

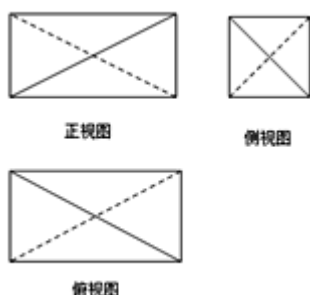
## 2025 届安徽省阜阳市红旗中学高考适应性考试数学试卷

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知一个三棱锥的三视图如图所示，其中三视图的长、宽、高分别为 2， $a$ ， $b$ ，且  $2a+b=\frac{5}{2}(a>0, b>0)$ ，则此三棱锥外接球表面积的最小值为（ ）



- A.  $\frac{17}{4}\pi$       B.  $\frac{21}{4}\pi$       C.  $4\pi$       D.  $5\pi$

2. 我国古代数学巨著《九章算术》中，有如下问题：“今有女子善织，日自倍，五日织五尺，问日织几何？”这个问题用今天的白话叙述为：有一位善于织布的女子，每天织的布都是前一天的 2 倍，已知她 5 天共织布 5 尺，问这位女子每天分别织布多少？根据上述问题的已知条件，若该女子共织布  $\frac{35}{31}$  尺，则这位女子织布的天数是（ ）

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 1

3. 下列函数中，既是奇函数，又是  $R$  上的单调函数的是（ ）

- A.  $f(x) = \ln(|x|+1)$       B.  $f(x) = x^{-1}$
- C.  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & (x \geq 0) \\ -x^2 + 2x, & (x < 0) \end{cases}$       D.  $f(x) = \begin{cases} 2^x, & (x < 0) \\ 0, & (x = 0) \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^x, & (x > 0) \end{cases}$

4. 若  $\triangle ABC$  的内角  $A$  满足  $\sin 2A = -\frac{2}{3}$ ，则  $\sin A - \cos A$  的值为（ ）

- A.  $\frac{\sqrt{15}}{3}$       B.  $-\frac{\sqrt{15}}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       D.  $-\frac{5}{3}$

5. 已知斜率为  $-2$  的直线与双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$  交于  $A, B$  两点，若  $M(x_0, y_0)$  为线段  $AB$  中点且

$k_{OM} = -4$  ( $O$  为坐标原点), 则双曲线  $C$  的离心率为 ( )

- A.  $\sqrt{5}$                       B. 3                      C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

6. 已知正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的体积为  $V$ , 点  $M, N$  分别在棱  $BB_1, CC_1$  上, 满足  $AM + MN + ND_1$  最小, 则四面体  $AMND_1$  的体积为 ( )

- A.  $\frac{1}{12}V$                       B.  $\frac{1}{8}V$                       C.  $\frac{1}{6}V$                       D.  $\frac{1}{9}V$

7. 已知  $i$  是虚数单位, 则复数  $\frac{4}{(1-i)^2} =$  ( )

- A.  $2i$                       B.  $-2i$                       C. 2                      D. -2

8.  $i$  是虚数单位,  $z = \frac{2i}{1-i}$  则  $|z| =$  ( )

- A. 1                      B. 2                      C.  $\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}$

9. 已知集合  $A = \{x \in N \mid y = \sqrt{4-x}\}, B = \{x \mid x = 2n, n \in Z\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $[0, 4]$                       B.  $\{0, 2, 4\}$                       C.  $\{2, 4\}$                       D.  $[2, 4]$

10. 已知函数  $f(x) (x \in R)$  满足  $f(1) = 1$ , 且  $f'(x) < 1$ , 则不等式  $f(\lg^2 x) < \lg^2 x$  的解集为 ( )

- A.  $\left(0, \frac{1}{10}\right)$                       B.  $\left(0, \frac{1}{10}\right)$                       C.  $\left(\frac{1}{10}, 10\right)$                       D.  $(10, +\infty)$

11. 若双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的渐近线与圆  $(x-2)^2 + y^2 = 1$  相切, 则双曲线的离心率为 ( )

- A. 2                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$                       D.  $\sqrt{3}$

12. 在  $\triangle ABC$  中,  $D$  为  $BC$  中点, 且  $\vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{ED}$ , 若  $\vec{BE} = \lambda\vec{AB} + \mu\vec{AC}$ , 则  $\lambda + \mu =$  ( )

