

摘要

本题所研究的是防洪物质调运问题。

在问题一中，要建立该地区公路交通网的数学模型。我们考虑到高等级公路与普通公路的运输成本的差异，通过加权，求任意两个点之间运费每一百件最少的路线。我们采用图论和网络优化的方法，借助Dijkstra算法，得到各库、企业之间的最短的加权路线，即公路交通网（见图一）。

然后是问题二，以及问题三的求解。首先问题三是问题二的承接，我们只需要得出题二的模型，便可以解决。再者考虑物资的合理调运方案，重点保证国家储备库的情况下，运用动态规划，使得在一个较短的时间内完成对各库预测库存的需要，生产过剩的将分别运往储备库1、2, 具体的调运方案见（表一）。于是，20天的调运方案，得到如下的结果：

仓库名	仓库1	仓库2	仓库3	仓库4	仓库5	仓库6	仓库7	仓库8	储备库1	储备库2
20天后库存量	500	600	300	350	450	300	500	600	3840	2740

最后的问题四的紧急调运方案的修改。考虑被洪水冲断的路线，我们进行重新图论分析，使用Dijkstra算法，得到新的公路交通网（见图二），再根据第二问的解题思路，我们可以实现模型的修改，得到了紧急调运方案（见表三）。

同时，模型的运用还可以扩展到许多的方面，如产品的分配，人员指派，最短路径、设备的合理安排以及生产与库存管理等等问题。

1、问题的重述

我国地域辽阔，气候多变，各种自然灾害频频发生，特别是每年在长江、淮河、嫩江等流域经常爆发不同程度的洪涝灾害，给国家和人民财产带来重大损失，防洪抗涝成为各级政府的一项重要工作。现有某地区为做好今年的防洪抗涝工作，根据气象预报及历史经验，决定提前做好某种防洪抗涝物资的储备。

已知该地区有生产该物资的企业三家，大小物资仓库八个，国家级储备库两个，各库库存及需求情况见附件1，其分布情况见附件2。经核算该物资的运输成本为高等级公路2元/公里·百件，普通公路1.2元/公里·百件，假设各企业、物资仓库及国家级储备库之间的物资可以通过公路运输互相调运。

需要求解如下的问题：

- (1) 请根据附件2提供的信息建立该地区公路交通网的数学模型，尽量满足点与点的运输路线最短。
- (2) 设计该物资合理的调运方案，包括调运量及调运线路，在重点保证国家级储备库的情况下，为给该地区有关部门做出科学决策提供依据。
- (3) 根据你的调运方案，20天后各库的库存量是多少。
- (4) 如果汛期下列路段因洪水交通中断，能否用问题二的模型解决紧急调运的问题，如果不能，请修改模型。

中断路段：14——23，11——25，26——27，9——31

2、基本的假设

- 1、各企业、物资仓库及国家级储备库之间的物资可以通过公路运输互相调运；
- 2、每一条公路满足最大时的车流量，即选择的运输路线顺利通车，不出现较长时间的路障以及断路；
- 3、所有路线均可双向行使，即车辆往返使用同一线路；
- 4、不考虑货物在运输过程中的损坏和遗失，货物全部安全到达目的地；
- 5、物资调运的运输时间不计，即运输能力足够大；

3、符号的说明

r_{ij} 表示i路段为j等级的距离， $i=1, 2, \dots, n$; j取1（高等级公路）或者j取2（普通公路）；

n 表示该地区所有交点路段数目；

d_r $r=1$ 表示物资的运输成本为高等级公路2元/公里·百件， $r=2$ 表示普通公路1.2元/公里·百件（ $r=1, 2$ ）；

4、问题一建立公路交通网

4.1问题的分析

根据附件2提供的信息，要求建立该地区的公路交通网模型，也就是通过所给的公路长度数据，加权，采取一定的方法求解出各个点与点（企业、仓库、储备库三者）之间的加权最短路径。

