

2022~2023 学年上学期佛山市普通高中教学质量检测

高二数学

2023 年 1 月

本试卷共 4 页, 22 小题. 满分 150 分. 考试用时 120 分钟.

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上, 将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.

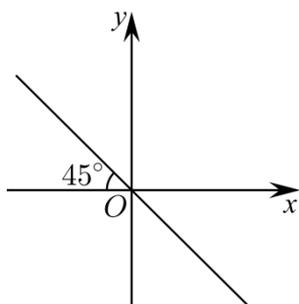
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔在答题卡上对应题目后面的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 答案不能答在试卷上.

3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答无效.

4. 考生必须保持答题卡的整洁. 考试结束后, 请将答题卡交回.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 如图, 直线 l 的倾斜角为 ()



A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{3\pi}{4}$

D. $\frac{5\pi}{6}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据倾斜角的定义分析运算.

【详解】由题意可知: 直线 l 的倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$ 的补角, 即为 $\frac{3\pi}{4}$.

故选: C.

2. 已知向量 $\vec{a} = (4, -2, 3)$, $\vec{b} = (1, 5, x)$, 满足 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 x 的值为 ()

A. 2

B. -2

C. $\frac{14}{3}$ D. $-\frac{14}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】直接利用空间向量垂直的公式计算即可.

【详解】 $\because \vec{a} \perp \vec{b}$, $\vec{a} = (4, -2, 3)$, $\vec{b} = (1, 5, x)$

$$\therefore 4 \times 1 + (-2) \times 5 + 3x = 0,$$

解得 $x = 2$

故选: A.

3. 已知圆的一条直径的端点分别为 $P_1(2, 5)$, $P_2(4, 3)$, 则此圆的标准方程是 ()

A. $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 8$

B. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 8$

C. $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 2$

D. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 2$

【答案】D

【解析】

【分析】求出圆心坐标以及圆的半径, 即可得出该圆的标准方程.

【详解】由题意可知, 圆心为线段 P_1P_2 的中点, 则圆心为 $C(3, 4)$,

$$\text{圆的半径为 } |CP_1| = \sqrt{(2-3)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{2},$$

$$\text{故所求圆的方程为 } (x-3)^2 + (y-4)^2 = 2.$$

故选: D.

4. 已知向量 $\vec{a} = (1, 0, \sqrt{3})$, $\vec{b} = (1, 2, 0)$, 则 \vec{b} 在 \vec{a} 上的投影向量是 ()

A. $\left(\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, 0\right)$

B. $\left(\frac{1}{5}, 0, \frac{\sqrt{3}}{5}\right)$

C. $\left(\frac{1}{4}, 0, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

D. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 0\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据投影向量的概念结合空间向量的坐标运算求解.

【详解】由题意可得: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 1 + 0 \times 2 + \sqrt{3} \times 0 = 1$, $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 0^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$,

故 \vec{b} 在 \vec{a} 上的投影向量为 $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}|} \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{1}{4} \vec{a} = \left(\frac{1}{4}, 0, \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$.

故选：C

5. 一个袋子中装有形状大小完全相同的 6 个红球， n 个绿球，现采用不放回的方式从中依次随机取出 2 个球.若取出的 2 个球都是红球的概率为 $\frac{1}{3}$ ，则 n 的值为 ()

A. 4

B. 5

C. 12

D. 15

【答案】A

【解析】

【分析】利用古典概型概率计算公式列出方程，能求出 n 的值.

【详解】一个袋子中有若干个大小质地完全相同的球，其中有 6 个红球， n 个绿球，

从袋中不放回地依次随机取出 2 个球，取出的 2 个球都是红球的概率是 $\frac{1}{3}$ ，

$$\text{则 } \frac{6 \times 5}{(6+n)(5+n)} = \frac{1}{3},$$

解得 $n = 4$ (负值舍去).

故选：A.

6. 已知直线 $l_1: x + 2ay - 1 = 0$ 与 $l_2: (3a - 1)x - ay - 1 = 0$ 平行，则实数 a 的值为 ()

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 0 或 $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{2}$ 或 1

【答案】C

【解析】

【分析】利用两直线平行可得出关于实数 a 的等式与不等式，解之即可.

