

四、运输问题案例建模及讨论

案例1 电视机调拨方案

案例2 糖果调运问题

案例3 设备生产计划

案例4 蔬菜种植供应方案

案例1 电视机调拨方案

设有三个电视机厂供应四个地区某种型号的电视机。各厂家的年产量、各地区的年销售量以及各地区的单位运价如下表（单位：万台），试求出总的运费最省的电视机调拨方案。

销地 厂家	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	产量
A ₁	6	3	12	6	10
A ₂	4	3	9	—	12
A ₃	9	10	13	10	10
最低需求	6	14	0	5	
最高需求	10	14	6	不限	

案例1 电视机调拨方案

销地 厂家	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	产量
A ₁	6	3	12	6	10
A ₂	4	3	9	M	12
A ₃	9	10	13	10	10
最低需求	6	14	0	5	
最高需求	10	14	6	12	

问题分析：

此问题是一个产销不平衡问题，销大于产，最高需求中的“不限”，最多为

$$\begin{aligned} & \text{总产量} - \text{前三个销地的最低需求} \\ & = (10 + 12 + 10) - (6 + 14) = 12 \end{aligned}$$

表中“—”表示“厂家2的产品不供应销地4”，用充分大的正数“M”代替。

问题求解：

方法1 利用“表上作业法”求解

首先需要将“最低需求和最高需求”

转化为某个销地的需求量，

转化方法如下：

将 B_1 分解为两个销地 B_1' 、 B_1'' ，其销量分别为6、4（10-6），

对 B_4 也做同样处理，详见下表。

销地 厂家	B_1	B_2	B_3	B_4	产量
A_1	6	3	12	6	10
A_2	4	3	9	M	12
A_3	9	10	13	10	10
最低需求	6	14	0	5	
最高需求	10	14	6	12	

销地 厂家	B_1'	B_1''	B_2	B_3	B_4'	B_4''	产量
A_1	6	6	3	12	6	6	10
A_2	4	4	3	9	M	M	12
A_3	9	9	10	13	10	10	10
销量	6	4	14	6	5	7	

方法1 利用“表上作业法”求解

增加一个假想的产地 A_4 ，产量为10，

A_4 到各个销地的单位运价

按照如下规则确定：

销量为最低需求的销地，对应的单位运价为M，

销量为最高与最低需求差的销地，对应的单位运价为0，

详见下表。

销地 厂家	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	产量
A ₁	6	3	12	6	10
A ₂	4	3	9	M	12
A ₃	9	10	13	10	10
最低需求	6	14	0	5	
最高需求	10	14	6	12	

销地 厂家	B ₁ '	B ₁ ''	B ₂	B ₃	B ₄ '	B ₄ ''	产量
A ₁	6	6	3	12	6	6	10
A ₂	4	4	3	9	M	M	12
A ₃	9	9	10	13	10	10	10
A ₄	M	0	M	0	M	0	10
销量	6	4	14	6	5	7	

销地 厂家	B ₁ '	B ₁ ''	B ₂	B ₃	B ₄ '	产量	
A ₁	6	6	3	12	6	6	10
A ₂	4	4	3	9	M	M	12
A ₃	9	9	10	13	10	10	10
A ₄	M	0	M	0	M	0	10
销量	6	4	14	6	5	7	

方法1 利用表上作业法求解结果见下表。 总运价:172元

销地 厂家	B ₁ '	B ₁ ''	B ₂	B ₃	B ₄ '	产量	
A ₁			10			10	
A ₂	6	2	4			12	
A ₃		2			5	3	10
A ₄				6		4	10
销量	6	4	14	6	5	3+4	

案例1 电视机调拨方案

方法1 利用“表上作业法”求解

销地 厂家	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	产量
A ₁	6	3	12	6	10
A ₂	4	3	9	M	12
A ₃	9	10	13	10	10
最低需求	6	14	0	5	
最高需求	10	14	6	不限	