4.2问题的假设

1、以百件为基本问题出发点，即运输物资一百件；

4.3问题模型的建立与求解

4.3.1模型的建立

以仓库，企业，储备库任一为出发点，余下的其中一点为终点，得到加权路线的函数表达式为

$$S_k = \sum_{i=1}^n d_{i,j} m_{i,j}, k = 1, 2, \dots, 78$$

其中 S_k 表示加权路线函数， m 表示虚拟的0-1变量

$$\begin{cases} 0 & \text{不通过此路径} \\ 1 & \text{通过此路径} \end{cases}$$

于是可得目标函数

$$f(s) = \min_k \{S_k\}$$

表示为在所有的 S_k 中取最短路径，即 $k=1$ 时，取 S_1 中所有路线最短的一条。

4.3.2模型的求解

图论是针对最短路径的一种有效的解决方法，其中比较常用的算法有 Dijkstra。

4.3.2.1 Dijkstra 基本思想

Dijkstra算法建模的基本思想如下：

如果 $v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_j, \dots, v_n$ 是某图 G 从 v_i 到 v_n 的最短路径，这 v_i 的子路 $[v_i, \dots, v_j]$ 一定是从 v_i 到 v_j 的最短路径。

4.3.2.2 Dijkstra算法的步骤

该算法可求得网络中从某顶点到其他所有顶点的最短路径，算法步骤如下：

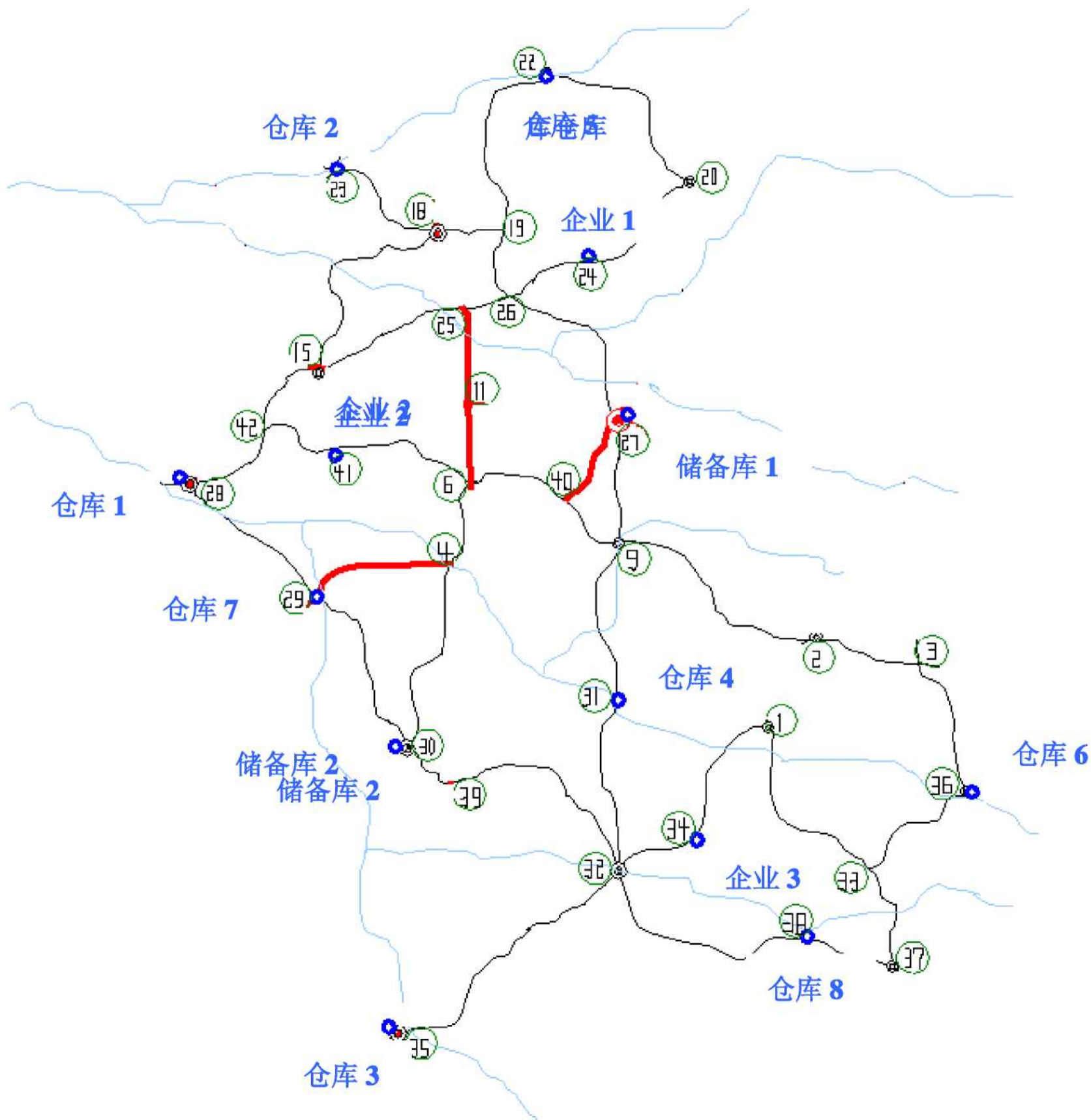
(1) 假设网络 G 有 n 个顶点，用带权的邻接矩阵 W 来表示， $W(i, j)$ 表示从顶点 v_i 到 v_j 的孤或边的权值，不存在孤或边的权值用 ∞ （在MATLAB中为 inf ）表示。 S 为已求出的从已知始点 v_i 出发的最短路径的终点的集合，它的初始状态为空集。则从 v_i 出发到图上其余各顶点 v_k 可能达到的最短路径长度的初值为： $D(k) = \min\{W(i, k) \mid v_k \in V - S\}$ ；