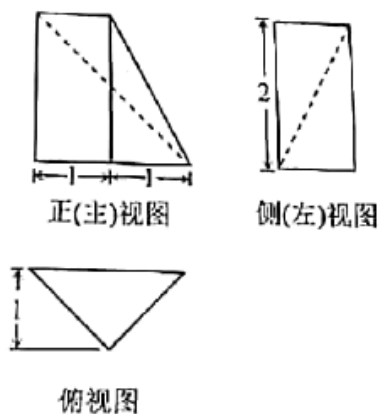
- A. 1                      B.  $-\frac{2}{3}$                       C.  $-\frac{1}{3}$                       D.  $-\frac{3}{4}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

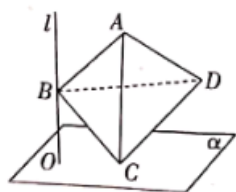
13. 已知非零向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ , 且  $(\vec{b} - \vec{a}) \perp \vec{a}$ , 则  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  的夹角为\_\_\_\_\_.

14. 已知  $\int_0^2 x^3 dx = n$ , 则  $(x+y+1)^n$  展开式中  $x^2y$  的系数为\_\_

15. 某四棱锥的三视图如图所示, 那么此四棱锥的体积为\_\_\_\_\_.



16. 如图, 直线  $l \perp$  平面  $\alpha$ , 垂足为  $O$ , 三棱锥  $A-BCD$  的底面边长和侧棱长都为 4,  $C$  在平面  $\alpha$  内,  $B$  是直线  $l$  上的动点, 则点  $B$  到平面  $ACD$  的距离为\_\_\_\_\_, 点  $O$  到直线  $AD$  的距离的最大值为\_\_\_\_\_.



三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

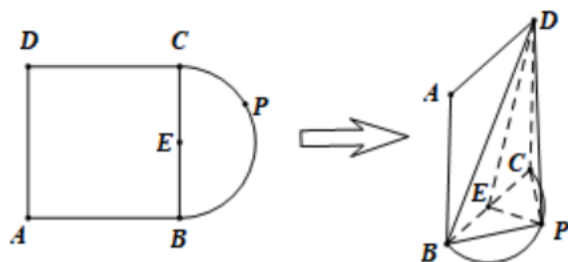
17. (12 分) 已知椭圆  $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $A(0, -2)$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

(1) 求椭圆  $M$  的方程;

(2) 经过点  $E(0, 1)$  且斜率存在的直线  $l$  交椭圆于  $Q, N$  两点, 点  $B$  与点  $Q$  关于坐标原点对称. 连接  $AB, AN$ . 求证:

存在实数  $\lambda$ , 使得  $k_{AN} = \lambda k_{AB}$  成立.

18. (12 分) 如图,  $ABCD$  是正方形, 点  $P$  在以  $BC$  为直径的半圆弧上 ( $P$  不与  $B, C$  重合),  $E$  为线段  $BC$  的中点, 现将正方形  $ABCD$  沿  $BC$  折起, 使得平面  $ABCD \perp$  平面  $BCP$ .

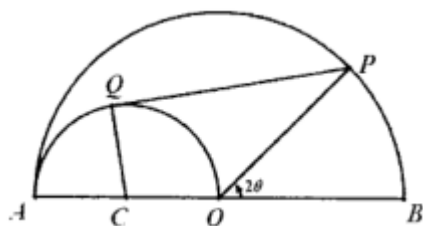


(1) 证明:  $BP \perp$  平面  $DCP$ .

(2) 三棱锥  $D-BPC$  的体积最大时, 求二面角  $B-PD-E$  的余弦值.

19. (12 分) 某广告商租用了一块如图所示的半圆形封闭区域用于产品展示, 该封闭区域由以  $O$  为圆心的半圆及直径  $AB$  围成. 在此区域内原有一个以  $OA$  为直径、 $C$  为圆心的半圆形展示区, 该广告商欲在此基础上, 将其改建成一个凸四边形的展示区  $COPQ$ , 其中  $P, Q$  分别在半圆  $O$  与半圆  $C$  的圆弧上, 且  $PQ$  与半圆  $C$  相切于点  $Q$ . 已知  $AB$

长为 40 米, 设  $\angle BOP$  为  $2\theta$ . (上述图形均视作在同一平面内)



(1) 记四边形  $COPQ$  的周长为  $f(\theta)$ , 求  $f(\theta)$  的表达式;

(2) 要使改建成的展示区  $COPQ$  的面积最大, 求  $\sin \theta$  的值.