方法2 建模并利用LINGO软件求解

设 x_{ij} 表示产地 i 运往销地 j 的数量，
详见下表。

销地 厂家	1	2	3	4
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}

销地 厂家	1	2	3	4
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}

销地 厂家	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	产量
A ₁	6	3	12	6	10
A ₂	4	3	9	M	12
A ₃	9	10	13	10	10
最低需求	6	14	0	5	

$$\min z = 6x_{11} + 3x_{12} + 12x_{13} + 6x_{14} + 4x_{21} + 3x_{22} + 9x_{23} + 1000x_{24} + 9x_{31} + 10x_{32} + 13x_{33} + 10x_{34}$$

$$s.t. \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 10 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 12 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 10 \\ 6 \leq x_{11} + x_{21} + x_{31} \leq 10 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 14 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} \leq 6 \\ x_{14} + x_{34} \geq 5 \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

LINGO求解

最少运费： 72.0000

厂家	销地	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	产量 (万台)
A ₁		6	3	12	6	10
A ₂		4	3	9	M	12
A ₃		9	10	13	10	10
最低需求 (万台)		6	14	0	5	
最高需求 (万台)		10	14	6	不限	

厂家	销地	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	产量 (万台)
A ₁			10			10
A ₂		8	4			12
A ₃		2			8	10
最低需求 (万台)		6	14	0	5	
最高需求 (万台)		10	14	6	不限	

案例2 糖果调运问题

某食品公司主要经营糖果。

它下面设有三个加工厂，

每天的糖果生产量分别为：

A_1 —7吨， A_2 —4吨， A_3 —9吨。

公司把这些糖果分别运往四个地区

的门市部销售，各地区每天的销售量分别为：

B_1 —3吨， B_2 —6吨， B_3 —5吨， B_4 —6吨。

假设有四个中转站，

每个加工厂生产的糖果在运往销地的过程中

可以在产地、中转站和销地之间转运。

已知各产地、销地和中转站之间的单位运价如下表所示，

试确定总运费最少的调运方案。

门市部 加工厂	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	3	11	3	10
A_2	1	9	2	8
A_3	7	4	10	5

		产地			中转地				销地			
		A ₁	A ₂	A ₃	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
产地	A ₁	0	1	3	2	1	4	3	3	11	3	10
	A ₂	1	0	-	3	5	-	2	1	9	2	8
	A ₃	3	-	0	1	-	2	3	7	4	10	5
中转站	T ₁	2	3	1	0	1	3	2	2	8	4	6
	T ₂	1	5	-	1	0	1	1	4	5	2	7
	T ₃	4	-	2	3	1	0	2	1	8	2	4
	T ₄	3	2	3	2	1	2	0	1	-	2	6
销地	B ₁	3	1	7	2	4	1	1	0	1	4	2
	B ₂	11	9	4	8	5	8	-	1	0	2	1
	B ₃	3	2	10	4	2	2	2	4	2	0	3
	B ₄	10	8	5	6	7	4	6	2	1	3	0

案例2 糖果调运问题

A_1 —7吨, A_2 —4吨,
 A_3 —9吨, 总产量: 20吨

B_1 —3吨, B_2 —6吨, B_3 —5吨
 B_4 —6吨, 总销量: 20吨

		产地			中转地				销地			
		A_1	A_2	A_3	T_1	T_2	T_3	T_4	B_1	B_2	B_3	B_4
产地	A_1	0	1	3	2	1	4	3	3	11	3	10
	A_2	1	0	-	3	5	-	2	1	9	2	8
	A_3	3	-	0	1	-	2	3	7	4	10	5
中转站	T_1	2	3	1	0	1	3	2	2	8	4	6
	T_2	1	5	-	1	0	1	1	4	5	2	7
	T_3	4	-	2	3	1	0	2	1	8	2	4
	T_4	3	2	3	2	1	2	0	1	-	2	6
销地	B_1	3	1	7	2	4	1	1	0	1	4	2
	B_2	11	9	4	8	5	8	-	1	0	2	1
	B_3	3	2	10	4	2	2	2	4	2	0	3
	B_4	10	8	5	6	7	4	6	2	1	3	0