(2) 选择 j 使得： $D(j) = \min\{D(k) \mid v_k \in V - S\}$ ；=就是当前求得的一条从始点 v_i

-出发的最短路径的终点。令 $S=SU\{j\}$ ；

- (3) 修改从*u*出发到集合*V-S*上任一顶点*v*可达的最短路径长度。如果 $D(u) + W(u, v) < D(v)$, 则修改 $D(v)$ 为: $D(v)=D(u)+W(u, v)$;
- (4) 重复操作 (2) (3) 共*n-1*次, 并记录各最短路径经过的所有顶点。由此得到从始点*u* 到图上其余各顶点的最短路径是依路径长度递增的序列。

采用Dijkstra算法, 求得最短路径, 在使用photoshop cs工具, 修改原图, 得到了该地区的公路交通网图, 如下



(图一)

注:
 高等级公路 ———— 普通公路 —— 河流 ————
 ∴ L2. 3. 等表示公路交汇点; 30, 50, 28等表示公路区间距离, 单位: 公里, 如' ; 12与 13 之间距离为80公里。

从图中可以看出在两点之间的最短距离一般的是普通公路所连接的,也就是说,在运输成本最少的情况下,尽可能的走的是普通公路,除非遇到两路段点间 的高等级公路上的运输成本比普通公路的少(如27——40段)。同时还可以发现,大部分路线的出发点都是以仓库或者企业为基点。于是构成了以仓库或者企业连 线包裹的公路交通网。

5、问题二物资的调运方案

问题三20天各库的库存量

5.1问题的分析

通过对该地区的公路交通网模型的进一步理解,在重点保证国家级储备库的情况下,考虑各个点之间的物资互运,但运量不确定,就需要根据已经规划的交 通网,保证合理运输时的成本费用最少,也就是方案的决定与时间的长短存在一 定的联系——较短时间达到预测库存与较长时间达到是有区别的,于是就需要分 时间的阶段性进行建模。再者第三问承接第二问而来,所以只需要将数值代入问 题二中的模型,即可求解。

5.2模型的建立

5.2.1模型I

5.2.1.1符号的说明

x_{kj}

x_{kj} 表示第k天由i单位运往库j的物资的量,其中i取1, 2, ..., 13.

$j=1, 2, \dots, 10$. 储备库1和储备库2分别规定为库9和库10.

S_k

S_k 表示k天末的库存 (x 取a, b, c, e, f, g, h, p, q, r, t, v分别代表企业1, 2,

3, 仓库1—8, 储备库1, 2)

P_k 表示第k天的运输成本

X_k 表示第k天某单位运出的物资量 (“取a, b, c, e, f, g, h, p, q, r, t, v分别 代表企业1, 2, 3, 仓库1—8, 储备库1, 2)

X_k 表示第k天某单位运进的物资量 (“取a, b, c, e, f, g, h, p, q, r, t, v分别 代表企业1, 2, 3, 仓库1—8, 储备库1, 2)