【详解】由已知可得 $\begin{cases} 2a(3a-1) = -a \\ 3a-1 \neq 1 \end{cases}$ ，解得 $a = 0$ 或 $\frac{1}{6}$.

故选：C.

7. 过点 $M(2,1)$ 作斜率为 1 的直线，交双曲线 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 于 A, B 两点，点 M 为 AB 的中点，

则该双曲线的离心率为 ()

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\sqrt{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】设点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ，代入双曲线方程后做差，整理，可得 a, b 关系，再利用 $c^2 = a^2 + b^2$ 消去 b 即可求得离心率。

【详解】设点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ，

$$\text{则有} \begin{cases} \frac{y_1^2}{a^2} - \frac{x_1^2}{b^2} = 1 \\ \frac{y_2^2}{a^2} - \frac{x_2^2}{b^2} = 1 \end{cases}, \text{两式做差后整理得} \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \cdot \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{a^2}{b^2},$$

$$\text{由已知} \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = 1, x_1 + x_2 = 4, y_1 + y_2 = 2,$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{a^2}{b^2}, \text{又} c^2 = a^2 + b^2,$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{a^2}{c^2 - a^2},$$

$$\text{得} \frac{c}{a} = \sqrt{3}$$

故选：B

8. 在两条异面直线 a, b 上分别取点 A_1, E 和点 A, F ，使 $AA_1 \perp a$ ，且 $AA_1 \perp b$ 。已知 $A_1E = 2, AF = 3,$

$EF = 5, AA_1 = \sqrt{6}$ ，则两条异面直线 a, b 所成的角为（ ）

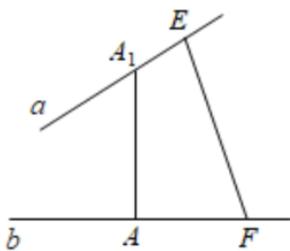
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

【答案】B

【解析】

【分析】设两条异面直线 a, b 所成的角为 $\theta \left(0 < \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$ ，将等式 $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA_1} + \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AF}$ 两边同时平方计算可得答案。

【详解】如图，设两条异面直线 a, b 所成的角为 $\theta \left(0 < \theta \leq \frac{\pi}{2} \right)$ ，



$$\because AA_1 \perp a, AA_1 \perp b, A_1E = 2, AF = 3, EF = 5, AA_1 = \sqrt{6},$$

$$\therefore \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA_1} + \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AF},$$

$$\text{则 } \overrightarrow{EF}^2 = (\overrightarrow{EA_1} + \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AF})^2 = \overrightarrow{EA_1}^2 + \overrightarrow{A_1A}^2 + \overrightarrow{AF}^2 + 2\overrightarrow{EA_1} \cdot \overrightarrow{A_1A} + 2\overrightarrow{EA_1} \cdot \overrightarrow{AF} + 2\overrightarrow{A_1A} \cdot \overrightarrow{AF}$$

$$\therefore 5^2 = 2^2 + (\sqrt{6})^2 + 3^2 \pm 2 \times 2 \times 3 \cos \theta,$$

$$\text{得 } \cos \theta = \frac{1}{2} \text{ 或 } \cos \theta = -\frac{1}{2} \text{ (舍去)}$$

$$\therefore \theta = \frac{\pi}{3}$$

故选: B

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分. 有选错的得 0 分. 部分选对的得 2 分.

9. 对于一个古典概型的样本空间 Ω 和事件 A, B , 其中 $n(\Omega) = 18, n(A) = 9, n(B) = 6, n(A \cup B) = 12$

则 ()

- A. 事件 A 与事件 B 互斥
 B. $P(\overline{A \cup B}) = \frac{2}{3}$
 C. 事件 A 与事件 \overline{B} 相互独立
 D. $P(\overline{AB}) = \frac{1}{6}$

【答案】BC

【解析】

【分析】根据古典概型结合概率的性质以及事件的独立性分析判断.