研究思路:

此问题为产销平衡的中转调运问题,

将问题转化为具有11个产地和11个销地的运输问题,

再利用表上作业法或LINGO软件求解。

案例2 糖果调运问题

A_1 —7吨, A_2 —4吨,
 A_3 —9吨, 总产量: 20吨

B_1 —3吨, B_2 —6吨, B_3 —5吨
 B_4 —6吨, 总销量: 20吨

		产地			中转地				销地			
		A_1	A_2	A_3	T_1	T_2	T_3	T_4	B_1	B_2	B_3	B_4
产地	A_1	0	1	3	2	1	4	3	3	11	3	10
	A_2	1	0	-	3	5	-	2	1	9	2	8
	A_3	3	-	0	1	-	2	3	7	4	10	5
中转站	T_1	2	3	1	0	1	3	2	2	8	4	6
	T_2	1	5	-	1	0	1	1	4	5	2	7
	T_3	4	-	2	3	1	0	2	1	8	2	4
	T_4	3	2	3	2	1	2	0	1	-	2	6
销地	B_1	3	1	7	2	4	1	1	0	1	4	2
	B_2	11	9	4	8	5	8	-	1	0	2	1
	B_3	3	2	10	4	2	2	2	4	2	0	3
	B_4	10	8	5	6	7	4	6	2	1	3	0

解题过程:

将问题转化为具有11个产地和11个销地的运输问题,
 按照前面的做法, 各个产地的产量和销地的销量见下表。

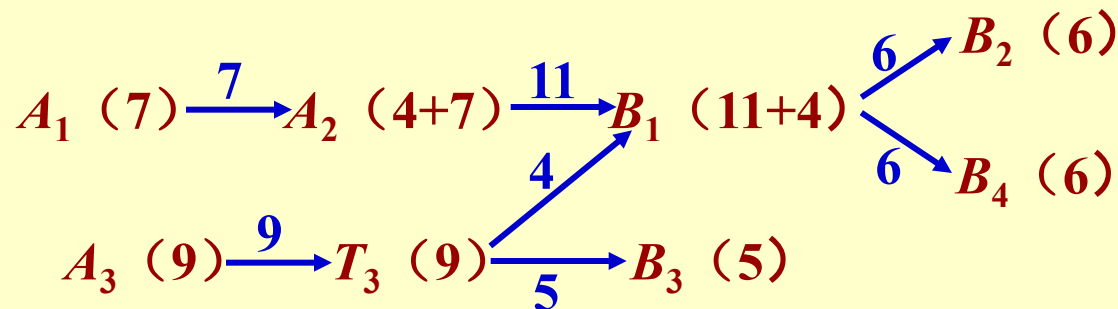
Objective value:	68.00000
Variable	Value
VOLUME(WH1, C1)	13.00000
VOLUME(WH1, C2)	7.000000
VOLUME(WH2, C2)	9.000000
VOLUME(WH2, C8)	11.00000
VOLUME(WH3, C3)	11.00000
VOLUME(WH3, C6)	9.000000
VOLUME(WH4, C4)	20.00000
VOLUME(WH5, C5)	20.00000
VOLUME(WH6, C6)	11.00000
VOLUME(WH6, C8)	4.000000
VOLUME(WH6, C10)	5.000000
VOLUME(WH7, C7)	20.00000
VOLUME(WH8, C8)	5.000000
VOLUME(WH8, C9)	6.000000
VOLUME(WH8, C11)	6.000000
VOLUME(WH9, C9)	14.00000
VOLUME(WH10, C10)	15.00000
VOLUME(WH11, C11)	14.00000

调运方案见下表：

产地 \ 销地	A ₁	A ₂	A ₃	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	13	7									
A ₂		9						11			
A ₃			11			9					
T ₁				20							
T ₂					20						
T ₃						11		4		5	
T ₄							20				
B ₁								8	6		6
B ₂									14		
B ₃										15	
B ₄											14