5.2.1.2目标函数

$$\min \sum_{k=1}^K P_k$$

状态转移方程

$$S_{a,k+1} = S_{a,k} - a_{k+1} + 40$$

$$S_{b,k+1} = S_{b,k} - b_{k+1} + 30$$

$$S_{c,k+1} = S_{c,k} - c_{k+1} + 20$$

$$S_{d,k+1} = S_{d,k} - d_{k+1} + d'_{k+1}$$

$$S_{v,k+1} = S_{v,k} - V_{k+1} + V_{k+1}$$

$$a_k = \sum_{j=1}^{10} x_{kj}$$

$$U = \sum_{j=1}^{13} X_{kj}$$

$$d_k = \sum_{j=1}^{13} x_{kj}$$
$$Z = 1$$

$$e_k = x_k^{13}$$

$$i = l \qquad i2$$

$$f_{ij}$$

$$V = z X k k \qquad \text{H0}$$

$$i = l$$

约束条件

$$0 < S a < 800$$

$$k$$

$$0 < 5^{\wedge} < 600$$

$$k$$

$$Q < S c < 6 Q Q \; k$$

$$10(^{\wedge} S^{\wedge} < 800$$

$$k$$

$$20 \; \heartsuit \; < 900$$

$$k$$

$$200 < 5 / < 600$$

$$k$$

$$100 < 5^{\wedge} < 400$$

$$k$$

$$300 < 5 A < 1000$$

$$k$$

$$200 < S^{\wedge} < 500$$

$$k$$

$$30(^{\wedge} \& < 600$$

$$k$$

$$40(^{\wedge} 5 r < 800$$

$$k$$

1000V S_t< 4000

100CV S_v< 3000

当k=8时，其库1到库10的下限改为预测库存量。

通过分析附件一，发现在第8天生产完物资后，已经可以达到各库的预测值总和，于是我们采用最短时间（8天）完成预测物资的调配。

所以，计算得到前8天的具体调运方案如下：

	调运量（百件）	调运路线	调运费用/百件
1	640.0000	企 1— 一储 1	24-26-27 120
	350.0000	企 3— 一库 4	34-32-31 90
	20.00000	企 3— 一库 6	34-1-33-36 174
	110.0000	企 3— 一库 7	34-32-39-30-29 196.8
	40.00000	企 3— 一库 8	34-32-38 111.6
	60.00000	库 4— 一储 1	31-9-27 189.6
	250.0000	库 4— 一储 2	31-32-39-30 152.4
	330.0000	库 5— 一库 2	22-19-18-23 166.8
2	20.00000	库 5— 一储 1	22-19-26-27 204
	40.00000	企 1— 一储 1	24-26-27 120
	270.0000	企 — 一库 1	41-42-28 69.6
	150.0000	企 2— 一储 2	41-6-4-30 177.6
3	20.00000	企 3— 一库 8	34-32-38 111.6
	40.00000	企 1— 一储 1	24-26-27 120
4	40.00000	企 1— 一储 1	24-26-27 120
	60.00000	企 2— 一储 2	41-6-4-30 177.6
5	40.00000	企 3— 一库 4	34-32-31 90
	40.00000	企 1— 一储 1	24-26-27 120
	30.00000	企 — 一储 2	41-6-4-30 177.6
	20.00000	企 3— 一库 4	34-32-31 90
6	30.00000	企 2— 一储 2	41-6-4-30 177.6
7	30.00000	企 2— 一库 1	41-42-28 69.6
	40.00000	企 3— 一库 8	34-32-38 111.6
8	120.0000	企 1— 一储 1	24-26-27 120
	30.00000	企 — 一储 2	41-6-4-30 177.6
	20.00000	企 3— 一库 4	34-32-31 90
	150.0000	库 3— 一储 2	35-32-39-30 210

（表一）

重点保证国家级储备库的情况下，当ke （9，20）时，生产的物资按照业1、2运往储备库1，企业3运往储备库2，于是得到20天后的各库库存情况：

仓库名	仓库1	仓库2	仓库3	仓库4	仓库5	仓库6	仓库7	仓库8	储备库1	储备库2
20天后库存量	500	600	300	350	450	300	500	600	3840	2740