20. (12 分) 已知  $a, b, c$  分别为  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边, 且  $b^2 = 3a^2 - 3c^2$ .

(1) 证明:  $b = 3c \cdot \cos A$ ;

(2) 若  $\triangle ABC$  的面积  $S = 2$ ,  $b = \sqrt{6}$ , 求角  $C$ .

21. (12 分) 已知在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $C_2$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 + t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴

的非负半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系, 曲线  $C_1$  的极坐标方程为  $\rho = \cos \theta (\rho \cos \theta + 2)$ .

(1) 求曲线  $C_1$  与直线  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若曲线  $C_1$  与直线  $C_2$  交于  $A, B$  两点, 求  $|AB|$  的值.

22. (10 分) 在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 - m \\ y = k(m - 1) \end{cases}$  为参数), 直线  $l_2$  的参数方程  $\begin{cases} x = n \\ y = 2 + \frac{n}{k} \end{cases}$  (为参

数), 若直线  $l_1, l_2$  的交点为  $P$ , 当  $k$  变化时, 点  $P$  的轨迹是曲线  $C$

(1) 求曲线  $C$  的普通方程;

(2) 以坐标原点为极点,  $x$  轴非负半轴为极轴且取相同的单位长度建立极坐标系, 设射线  $l_3$  的极坐标方程为

$\theta = \alpha (\rho \geq 0)$ ,  $\tan \alpha = \frac{4}{3} \left( 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$ , 点  $Q$  为射线  $l_3$  与曲线  $C$  的交点, 求点  $Q$  的极径.

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

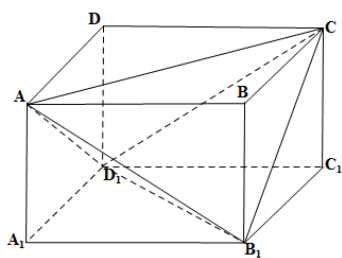
1、B

【解析】

根据三视图得到几何体为一三棱锥，并以该三棱锥构造长方体，于是得到三棱锥的外接球即为长方体的外接球，进而得到外接球的半径，求得外接球的面积后可求出最小值。

【详解】

由已知条件及三视图得，此三棱锥的四个顶点位于长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的四个顶点，即为三棱锥  $A-CB_1D_1$ ，且长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的长、宽、高分别为  $2, a, b$ ，



∴此三棱锥的外接球即为长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的外接球，

$$\text{且球半径为 } R = \frac{\sqrt{2^2 + a^2 + b^2}}{2} = \frac{\sqrt{4 + a^2 + b^2}}{2},$$

$$\therefore \text{三棱锥外接球表面积为 } 4\pi \left( \frac{\sqrt{4 + a^2 + b^2}}{2} \right)^2 = \pi(4 + a^2 + b^2) = 5\pi(a-1)^2 + \frac{21\pi}{4},$$

$$\therefore \text{当且仅当 } a=1, b=\frac{1}{2} \text{ 时, 三棱锥外接球的表面积取得最小值为 } \frac{21}{4}\pi.$$

故选 B.

【点睛】

(1) 解决关于外接球的问题的关键是抓住外接的特点，即球心到多面体的顶点的距离都等于球的半径，同时要作一圆面起衬托作用。

(2) 长方体的外接球的直径即为长方体的体对角线，对于一些比较特殊的三棱锥，在研究其外接球的问题时可考虑通过构造长方体，通过长方体的外球球来研究三棱锥的外接球的问题。

2、B

【解析】

将问题转化为等比数列问题，最终变为求解等比数列基本量的问题。

【详解】

根据实际问题可以转化为等比数列问题，

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 公比 $q=2$ , 前 $n$ 项和为 $S_n$ ,  $S_5=5$ ,  $S_m=\frac{35}{31}$ , 求 $m$ 的值.

因为 $S_5=\frac{a_1(1-2^5)}{1-2}=5$ , 解得 $a_1=\frac{5}{31}$ ,  $S_m=\frac{\frac{5}{31}(1-2^m)}{1-2}=\frac{35}{31}$ , 解得 $m=3$ . 故选 B.

【点睛】

本题考查等比数列的实际应用, 难度较易. 熟悉等比数列中基本量的计算, 对于解决实际问题很有帮助.

3、C

【解析】

对选项逐个验证即得答案.

