3 = 0$ 上的任意点 Q 之间的最近距离是()

A. $\frac{4\sqrt{5}}{5} - 1$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5} - 1$ C. $\sqrt{5} - 1$ D. 2

2. (示范高中高三第一次联考、文、14) 已知圆的方程为 $x^2 + y^2 - 1 = 0$. 若过点 $P(1, \frac{1}{2})$ 的直线 l 与此圆交于 A, B 两点, 圆心为 C , 则当 $\angle ACB$ 最小时, 直线 l 的方程为_____.

3. (武汉市部分学校 新高三调研、文、15) 圆 O 的半径为 1 , P 为圆周上一点, 现将如图放置的边长为 1 的正方形 (实线所示, 正方形的顶点 A 与点 P 重合) 沿圆周逆时针滚动, 点 A 第一次回到点 P 的位置, 则点 A 走过的路径的长度为_____.



三. 拔高题组

1. (东北师大附中、吉林市第一中学校等高三五校联考、文、7) 过点 $A(a, a)$ 可作圆

$x^2 + y^2 - 2ax - a^2 - 2a - 3 = 0$ 的两条切线，则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $a \geq 3$ 或 $a \leq -1$ B. $a \geq \frac{3}{2}$
 C. $-3 \leq a \leq 1$ 或 $a \geq \frac{3}{2}$ D. $a \geq 3$ 或 $1 \leq a \leq \frac{3}{2}$

2. (大庆铁人中学高三第一阶段考试、文、7) 一条光线从点 $(-2, 3)$ 射出，经 y 轴反射后与圆

$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 1$ 相切，则反射光线所在直线的斜率为 ()

- A. $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{2}{3}$ C. $\frac{5}{4}$ 或 $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{3}{4}$

3. 齐齐哈尔市实验中学高三期末考试、文、9) 若 $P(x, y)$ 是直线 $kx - y - 4 = 0$ ($k > 0$) 上一动点，

PA, PB 是圆 $C: x^2 + y^2 - 2y = 0$ 的两条切线， A, B 是切点，若四边形 $PACB$ 面积的最小值是 2，则 k

()

- A. 3 B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2

4. (云南师范大学附属中学月考、文、12) 设直线 l 与抛物线 $x^2 = 4y$ 相交于 A, B 两点，与圆 $C:$

$x^2 + (y - 5)^2 = r^2$ ($r > 0$) 相切于点 M ，且 M 为线段 AB 的中点，若这样的直线 l 恰有 4 条，则 r 的取值范围是

()

- A. $(1, 3)$ B. $(1, 4)$ C. $(2, 3)$ D. $(2, 4)$

5. (玉溪市第一中学高三月考、文、16) 设 $m \in \mathbb{R}$ ，过定点 A 的动直线 $x - my = 0$ 和过定点 B 的动直线

$mx - y - m - 3 = 0$ 交于点 $P(x, y)$ ，则 $|PA| + |PB|$ 的最大值是

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选择中，只有一个是符合题目要求的。）

1. 袋中装有 10 个红球、5 个黑球. 每次随机抽取 1 个球后, 若取得黑球则另换 1 个红球放回袋中, 直到取到红球为止. 若抽取的次数为 ξ , 则表示“放回 5 个红球”事件的是()

- A. $\xi=4$ B. $\xi=5$ C. $\xi=6$ D. $\xi=5$

【答案】 C

【解析】“放回五个红球”表示前五次摸到黑球，第六次摸到红球，故 $\xi=6$.

2. 已知随机变量 X 的分布列为: $P(X=k) = \frac{1}{2^k}$, $k=1, 2, \dots$; 则 $P(2 < X \leq 4)$ 等于()

- A. $\frac{3}{16}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{5}{16}$

【答案】 A

【解析】 $P(2 < X \leq 4) = P(X=3) + P(X=4) = \frac{1}{23} + \frac{1}{24} = \frac{3}{16}$.

3. 已知随机变量 X 的概率分布列如下表:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{32}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{2}{34}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{2}{37}$	$\frac{2}{38}$	$\frac{2}{39}$	m

则 $P(X=10) = (\quad)$

- A. $\frac{2}{39}$ B. $\frac{2}{310}$ C. $\frac{1}{39}$ D. $\frac{1}{310}$

【答案】 C

【解析】 由分布列的性质可知

$$m = 1 - \frac{2}{3} + \frac{2}{32} + \dots + \frac{2}{39}$$

$$= 1 - \frac{1 - \frac{1}{39}}{1 - \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{39}$$

