

人教版高中数学必修第二册 10.2 事件的相互独立性 同步精练

【考点梳理】

考点一 相互独立事件的概念

对任意两个事件 A 与 B ，如果 $P(AB) = \underline{P(A)} \underline{P(B)}$ 成立，则称事件 A 与事件 B 相互独立，简称独立.

考点二 相互独立事件的性质

如果事件 A 与 B 相互独立，那么 A 与 $\overline{B}$ ， $\overline{A}$ 与 B ， $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 也都相互独立.

【题型归纳】

题型一：事件独立性的判断

1. (2021·全国·高一) 坛子中放有 3 个白球，2 个黑球，从中进行不放回地摸球，用 A 表示“第一次摸得白球”， B 表示“第二次摸得白球”，则事件 A 与事件 B 是 ()

- A. 互斥事件 B. 对立事件 C. 不相互独立事件 D. 相互独立事件

2. (2021·全国·高一课时练习) 下列各对事件中,不是相互独立事件的有

- A. 运动员甲射击一次,“射中 9 环”与“射中 8 环”
B. 甲、乙两运动员各射击一次,“甲射中 10 环”与“乙射中 9 环”
C. 甲、乙两运动员各射击一次,“甲、乙都射中目标”与“甲、乙都没有射中目标”
D. 甲、乙两运动员各射击一次,“至少有 1 人射中目标”与“甲射中目标但乙未射中目标”

3. (2021·全国·高一课时练习) 下列事件中, 哪些是互斥事件, 哪些是相互独立事件?

- (1) 1000 张有奖销售的奖券中某 1 张奖券中一等奖与该张奖券中二等奖.
(2) 甲、乙两人同时购买同一期的双色球彩票各一张, 甲中奖与乙中奖.
(3) 甲组 3 名男生、2 名女生, 乙组 2 名男生、3 名女生, 现从甲、乙两组中各选 1 名同学参加演讲比赛, “从甲组中选出 1 名男生”与“从乙组中选出 1 名女生”.

题型二：相互独立事件概率的计算

4. (2022·广东·深圳市光明区高级中学高一期中) 在某段时间内, 甲地下雨的概率为 0.3, 乙地下雨的概率为 0.4, 假设在这段时间内两地是否下雨之间没有影响, 则这段时间内, 甲、乙两地都不下雨的概率为 ()

- A. 0.12 B. 0.88 C. 0.28 D. 0.42

5. (2021·福建省永春第一中学高一期末) 甲、乙两人练习射击, 命中目标的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{3}$, 甲、乙两人各射击一次, 有下列说法: ①目标恰好被命中一次的概率为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; ②目标恰好被命中两次的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$; ③目标被命中的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$; ④目标被命中的概率为 $1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$, 以上说法正确的是 ()

- A. ②③ B. ①②③ C. ②④ D. ①③

6. (2022·全国·高一) 甲、乙二人独立破译同一密码, 甲破译密码的概率为 0.7, 乙破译密码的概率为 0.6. 记事件 A : 甲破译密码, 事件 B : 乙破译密码.

(1) 求甲、乙二人都破译密码的概率;

(2) 求恰有一人破译密码的概率.

题型三：相互独立事件概率的综合应用

7. (2021·全国·高一课时练习) 红队队员甲、乙、丙与蓝队队员 A, B, C 进行围棋比赛, 甲对 A , 乙对 B , 丙对 C 各一盘. 已知甲胜 A 、乙胜 B 、丙胜 C 的概率分别为 0.6, 0.5, 0.5, 假设各盘比赛结果相互独立, 求红队至少两名队员获胜的概率.

8. (2021·浙江·高一单元测试) 生产同一种产品, 甲机床的废品率为 0.04, 乙机床的废品率为 0.05, 从甲、乙机床生产的产品中各任取 1 件, 求:

(1) 至少有 1 件废品的概率;

(2) 恰有 1 件废品的概率.