详解】由题意可得: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{3}$, 则 $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = \frac{2}{3}$,

$$\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(AB),$$

$$\therefore n(AB) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 3 \neq 0, \text{ 即事件 } A \text{ 与事件 } B \text{ 不互斥, A 错误;}$$

$$\text{可得: } n(\overline{A \cup B}) = n(\Omega) - n(A \cup B) = 12,$$

$$\text{故 } P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}, P(\overline{A \cup B}) = \frac{n(\overline{A \cup B})}{n(\Omega)} = \frac{2}{3}, P(\overline{AB}) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = \frac{1}{3}, P(\overline{AB}) = 1 - P(AB) = \frac{5}{6},$$

可知 B 正确, D 错误;

$$\text{又} \because P(\overline{AB}) = P(A)P(\overline{B}),$$

\therefore 事件 A 与事件 \overline{B} 相互独立, C 正确;

故选: BC.

10. 已知曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{25-k} + \frac{y^2}{9+k} = 1$, 则 C 可能是 ()

A. 半径为 $\sqrt{17}$ 的圆

B. 焦点在 x 上的椭圆, 且长轴长为 $\sqrt{25-k}$

C. 等轴双曲线

D. 焦点在 y 上的双曲线, 且焦距为 $2\sqrt{2k-16}$

【答案】 AD

【解析】

【分析】 根据曲线的形状求出参数的值或取值范围, 再结合各曲线的几何性质逐项判断, 可得出合适的选项.

【详解】 对于 A 选项, 若曲线 C 为圆, 则 $\begin{cases} 25-k=9+k \\ 25-k>0 \end{cases}$, 解得 $k=8$,

此时, 曲线 C 的方程为 $x^2 + y^2 = 17$, 该圆的半径为 $\sqrt{17}$, A 对;

对于 B 选项, 若曲线 C 表示焦点在 x 轴上的椭圆, 则 $\begin{cases} 25-k>9+k \\ 9+k>0 \end{cases}$, 解得 $-9 < k < 8$,

此时, 椭圆 C 的长轴长为 $2\sqrt{25-k}$, B 错;

对于 C 选项, 若曲线 C 为等轴双曲线, 则 $25-k+9+k=0$, 无解, C 错;

对于 D 选项, 若曲线 C 表示焦点在 y 轴上的双曲线, 则 $\begin{cases} 9+k>0 \\ 25-k<0 \end{cases}$, 解得 $k > 25$,

此时, 双曲线 C 的焦距为 $2\sqrt{9+k+k-25} = 2\sqrt{2k-16}$, D 对.

故选: AD.

11. 已知抛物线 C: $y^2 = 4x$ 的焦点为 F, 过 F 的直线与 C 交于 A、B 两点, 且 A 在 x 轴上方, 过 A、B 分别作 C 的准线 l 的垂线, 垂足分别为 A'、B', 则 ()

A. $OA \perp OB$

B. 若 $|AF|=5$, 则 A 的纵坐标为 4

C. 若 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$, 则直线 AB 的斜率为 $2\sqrt{2}$

D. 以 $A'B'$ 为直径的圆与直线 AB 相切于 F

【答案】BCD

【解析】

【分析】设直线 AB 为 $x = my + 1$ 及交点坐标, 利用韦达定理可得 $y_1 + y_2 = 4m, y_1y_2 = -4$, 对 A: 结合向量垂直的坐标表示分析判断; 对 B: 根据抛物线的定义运算求解; 对称: 结合向量的坐标运算求解; 对 D: 根据直线与圆的位置关系分析判断.

【详解】由题意可得: 抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 $F(1, 0)$, 准线 $l: x = -1$,

设直线 AB 为 $x = my + 1, A\left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right) (y_1 > 0), B\left(\frac{y_2^2}{4}, y_2\right)$, 则 $A'(-1, y_1), B'(-1, y_2)$,

联立方程 $\begin{cases} x = my + 1 \\ y^2 = 4x \end{cases}$, 消去 y 可得: $y^2 - 4my - 4 = 0$,

则 $\Delta = 16m^2 + 16 > 0, y_1 + y_2 = 4m, y_1y_2 = -4$,

对 A: $\because \overrightarrow{OA} = \left(\frac{y_1^2}{4}, y_1\right), \overrightarrow{OB} = \left(\frac{y_2^2}{4}, y_2\right)$,

$\therefore \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{(y_1y_2)^2}{16} + y_1y_2 = -3 \neq 0$,