$$\therefore P(X=10) = \frac{1}{39}.$$

4. 体育课的排球发球项目考试的规则是：每位学生最多可发球 3 次，一旦发球成功，则停止发球，否则一

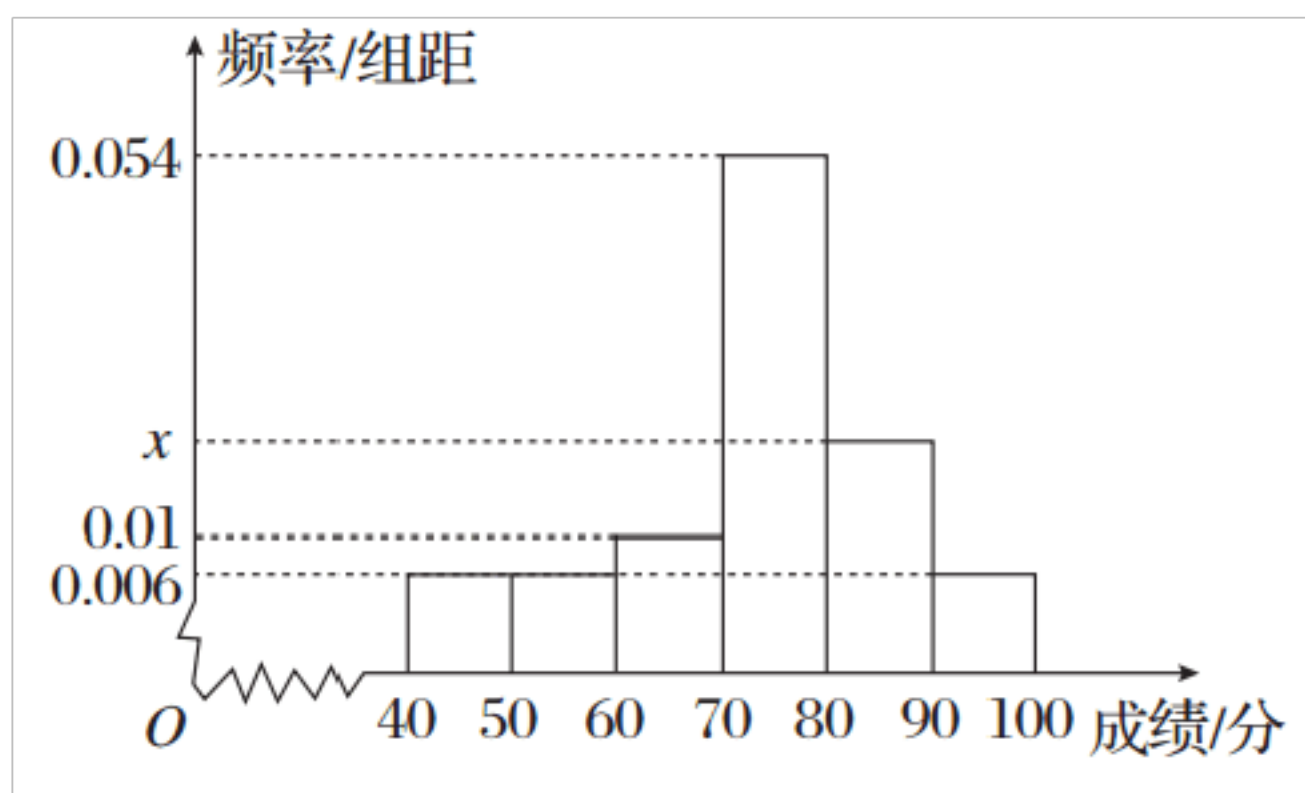
直发到 3 次为止. 设学生一次发球成功的概率为 p ($p \neq 0$) 发球次数为 X , 若 X 的数学期望 $E(X) > 1.75$, 则 p 的取值范围是()

- A. $(0, \frac{7}{12})$ B. $(\frac{7}{12}, 1)$ C. $(0, \frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, 1)$

【答案】C

【解析】由已知条件可得 $P(X=1)=p$, $P(X=2)=(1-p)p$, $P(X=3)=(1-p)^2p+(1-p)^3=(1-p)^2$, 则 $E(X)=P(X=1)+2P(X=2)+3P(X=3)=p+2(1-p)p+3(1-p)^2=p^2-3p+3>1.75$, 解得 $p>\frac{5}{2}$ 或 $p<\frac{1}{2}$, 又由 $p \in (0, 1)$, 可得 $p \in (0, \frac{1}{2})$. 学科网

5. 某班 50 名学生期中考试数学成绩的频率分布直方图如图所示, 其中成绩分组区间是: $[40, 50)$ $[50, 60)$ $[60, 70)$ $[70, 80)$ $[80, 90)$ $[90, 100]$ 从样本成绩不低于 80 分的学生中随机选取 2 人, 这 2 人中成绩在 90 分以上(含 90 分)的人数为 ξ , 则 ξ 的数学期望为()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

【答案】B

$$=3 \text{ 人. } \xi \text{ 的可能取值为 } 0, 1, 2, P(\xi=0)=\frac{C_9^2}{C_{12}^2}=\frac{6}{11}, P(\xi=1)=\frac{C_3^1 \cdot C_9^1}{C_{12}^2}=\frac{9}{22}, P(\xi=2)=\frac{C_3^2}{C_{12}^2}=\frac{1}{22},$$

ξ	0	1	2
P	$\frac{6}{11}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{1}{22}$

6. 在 15 个村庄中有 7 个村庄交通不方便，现从中任意选 10 个村庄，用 X 表示这 10 个村庄中交通不方便的村庄数，下列概率中等于 $\frac{C_7^4 C_8^6}{C_{15}^{10}}$ 的是 ()

- 【答案】 C

7. 设随机变量 X 的概率分布列如下表所示:

X	0	1	2
P	a	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{6}$

【答案】 D

8. 如图，将一个各面都涂了油漆的正方体，切割成 125 个同样大小的小正方体.经过搅拌后，从中随机取出一个小正方体，记它的涂油漆面数为 X ，则 X 的均值为 $E X$

- A. $\frac{126}{125}$ $\frac{6}{5}$ B. $\frac{168}{125}$ C. $\frac{7}{5}$ D.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/166055011151010233>