9. (2022·全国·高二学业考试) 计算机考试分理论考试与实际操作两部分, 每部分考试成绩只记“合格”与“不合格”, 两部分考试都“合格”者, 则计算机考试“合格”, 并颁发合格证书. 甲、乙、丙三人在理论考试中“合格”的概率依次为 $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, 在实际操作考试中“合格”的概率依次为 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, 所有考试是否合格相互之间没有影响.

(1) 假设甲、乙、丙三人同时进行理论与实际操作两项考试, 谁获得合格证书的可能性最大?

(2) 这三个人进行理论与实际操作两项考试后, 求恰有两人获得合格证书的概率.

【双基达标】

一、单选题

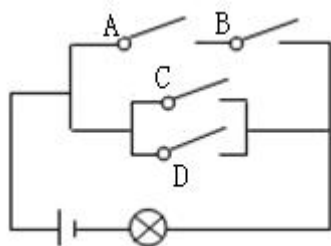
10. (2021·全国·高一) 掷两枚质地均匀的骰子, 设 A = “第一枚出现奇数点”, B = “第二枚出现偶数点”, 则 A 与 B 的关系为 ().

- A. 互斥 B. 互为对立
C. 相互独立 D. 相等

11. (2021·山东·高青县第一中学高二阶段练习) 从甲袋内摸出 1 个红球的概率是 $\frac{1}{3}$, 从乙袋内摸出 1 个红球的概率是 $\frac{1}{2}$, 从两袋内各摸出 1 个球, 则 $\frac{2}{3}$ 等于

- A. 2 个球不都是红球的概率 B. 2 个球都是红球的概率
C. 至少有 1 个红球的概率 D. 2 个球中恰好有 1 个红球的概率

12. (2022·全国·高二单元测试) 如图, 已知电路中 4 个开关闭合的概率都是 $\frac{1}{2}$, 且是互相独立的, 灯亮的概率为 ()



- A. $\frac{3}{16}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{13}{16}$ D. $\frac{1}{4}$

13. (2021·全国·高二专题练习) 甲、乙两人独立地破译一份密码, 已知各人能破译的概率分别是 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ 求;

- (1) 两人都成功破译的概率;
(2) 密码被成功破译的概率.

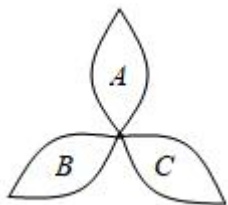
14. (2022·湖南·高一课时练习) 天气预报元旦假期甲地的降雨概率是 0.2, 乙地的降雨概率是 0.3, 假定在这段时间内两地是否降雨相互之间没有影响, 计算在这段时间内:

- (1) 甲、乙两地都降雨的概率;
(2) 甲、乙两地都不降雨的概率;
(3) 至少一个地方降雨的概率.

【高分突破】

一：单选题

15. (2021·全国·高三专题练习(理)) 在荷花池中, 有一只青蛙在成品字形的三片荷叶上跳来跳去(每次跳跃时, 均从一叶跳到另一叶), 而且逆时针方向跳的概率是顺时针方向跳的概率的两倍, 如图所示. 假设现在青蛙在 A 叶上, 则跳三次之后停在 A 叶上的概率是

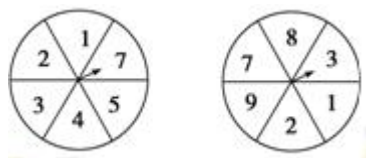


- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{8}{27}$

16. (2021·全国·高一专题练习) 从某地区的儿童中挑选体操学员, 已知儿童体型合格的概率为 $\frac{1}{5}$, 身体关节构造合格的概率为 $\frac{1}{4}$. 从中任挑一儿童, 这两项至少有一项合格的概率是 (假定体型与身体关节构造合格与否相互之间没有影响) ()

- A. $\frac{13}{20}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

17. (2021·全国·高一课时练习) 如图所示, 两个圆盘都是六等分, 在两个圆盘中, 指针落在本圆盘每个数所在区域的机会均等, 那么两个指针同时落在奇数所在区域的概率是



- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

二、多选题(共 0 分)

18. (2021·全国·高一课时练习) 下列各对事件中, 为相互独立事件的是 ()

- A. 掷一枚骰子一次, 事件 M “出现偶数点”; 事件 N “出现 3 点或 6 点”
- B. 袋中有 3 白、2 黑共 5 个大小相同的小球, 依次有放回地摸两球, 事件 M “第一次摸到白球”, 事件 N “第二次摸到白球”
- C. 袋中有 3 白、2 黑共 5 个大小相同的小球, 依次不放回地摸两球, 事件 M “第一次摸到白球”, 事件 N “第二次摸到黑球”
- D. 甲组 3 名男生, 2 名女生; 乙组 2 名男生, 3 名女生, 现从甲、乙两组中各选 1 名同学参加演讲比赛, 事件 M “从甲组中选出 1 名男生”, 事件 N “从乙组中选出 1 名女生”

19. (2022·山东省实验中学高一期中) 已知事件 A , B , 且 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.2$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 如果 $B \subseteq A$, 那么 $P(A \cap B)=0.2$, $P(AB)=0.5$
- B. 如果 A 与 B 互斥, 那么 $P(A \cup B)=0.7$, $P(AB)=0$
- C. 如果 A 与 B 相互独立, 那么 $P(A \cup B)=0.7$, $P(AB)=0$
- D. 如果 A 与 B 相互独立, 那么 $P(\overline{AB})=0.4$, $P(A\overline{B})=0.4$

20. (2021·吉林·梅河口市第五中学高二开学考试) 下面结论正确的是 ()

- A. 若 $P(A)+P(B)=1$, 则事件 A 与 B 是互为对立事件
- B. 若 $P(AB)=P(A)P(B)$, 则事件 A 与 B 是相互独立事件
- C. 若事件 A 与 B 是互斥事件, 则 A 与 $\overline{B}$ 也是互斥事件

D. 若事件 A 与 B 是相互独立事件, 则 A 与 $\bar{B}$ 也是相互独立事件

21. (2021·全国·高一课时练习) 甲罐中有 3 个红球、2 个白球, 乙罐中有 4 个红球、1 个白球, 先从甲罐中随机取出 1 个球放入乙罐, 分别以 A_1 , A_2 表示由甲罐中取出的球是红球、白球的事件, 再从乙罐中随机取出 1 个球, 以 B 表示从乙罐中取出的球是红球的事件, 下列命题正确的是 ()

A. $P(B) = \frac{23}{30}$

B. 事件 B 与事件 A_1 相互独立

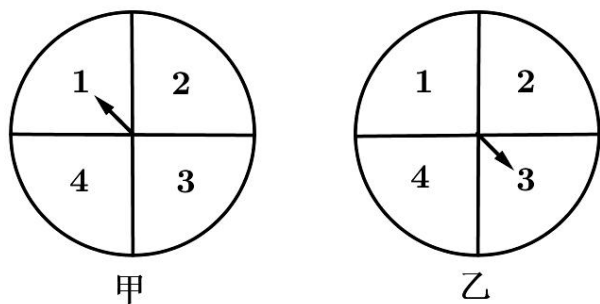
C. 事件 B 与事件 A_2 相互独立

D. A_1 , A_2 互斥

三、填空题

22. (2021·全国·高一课时练习) 已知 A 、 B 、 C 相互独立, 如果 $P(AB) = \frac{1}{6}$, $P(\bar{B}C) = \frac{1}{8}$, $P(ABC) = \frac{1}{8}$, $P(\bar{A}B) =$ _____.

23. (2021·全国·高一课时练习) 同时转动如图所示的两个转盘, 记转盘甲得到的数为 x , 转盘乙得到的数为 y , 构成数对 (x, y) , 则所有数对 (x, y) 中满足 $xy=4$ 的概率为 _____.