$\therefore \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 不相互垂直, A 错误;

对 B: $\because |AF| = \frac{y_1^2}{4} + 1 = 5$, 则 $y_1 = 4$ 或 $y_2 = -4$ (舍去),

$\therefore A$ 的纵坐标为 4, B 正确;

对 C: $\because \overrightarrow{AF} = \left(1 - \frac{y_1^2}{4}, -y_1\right), \overrightarrow{FB} = \left(\frac{y_2^2}{4} - 1, y_2\right)$, 且 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$,

$\therefore -y_1 = 2y_2$, 则 $\begin{cases} -y_1 = 2y_2 \\ y_1 + y_2 = 4m \\ y_1y_2 = -4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} y_1 = 2\sqrt{2} \\ y_2 = -\sqrt{2} \\ m = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} y_1 = -2\sqrt{2} \\ y_2 = \sqrt{2} \\ m = -\frac{\sqrt{2}}{4} \end{cases}$ (舍去),

故直线 AB 的斜率 $k = \frac{1}{m} = 2\sqrt{2}$, C 正确;

对 D: $\because \frac{y_1 + y_2}{2} = 4m, |A'B'| = \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 + y_2} = 4\sqrt{m^2 + 1},$

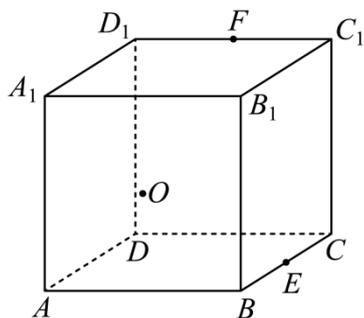
$\therefore A'B'$ 的中点 $M(-1, 2m)$ 到直线 AB 的距离 $d = \frac{|-1 - 2m - 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2\sqrt{m^2 + 1} = \frac{1}{2}|A'B'|,$

又 $\because |MF| = \sqrt{4 + 4m^2} = 2\sqrt{m^2 + 1} = \frac{1}{2}|A'B'|,$

故以 $A'B'$ 为直径的圆与直线 AB 相切于 F , D 正确;

故选: BCD.

12. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, O 为面 A_1ABB_1 的中心, E 、 F 分别为 BC 和 D_1C_1 的中点, 则 ()



A. $B_1D \perp$ 平面 A_1EF

B. 平面 ACD_1 与平面 A_1EF 相交

C. 点 O 到直线 A_1E 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{6}$

D. 点 O 到平面 A_1EF 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

【答案】 BC

【解析】

【分析】 建系, 利用空间向量处理线、面关系以及距离问题.

【详解】 如图, 以 D 为坐标原点建立空间直角坐标系, 则有:

$$A(1, 0, 0), C(0, 1, 0), D(0, 0, 0), E\left(\frac{1}{2}, 1, 0\right), F\left(0, \frac{1}{2}, 1\right), O\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), A_1(1, 0, 1), B_1(1, 1, 1), D_1(0, 0, 1),$$

设平面 A_1EF 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z),$

$$\text{由 } \overrightarrow{A_1F} = \left(-1, \frac{1}{2}, 0\right), \overrightarrow{A_1E} = \left(-\frac{1}{2}, 1, -1\right), \text{ 则 } \begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{A_1F} = -x + \frac{1}{2}y = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{A_1E} = -\frac{1}{2}x + y - z = 0 \end{cases},$$

令 $x = 2$, 则 $y = 4, z = 3$, 则 $\vec{n} = (2, 4, 3),$

设平面 ACD_1 的法向量为 $\vec{m} = (a, b, c),$

由 $\vec{AC} = (-1, 1, 0)$, $\vec{CD_1} = (0, -1, 1)$, 则 $\begin{cases} \vec{m} \cdot \vec{AC} = -a + b = 0 \\ \vec{m} \cdot \vec{CD_1} = -b + c = 0 \end{cases}$,

令 $a = 1$, 则 $b = c = 1$, 则 $\vec{m} = (1, 1, 1)$,

对 A: $\because \vec{DB_1} = (1, 1, 1)$, 则 $\frac{2}{1} \neq \frac{4}{1} \neq \frac{3}{1}$, 即 $\vec{DB_1}$ 与 \vec{n} 不共线,