A₁—7吨, A₂—4吨,
 A₃—9吨, 总产量: 20吨
 B₁—3吨, B₂—6吨, B₃—5吨
 B₄—6吨, 总销量: 20吨

中转调运过程如下：



产地 \ 销地	A ₁	A ₂	A ₃	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	13	7									
A ₂		9						11			
A ₃			11			9					
T ₁				20							
T ₂					20						
T ₃						11		4		5	
T ₄							20				
B ₁								8	6		6
B ₂									14		
B ₃										15	
B ₄											14

A₁—7吨, A₂—4吨, A₃—9吨

B₁—3吨, B₂—6吨, B₃—5吨, B₄—6吨

说明:

由前面计算结果知, 该问题如果没有中转调运, 运费为85, 中转后的运费为68。

由此可见, 通过中转, 可以节省运费, 符合实际情况。

案例3 设备生产计划

某公司按照合同规定需要在当年每个季度末分别提供10、15、25、20台同一规格的某种机器设备。

该公司各季度的生产能力以及生产每台设备的成本见下表。

如果生产的设备当季度不交货，

则每台积压一个季度所需的存储、维护等费用为0.15万元。

试确定在完成合同任务的条件下，

使公司全年生产费用最小的设备生产计划。

季度	生产能力（万台）	单位成本（万元）
1	25	10.8
2	35	11.1
3	30	11.0
4	10	11.3

季度	生产能力	单位成本
1	25	10.8
2	35	11.1
3	30	11.0
4	10	11.3

需要在每个季度末分别提供
10、15、25、20台设备。

问题分析：

公司每个季度的产量一定，市场每个季度的需求量一定，
由上表的数据可以看出，
问题的总产量大于总需求量，
因此，该问题可以转化为一个产大于销的运输问题。

季度	生产能力	单位成本
1	25	10.8
2	35	11.1
3	30	11.0
4	10	11.3

需要在每个季度末分别提供
10、15、25、20台设备。

问题求解：

设变量 x_{ij} 表示第 i 季度生产的设备在第 j 季度销售的台数，
详见下表。

交货季度 生产季度	1	2	3	4
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
2		x_{22}	x_{23}	x_{24}
3			x_{33}	x_{34}
4				x_{44}

$i > j$ 时,
 $x_{ij} = 0!$

交货季度 生产季度	1	2	3	4
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
2		x_{22}	x_{23}	x_{24}
3			x_{33}	x_{34}
4				x_{44}

季度	生产能力	单位成本
1	25	10.8
2	35	11.1
3	30	11.0
4	10	11.3

每台积压一个季度
所需的存储、维护
等费用为0.15万元

问题求解：

设变量 x_{ij} 表示第 i 季度生产的设备在第 j 季度销售的台数，

设 c_{ij} —第 i 季度生产的单位设备在第 j 季度销售所发生的总费用，

p_i —第 i 季度的单位生产成本。

则 c_{ij} 的计算公式如下：

$$c_{ij} = \begin{cases} p_i + 0.15 \cdot (j - i) & i \leq j \\ M(\text{充分大的正数}) & i > j \end{cases}$$

详见下表。

交货季度 生产季度	1	2	3	4
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
2		x_{22}	x_{23}	x_{24}
3			x_{33}	x_{34}
4				x_{44}

季度	生产能力	单位成本
1	25	10.8
2	35	11.1
3	30	11.0
4	10	11.3

每台积压一个季度
所需的存储、维护
等费用为0.15万元

设 c_{ij} —第 i 季度生产的单位设备在
第 j 季度销售所发生的总费用
 p_i —第 i 季度的单位生产成本。

$$c_{ij} = \begin{cases} p_i + 0.15 \cdot (j - i) & i \leq j \\ M (\text{充分大的正数}) & i > j \end{cases}$$

交货季度 生产季度	1	2	3	4
1	10.80	10.95	11.10	11.25
2	M	11.10	11.25	11.40
3	M	M	11.00	11.15
4	M	M	M	11.30

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/167060126056006061>