24. (2022·全国·高二课时练习) 在某道路 A , B , C 三处设有交通灯, 这三盏灯在一分钟内开放绿灯的时间分别为 25 秒、35 秒、45 秒, 某辆车在这个道路上匀速行驶, 则三处都不停车的概率为 _____.

25. (2021·全国·高一课时练习) 甲、乙两人下棋, 两人下成和棋的概率是 $\frac{1}{2}$, 乙获胜的概率是 $\frac{1}{2}$, 则乙不输的概率是 _____, 甲获胜的概率是 _____, 甲不输的概率是 _____.

26. (2021·全国·高一课时练习) 已知 A , B 是相互独立事件, 且 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{3}$, 则 $P(\overline{AB}) =$ _____; $P(\overline{AB}) =$ _____.

四、解答题

27. (2021·全国·高一) 若 $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, 证明: 事件 A , B 相互独立与 A , B 互斥不能同时成立.

28. (2021·全国·高二) 小宁某天乘火车从重庆到上海去办事, 若当天从重庆到上海的三列火车正点到达的概率分别为 0.8, 0.7, 0.9, 假设这三列火车之间是否正点到达互不影响. 求:

(1) 这三列火车恰好有两列正点到达的概率;

(2) 这三列火车至少有一列正点到达的概率.

29. (2021·全国·高一) 某人群中各种血型的人所占的比例见下表:

血型	A	B	AB	O
该血型的人所占的比例/%	28	29	8	35

已知同种血型的人可以互相输血, O 型血可以给任一种血型的人输血, 任何人的血都可以输给 AB 型血的人, 其他不同血型的人不能互相输血. 该人群中的小明是 B 型血, 若他因病需要输血, 问:

- (1) 任找一个人, 其血可以输给小明的概率是多少?
- (2) 任找一个人, 其血不能输给小明的概率是多少?

30. (2022·全国·高二) 为普及抗疫知识、弘扬抗疫精神, 某学校组织防疫知识竞赛. 比赛共分为两轮, 每位参赛选手均须参加两轮比赛, 若其在两轮比赛中均胜出, 则视为赢得比赛. 已知在第一轮比赛中, 选手甲、乙胜出的概率分别为 $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$; 在第二轮比赛中, 甲、乙胜出的概率分别为 $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$. 甲、乙两人在每轮比赛中是否胜出互不影响.

- (1) 从甲、乙两人中选取 1 人参加比赛, 派谁参赛赢得比赛的概率更大?
- (2) 若甲、乙两人均参加比赛, 求两人中至少有一人赢得比赛的概率.

31. (2021·全国·高一课时练习) 袋中装有除颜色外完全相同的黑球和白球共 7 个, 其中白球 3 个, 现有甲、乙两人从袋中轮流摸球, 甲先取, 乙后取, 然后甲再取, ..., 取后不放回, 直到两人中有一人取到白球时终止. 每个球在每一次被取出的机会是等可能的.

- (1) 求取球 3 次即终止的概率;
- (2) 求甲取到白球的概率.

32. (2021·江苏·高一单元测试) 小王某天乘坐火车从重庆到上海去办事, 若当天从重庆到上海的三列火车正点到达的概率分别为 0.8 , 0.7 , 0.9 , 假设这三列火车之间是否正点到达互不影响. 求:

- (1) 这三列火车恰好有两列正点到达的概率;
- (2) 这三列火车至少有一列正点到达的概率;
- (3) 这三列火车恰有一列火车正点到达的概率.

【答案详解】

1. C

【详解】

互斥事件指在一定条件下不可能同时发生的事件,由此判断 A 和 B 不互斥,则也不对立.

由题意可知事件 A 发生时,事件 B 发生的概率为 $P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$,事件 A 不发生时,事件 B 发

生的概率为 $P(B) = \frac{3}{4}$,

事件 A 发生对事件 B 有影响,故 A 与 B 是不相互独立事件.

故选: C

【点睛】

本题主要考查了互斥事件、对立事件、以及相互独立事件的概念,属于基础题.

