青海省海东市平安区第二中学 2023-2024 学年高三最后一卷数学试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．音乐，是用声音来展现美，给人以听觉上的享受，熔铸人们的美学趣味．著名数学家傅立叶研究了乐声的本质，他证明了所有的乐声都能用数学表达式来描述，它们是一些形如 $a\sin bx$ 的简单正弦函数的和，其中频率最低的一项是基本音，其余的为泛音．由乐声的数学表达式可知，所有泛音的频率都是基本音频率的整数倍，称为基本音的谐波．下列函数中不能与函数 $y=0.06\sin 180000t$ 构成乐音的是（　　）

A． $y=0.02\sin 360000t$　　**B．** $y=0.03\sin 180000t$　　**C．** $y=0.02\sin 181800t$

D． $y=0.05\sin 540000t$

2．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}-x^2+2x,x\geq 0\\ x^2-2x,x<0\end{cases}$，若关于 x 的不等式 $\left[f\left(x\right)\right]^2+af\left(x\right)<0$ 恰有 1 个整数解，则实数 a 的最大值为（　　）

A．2　　**B．3**　　**C．5**　　**D．8**

3．已知 $f\left(x\right)$ 为定义在 R 上的奇函数，若当 $x\geq 0$ 时，$f\left(x\right)=2^x+x+m$（m 为实数），则关于 x 的不等式 $-2<f\left(x-1\right)<2$ 的解集是（　　）

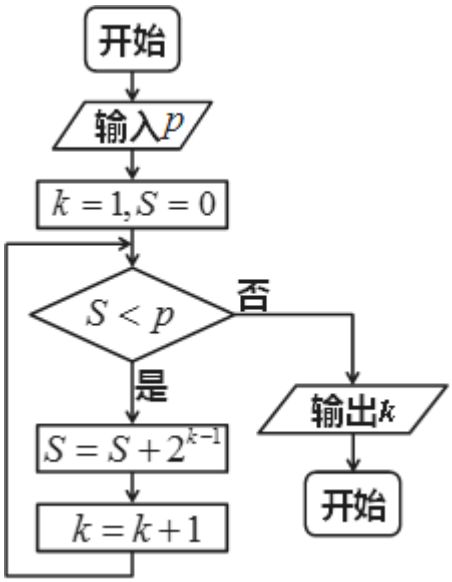
A． $\left(0,2\right)$　　**B．** $\left(-2,2\right)$　　**C．** $\left(-1,1\right)$　　**D．** $\left(1,3\right)$

4．设 $A\left(2,-1\right)$，$B\left(4,1\right)$，则以线段 AB 为直径的圆的方程是（　　）

A． $(x-3)^2+y^2=2$　　**B．** $(x-3)^2+y^2=8$

C． $(x+3)^2+y^2=2$　　**D．** $(x+3)^2+y^2=8$

5．执行如图所示的程序框图，若输出的 $k=5$，则输入的整数 p 的最大值为(　　)



A．7 **B．15** **C．31** **D．63**

6．过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A，B 两点，O 为坐标原点.若 $\left|AF\right|=3$，则直线 AB 的斜率为(　　)

A． $\pm\sqrt{2}$ **B．** $-\sqrt{2}$ **C．** $2\sqrt{2}$ **D．** $\pm2\sqrt{2}$

7．复数 $z=\left(a^2-1\right)+\left(a-1\right)i\left(a\in R\right)$ 为纯虚数，则 $z=$(　　)

A．*i* **B．－ 2*i*** **C．2*i*** **D．－ *i***

8．在 ΔABC 中，内角 A 的平分线交 BC 边于点 D，$AB=4$，$AC=8$，$BD=2$，则 ΔABD 的面积是（　　）

A． $16\sqrt{2}$ **B．** $\sqrt{15}$ **C．** 3 **D．** $8\sqrt{3}$

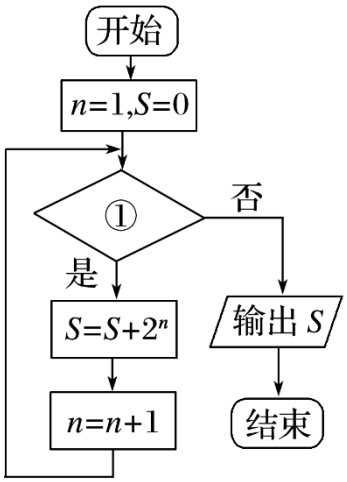
9．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 M 为棱 DD_1 的中点，则平面 ACM 截该正方体的内切球所得截面面积为（　）