$\therefore B_1D$ 不与平面 A_1EF 垂直, A 错误;

对 B: $\because \frac{2}{1} \neq \frac{4}{1} \neq \frac{3}{1}$, 则 \vec{m} 与 \vec{n} 不共线,

\therefore 平面 ACD_1 与平面 A_1EF 相交, B 正确;

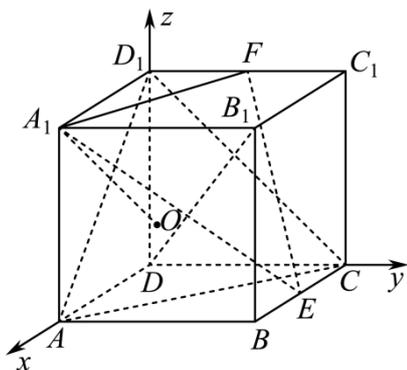
对 C: $\because \vec{A_1O} = \left(0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, 则 $\cos \langle \vec{A_1O}, \vec{A_1E} \rangle = \frac{\vec{A_1O} \cdot \vec{A_1E}}{|\vec{A_1O}| |\vec{A_1E}|} = \frac{2\sqrt{2}}{3} > 0$, 即 $\langle \vec{A_1O}, \vec{A_1E} \rangle$ 为锐角,

$\therefore \sin \langle \vec{A_1O}, \vec{A_1E} \rangle = \sqrt{1 - \cos^2 \langle \vec{A_1O}, \vec{A_1E} \rangle} = \frac{1}{3}$,

故点 O 到直线 A_1E 的距离为 $|\vec{A_1O}| \sin \langle \vec{A_1O}, \vec{A_1E} \rangle = \frac{\sqrt{2}}{6}$, C 正确;

对 D: 点 O 到平面 A_1EF 的距离为 $\frac{|\vec{A_1O} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{\sqrt{29}}{58}$, D 错误.

故选: BC.



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 从长度为 4, 6, 8, 10 的 4 条线段中任取 3 条, 则这三条线段能构成一个三角形的概率为_____.

【答案】 $\frac{3}{4}$ ##0.75

【解析】

【分析】 利用古典模型概率即可求解.

【详解】 由题可得, 取出的三条线段长度的可能性有:

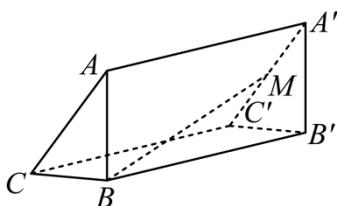
$(4,6,8), (4,6,10), (4,8,10), (6,8,10)$, 其

中能构成三角形的有 $(4,6,8), (4,8,10), (6,8,10)$,

这三条线段能构成一个三角形的概率为 $\frac{3}{4}$,

故答案为: $\frac{3}{4}$.

14. 如图, 在空间平移 $\triangle ABC$ 到 $\triangle A'B'C'$, 连接对应顶点. 设 $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, M 为 $A'C'$ 中点, 则用基底 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 表示向量 $\overrightarrow{BM} =$ _____.



【答案】 $\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

【解析】

【分析】 根据空间向量的线性运算求解.

【详解】 由题意可得: $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'M} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

故答案为: $\vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

15. 已知 F 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{3} = 1 (a > 0)$ 的右焦点, P 是 C 的左支上一动点, $A(0, 2\sqrt{3})$, 若 $\triangle APF$

周长的最小值为 10, 则 C 的渐近线方程为 _____.

【答案】 $y = \pm\sqrt{3}x$

【解析】

【分析】 设出 $F'(-c, 0)$, 运用双曲线的定义可得 $|PF| - |PF'| = 2a$, 则 $\triangle APF$ 的周长为 $|PA| + |PF| + |AF| = |PA| + |PF'| + 2a + \sqrt{12 + c^2}$, 运用三点共线取得最小值, 可得 a, b, c 的关系, 进而可得渐近线方程.

【详解】 由题意可得 $A(0, 2\sqrt{3}), F(c, 0)$, 设 $F'(-c, 0)$,

由双曲线的定义可得 $|PF| - |PF'| = 2a$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/167042003050006025>