2. ACD

【解析】

根据相互独立事件的概念以及判断,分析出是相互独立事件的选项.

【详解】

在 A 中,甲射击一次,“射中 9 环”与“射中 8 环”两个事件不可能同时发生,二者是互斥事件,不独立;在 B 中,甲、乙各射击一次,“甲射中 10 环”发生与否对“乙射中 9 环”的概率没有影响,二者是相互独立事件;在 C 中,甲、乙各射击一次,“甲、乙都射中目标”与“甲、乙都没有射中目标”不可能同时发生,二者是互斥事件,不独立;在 D 中,设“至少有 1 人射中目标”为事件 A,“甲射中目标但乙未射中目标”为事件 B,则 $AB = B$,因此当 $P(A) \neq 1$ 时, $P(AB) \neq P(A) \cdot P(B)$,故 A、B 不独立,故选: ACD

【点睛】

本小题主要考查相互独立事件的判断,属于基础题.

3. (1) 互斥事件; (2) 相互独立事件; (3) 相互独立事件.

【解析】

【分析】

(1) 利用互斥事件的定义进行判断即可;

(2) 利用相互独立事件的定义进行判断即可;

(3) 利用相互独立事件的定义进行判断即可.

【详解】

(1) 一张奖券不可能既中一等奖又中二等奖,即这两个事件不可能同时发生,故它们是互斥事件.

(2) 由双色球的中奖规则可知, 甲是否中奖对乙没有影响, 反之亦然, 故它们是相互独立事件.

(3) “从甲组中选出 1 名男生”这一事件是否发生对“从乙组中选出 1 名女生”这一事件发生的概率没有影响, 反之亦然, 所以它们是相互独立事件.

4. D

【解析】

【分析】

先分别求出甲地不下雨的概率, 和乙地不下雨的概率, 再根据独立事件的概率求解.

【详解】

因为甲地下雨的概率为 0.3, 乙地下雨的概率为 0.4,

所以甲地不下雨的概率为 0.7, 乙地不下雨的概率为 0.6,

所以甲、乙两地都不下雨的概率为 $p = 0.7 \times 0.6 = 0.42$

故选: D

【点睛】

本题主要考查独立事件的概率, 对立事件的概率, 属于基础题.

5. C

【解析】

根据相互独立事件的概率乘法公式即可求解.

【详解】

对于说法①, 目标恰好被命中一次的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$, 所以①错误,

对于说法②, 目标恰好被命中两次的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, 故②正确

对于说法③, 目标被命中的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$, 所以③错误,

对于说法④, 目标被命中的概率为 $1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$, 故④正确.

故选: C.

6. (1) 0.42; (2) 0.46.

【解析】

(1) 由相互独立事件概率的乘法公式运算即可得解;

(2) 由互斥事件概率的加法公式及相互独立事件概率的乘法公式运算即可得解.

【详解】

(1) 事件“甲、乙二人都破译密码”可表示为 AB , 事件 A, B 相互独立,

由题意可知 $P(A) = 0.7, P(B) = 0.6$,

所以 $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0.7 \times 0.6 = 0.42$;

(2) 事件“恰有一人破译密码”可表示为 $\bar{A}B + A\bar{B}$, 且 $\bar{A}B, A\bar{B}$ 互斥

所以 $P(\bar{A}B + A\bar{B}) = P(\bar{A}B) + P(A\bar{B}) = P(\bar{A})P(B) + P(A)P(\bar{B})$

$$= (1-0.7) \times 0.6 + 0.7 \times (1-0.6) = 0.46.$$

7. 0.55.

【解析】

【分析】

由题意按照红队两名队员获胜及红队三名队员获胜两种情况, 结合对立事件、相互独立事件的概率公式运算即可得解.