A． $\frac{\pi}{3}$ **B．** $\frac{2\pi}{3}$ **C．** π **D．** $\frac{4\pi}{3}$

10．已知函数 $f\left(x\right)=\ln x-\frac{a}{x}+a$ 在 $x\in\left[1,\mathrm{e}\right]$ 上有两个零点，则 a 的取值范围是（　）

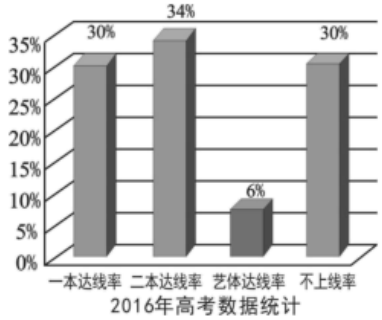
A． $\left[\frac{\mathrm{e}}{1-\mathrm{e}},-1\right]$ **B．** $\left[\frac{\mathrm{e}}{1-\mathrm{e}},1\right)$ **C．** $\left[\frac{\mathrm{e}}{1-\mathrm{e}},-1\right)$ **D．** $\left[-1,\mathrm{e}\right)$

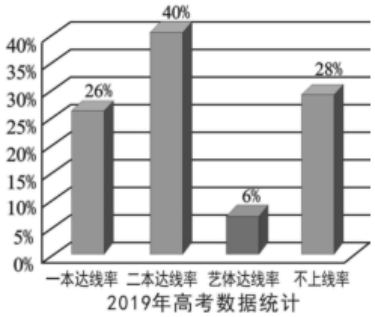
11．如图所示的程序框图输出的 S 是 126，则①应为（　）



A．$n\le 5$?　　B．$n\le 6$?　　C．$n\le 7$?　　D．$n\le 8$?

12．某中学 2019 年的高考考生人数是 2016 年高考考生人数的 1.2 倍，为了更好地对比该校考生的升学情况，统计了该校 2016 年和 2019 年的高考情况，得到如图柱状图：





则下列结论正确的是（　　）.

A．与 2016 年相比，2019 年不上线的人数有所增加

B．与 2016 年相比，2019 年一本达线人数减少

C．与 2016 年相比，2019 年二本达线人数增加了 0.3 倍

D．2016 年与 2019 年艺体达线人数相同

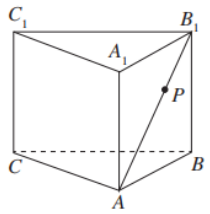
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．某公司生产甲、乙两种桶装产品.已知生产甲产品 1 桶需耗 A 原料 1 千克、B 原料 2 千克；生产乙产品 1 桶需耗 A 原料 2 千克，B 原料 1 千克.每桶甲产品的利润是 300 元，每桶乙产品的利润是 400 元.公司在生产这两种产品的计划中，要求每天消耗 A、B 原料都不超过 12 千克.通过合理安排生产计划，从每天生产的甲、乙两种产品中，公司共可获得的最大利润是_____元.

14．验证码就是将一串随机产生的数字或符号，生成一幅图片，图片里加上一些干扰象素（防止 OCR），由用户肉眼识别其中的验证码信息，输入表单提交网站验证，验证成功后才能使用某项功能.很多网站利用验证码技术来防止恶意登录，以提升网络安全.在抗疫期间，某居民小区电子出入证的登录验证码由 0，1，2，…，9 中的五个数字随机组成.将中间数字最大，然后向两边对称递减的验证码称为“钟型验证码”（例如：如 14532，12543），已知某人收到了一个“钟型验证码”，则该验证码的中间数字是 7 的概率为_____.

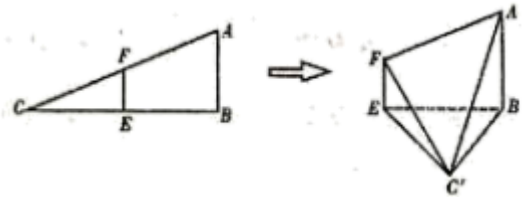
15．若曲线 $f(x)=ae^{x}-\ln x$（其中常数 $a\neq 0$）在点 $(1,f(1))$ 处的切线的斜率为 1，则 $a=$_____.

16．如图在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 底面 ABC，$AB=AC=\sqrt{6}$，$BC=2BB_1=2\sqrt{2}$，点 P 为线段 AB_1 上一动点，则 C_1P+BP 的最小值为_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，$\tan\angle ACB=\frac{1}{2}$.已知 E，F 分别是 BC，AC 的中点.将 ΔCEF 沿 EF 折起，使 C 到 C' 的位置且二面角 $C'-EF-B$ 的大小是 60°，连接 $C'B$，$C'A$，如图：



（1）证明：平面 $AFC'\perp$ 平面 ABC'

（2）求平面 AFC' 与平面 BEC' 所成二面角的大小.