【详解】

对于 A,  $f(-x)=\ln(|-x|+1)=\ln(|x|+1)=f(x)$ ,  $\therefore f(x)$  是偶函数, 故选项 A 错误;

对于 B,  $f(x)=x^{-1}=\frac{1}{x}$ , 定义域为 $\{x|x\neq 0\}$ , 在 $R$ 上不是单调函数, 故选项 B 错误;

对于 C, 当 $x>0$ 时,  $-x<0$ ,  $\therefore f(-x)=-(-x)^2+2(-x)=-x^2-2x=-(x^2+2x)=-f(x)$ ;

当 $x<0$ 时,  $-x>0$ ,  $\therefore f(-x)=(-x)^2+2(-x)=x^2-2x=-(-x^2+2x)=-f(x)$ ;

又 $x=0$ 时,  $f(-0)=-f(0)=0$ .

综上, 对 $x\in R$ , 都有 $f(-x)=-f(x)$ ,  $\therefore f(x)$  是奇函数.

又 $x\geq 0$ 时,  $f(x)=x^2+2x=(x+1)^2-1$  是开口向上的抛物线, 对称轴 $x=-1$ ,  $\therefore f(x)$  在 $[0, +\infty)$  上单调递增,

$Q f(x)$  是奇函数,  $\therefore f(x)$  在 $R$  上是单调递增函数, 故选项 C 正确;

对于 D,  $f(x)$  在 $(-\infty, 0)$  上单调递增, 在 $(0, +\infty)$  上单调递增, 但 $f(-1)=\frac{1}{2}>f(1)=-\frac{1}{2}$ ,  $\therefore f(x)$  在 $R$  上不是单调函数, 故选项 D 错误.

故选: C.

【点睛】

本题考查函数的基本性质, 属于基础题.

4、A

【解析】

由 $\sin 2A=2\sin A\cos A=-\frac{2}{3}$ , 得到 $\sin A\cos A=-\frac{1}{3}<0$ , 得出 $A\in(\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 再结合三角函数的基本关系式, 即可求解.

【详解】

由题意, 角  $A$  满足  $\sin 2A = 2 \sin A \cos A = -\frac{2}{3}$ , 则  $\sin A \cos A = -\frac{1}{3} < 0$ ,

又由角  $A$  是三角形的内角, 所以  $A \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 所以  $\sin A > \cos A$ ,

因为  $(\sin A - \cos A)^2 = 1 - 2 \sin A \cos A = 1 - (-\frac{2}{3}) = \frac{5}{3}$ ,

所以  $\sin A - \cos A = \frac{\sqrt{15}}{3}$ .

故选:  $A$ .

【点睛】

本题主要考查了正弦函数的性质, 以及三角函数的基本关系式和正弦的倍角公式的化简、求值问题, 着重考查了推理与计算能力.

5、B

【解析】

设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 代入双曲线方程相减可得到直线  $AB$  的斜率与中点坐标之间的关系, 从而得到  $a, b$  的等式, 求出离心率.

【详解】

$$k_{OM} = \frac{y_0}{x_0} = -4,$$

$$\text{设 } A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), \text{ 则 } \begin{cases} \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \\ \frac{x_2^2}{a^2} - \frac{y_2^2}{b^2} = 1 \end{cases},$$

$$\text{两式相减得 } \frac{(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)}{a^2} - \frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{b^2} = 0,$$

$$\therefore k_{AB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{b^2(x_1 + x_2)}{a^2(y_1 + y_2)} = \frac{b^2 x_0}{a^2 y_0} = \frac{b^2}{a^2} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -2, \therefore \frac{b^2}{a^2} = 8, \therefore e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} = 3.$$

故选:  $B$ .

【点睛】

本题考查求双曲线的离心率, 解题方法是点差法, 即出现双曲线的弦中点坐标时, 可设弦两端点坐标代入双曲线方程相减后得出弦所在直线斜率与中点坐标之间的关系.