【详解】

记甲胜 A 、乙胜 B 、丙胜 C 分别为事件 D, E, F , 则甲不胜 A 、乙不胜 B 、丙不胜 C 分别为事件 $\bar{D}, \bar{E}, \bar{F}$, 根据各盘比赛结果相互独立, 可得红队至少两名队员获胜的概率为

$$\begin{aligned} P &= P(D \ E \ \bar{F}) + P(D \ \bar{E} \ F) + P(\bar{D} \ E \ F) + P(D \ E \ F) \\ &= P(D)P(E)P(\bar{F}) + P(D)P(\bar{E})P(F) + P(\bar{D})P(E)P(F) + P(D)P(E)P(F) \\ &= 0.6 \times 0.5 \times (1-0.5) + 0.6 \times (1-0.5) \times 0.5 + (1-0.6) \times 0.5 \times 0.5 + 0.6 \times 0.5 \times 0.5 \\ &= 0.55. \end{aligned}$$

【点睛】

本题考查了事件发生概率的求解, 考查了对立事件、相互独立事件概率公式的应用及分类讨论思想的应用, 属于中档题.

8. (1)0.088;(2)0.086.

【解析】

(1) 用1减去两个都是正品的概率, 由此求得所求概率.

(2) 利用相互独立事件概率计算公式, 计算出所求概率.

【详解】

从甲、乙机床生产的产品中各取1件是废品分别记为事件 A, B , 则事件 A, B 相互独立, 且

$$P(A) = 0.04, P(B) = 0.05.$$

(1) 设“至少有1件废品”为事件 C , 则

$$P(C) = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - P(\bar{A})P(\bar{B}) = 1 - (1-0.04) \times (1-0.05) = 0.088.$$

(2) 设“恰有1件废品”为事件 D , 则

$$P(D) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = 0.04 \times (1-0.05) + (1-0.04) \times 0.05 = 0.086.$$

【点睛】

本小题主要考查相互独立事件概率计算, 考查利用对立事件概率进行计算, 属于基础题.

9. (1) 丙; (2) $\frac{11}{30}$

【解析】

(1) 分别计算三者获得合格证书的概率, 比较大小即可 (2) 根据互斥事件的和, 列出三人考试后恰有两人获得合格证书事件, 由概率公式计算即可求解.

【详解】

(1) 设“甲获得合格证书”为事件 A , “乙获得合格证书”为事件 B , “丙获得合格证书”为事件 C , 则 $P(A) = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$, $P(C) = \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{9}$.

因为 $P(C) > P(B) > P(A)$, 所以丙获得合格证书的可能性最大.

(2) 设“三人考试后恰有两人获得合格证书”为事件 D , 则

$$P(D) = P(ABC\bar{C}) + P(A\bar{B}C) + P(\bar{A}BC) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} = \frac{11}{30}.$$

【点睛】

本题主要考查了相互独立事件, 互斥事件, 及其概率公式的应用, 属于中档题.

10. C

【解析】

【分析】

根据互斥、对立、独立事件的定义判断即可.

【详解】

解: 掷两枚质地均匀的骰子, 设 A = “第一枚出现奇数点”, B = “第二枚出现偶数点”, 事件 A 与 B 能同时发生, 故事件 A 与 B 既不是互斥事件, 也不是对立事件, 故选项 A, B 错误;

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, P(AB) = \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4}, P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4},$$

因为 $P(A) \cdot P(B) = P(AB)$, 所以 A 与 B 独立, 故选项 C 正确;

事件 A 与 B 不相等, 故选项 D 错误.

故选: C.

11. C

【解析】

【详解】

分析: 根据题意, 易得从甲袋中摸出的球不是红球与从乙袋中摸出的球不是红球的概率, 进而以此分析选项: 对于 A, 2 个球都不是红球, 即从甲袋中摸出的球不是红球与从乙袋中摸出的球不是红球同时发生, 由相互独立事件的概率公式可得其概率, 对于 B, 2 个球都是红球, 即从甲袋中摸出的球是红球与从乙袋中摸出的球是红球同时发生, 由相互独立事件的概

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/168011061046006111>