（表二）

其总的运费成本为：506928.0元。

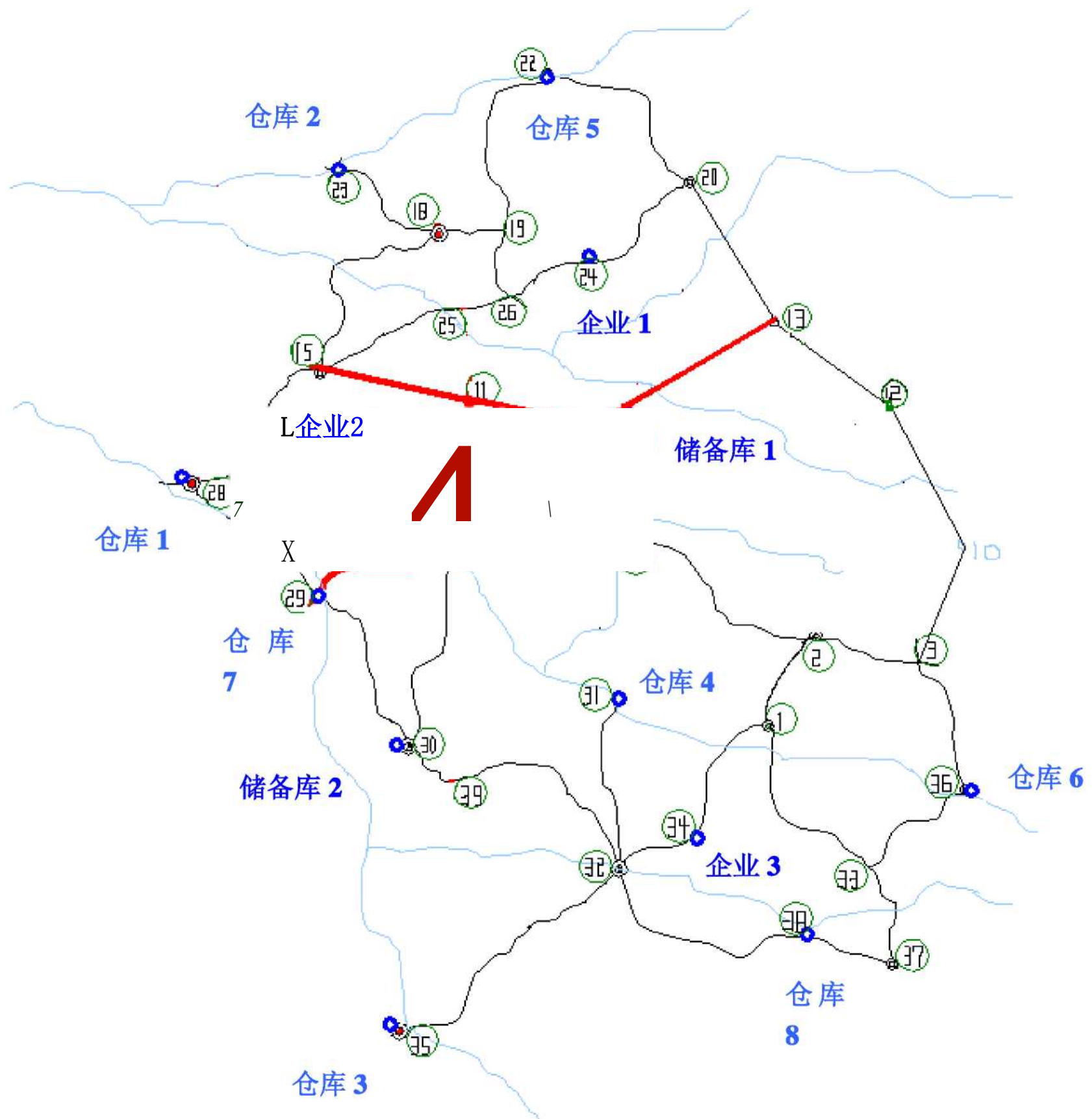
6、问题四模型的修改

6.1问题的分析

根据问题二的调运方案中的调运路线看是否经过断桥的地方，如果不经（2）的调运方案是可行的，如果经过那么要再考虑其它的路线，我们可以在图一的模型中进行改进，再重复（2）的步骤求解。

6.2模型的建立与求解

根据第一问的解题思路，可得到修改后的公路交通网为



(图二)