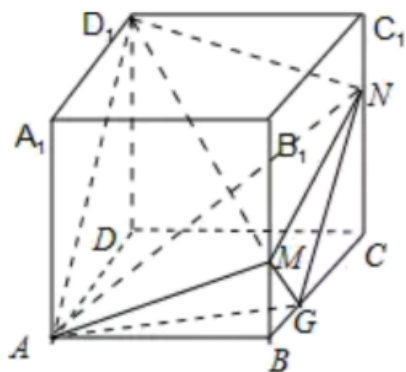
6、D

【解析】

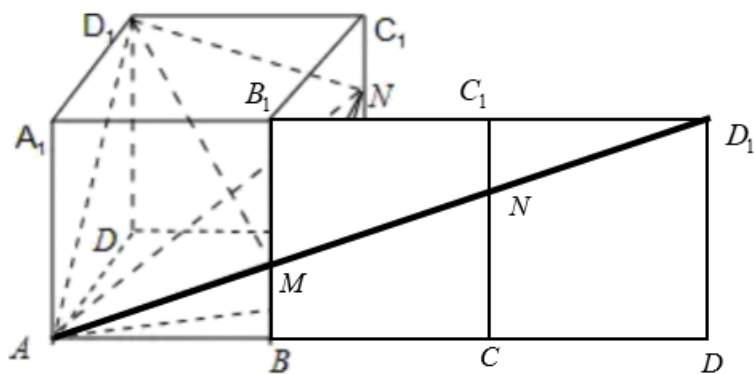
由题意画出图形，将  $MN, ND_1$  所在的面延它们的交线展开到与  $AM$  所在的面共面，可得当  $BM = \frac{1}{3}BB_1, C_1N = \frac{1}{3}C_1C$  时  $AM + MN + ND_1$  最小，设正方体  $AC_1$  的棱长为  $3a$ ，得  $a^3 = \frac{V}{27}$ ，进一步求出四面体  $AMND_1$  的体积即可。

【详解】

解：如图，



∵点  $M, N$  分别在棱  $BB_1, CC_1$  上，要  $AM + MN + ND_1$  最小，将  $MN, ND_1$  所在的面延它们的交线展开到与  $AM$  所在的面共面， $AM, MN, ND_1$  三线共线时， $AM + MN + ND_1$  最小，



$$\therefore BM = \frac{1}{3}BB_1, C_1N = \frac{1}{3}C_1C$$

设正方体  $AC_1$  的棱长为  $3a$ ，则  $27a^3 = V$ ，

$$\therefore a^3 = \frac{V}{27}.$$

取  $BG = \frac{1}{3}BC$ ，连接  $NG$ ，则  $AGND_1$  共面，

在  $\triangle AND_1$  中，设  $N$  到  $AD_1$  的距离为  $h_1$ ，



$$AD_1 = \sqrt{(3a)^2 + (3a)^2} = 3\sqrt{2}a,$$

$$D_1N = \sqrt{(3a)^2 + a^2} = \sqrt{10}a,$$

$$AN = \sqrt{(3\sqrt{2}a)^2 + (2a)^2} = \sqrt{22}a,$$

$$\therefore \cos \angle D_1NA = \frac{10a^2 + 22a^2 - 18a^2}{2 \cdot \sqrt{10}a \cdot \sqrt{22}a} = \frac{7}{2\sqrt{55}},$$

$$\therefore \sin \angle D_1NA = \frac{3\sqrt{19}}{2\sqrt{55}},$$

$$\therefore S_{\triangle D_1NA} = \frac{1}{2} \cdot D_1N \cdot AN \cdot \sin \angle D_1NA = \frac{1}{2} \cdot AD_1 \cdot h_1 = \frac{3\sqrt{19}}{2}a^2$$

$$\therefore h_1 = \sqrt{\frac{19}{2}}a,$$

设  $M$  到平面  $AGND_1$  的距离为  $h_2$ ,

$$\therefore V_{M-AGN} = V_{A-MGN}$$

$$\therefore \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{19}{2}}a \cdot 2\sqrt{2}a \cdot h_2 = \frac{1}{3} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot (a+2a) \cdot 3a - \frac{1}{2} \cdot a \cdot a - \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \right]$$

$$\therefore h_2 = \frac{6a}{\sqrt{19}}$$

$$\therefore V_{AMND_1} = \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{19}a^2}{2} \times \frac{6a}{\sqrt{19}} = 3a^3 = \frac{V}{9}.$$

故选 D.

**【点睛】**

本题考查多面体体积的求法,考查了多面体表面上的最短距离问题,考查计算能力,是中档题.

7、A

**【解析】**

根据复数的基本运算求解即可.

**【详解】**

$$\frac{4}{(1-i)^2} = \frac{4}{-2i} = \frac{2i}{-i^2} = 2i.$$

故选: A

**【点睛】**

本题主要考查了复数的基本运算,属于基础题.

8、C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/168021102045007045>