18．（12 分）已知函数 $f(x)=\ln\frac{1}{2x}-ax^{2}+x(a\geq 0)$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的极值点的个数；

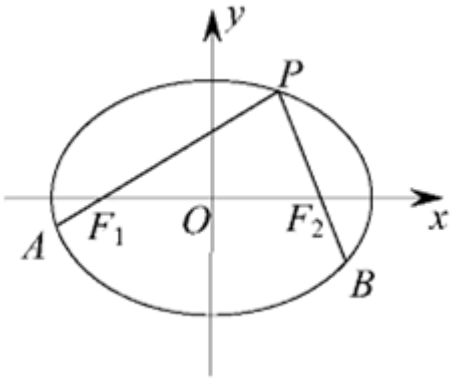
（2）若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1,x_2，证明 $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{x_1+x_2}>\frac{3}{4}-\ln 2$.

19．（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=x-\frac{1}{x}-\ln x$.

（1）若 $f\left(x\right)=x-\frac{1}{x}-\ln x$ 在 $x=x_1,x_2\left(x_1\neq x_2\right)$ 处导数相等，证明：$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)>3-2\ln 2$ ；

（2）若对于任意 $k\in\left(-\infty,1\right)$ ，直线 $y=kx+b$ 与曲线 $y=f\left(x\right)$ 都有唯一公共点，求实数 b 的取值范围.

20．（12 分）设椭圆 $C:\frac{x^{2}}{a^{2}}+\frac{y^{2}}{b^{2}}=1(a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，离心率是 e，动点 $P\left(x_0,y_0\right)$ 在椭圆 C 上运动，当 $PF_2\perp x$ 轴时，$x_0=1,y_0=e$.



（1）求椭圆 C 的方程；

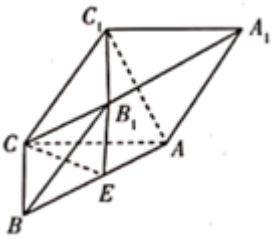
（2）延长 PF_1, PF_2 分别交椭圆于点 A, B（A, B 不重合）.设 $\overrightarrow{AF_1}=\lambda\overrightarrow{F_1P}, \overrightarrow{BF_2}=\mu\overrightarrow{F_2P}$，求 $\lambda+\mu$ 的最小值.

21.（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的的参数方程为 $\begin{cases}x=2\sqrt{3}+at\\ y=4+\sqrt{3}t\end{cases}$（其中 t 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，点 A 的极坐标为 $\left(2,\frac{\pi}{6}\right)$，直线 l 经过点 A．曲线 C 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$.

（1）求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程；

（2）过点 $P\left(\sqrt{3},0\right)$ 作直线 l 的垂线交曲线 C 于 D, E 两点(D 在 x 轴上方)，求 $\frac{1}{|PD|}-\frac{1}{|PE|}$ 的值.

22.（10 分）如图，在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，平面 $ABC\perp$ 平面 A_1ACC_1，$CC_1=2$，$\triangle ABC$，$\triangle ACC_1$，均为正三角形，E 为 AB 的中点.



（Ⅰ）证明：$AC_1//$ 平面 B_1CE；

（Ⅱ）求斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 截去三棱锥 B_1-CBE 后剩余部分的体积.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由基本音的谐波的定义可得 $f_1 = nf_2\ (n \in \mathbf{N}^*)$,利用 $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ 可得 $\omega_1 = n\omega_2\ (n \in \mathbf{N}^*)$,即可判断选项.

【详解】

由题,所有泛音的频率都是基本音频率的整数倍,称为基本音的谐波,

由 $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$,可知若 $f_1 = nf_2\ (n \in \mathbf{N}^*)$,则必有 $\omega_1 = n\omega_2\ (n \in \mathbf{N}^*)$,

故选:C

【点睛】

本题考查三角函数的周期与频率,考查理解分析能力.

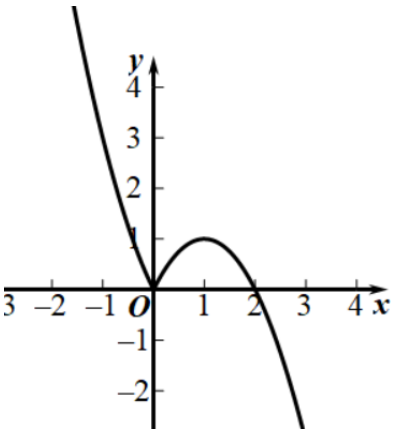
2、D

【解析】

画出函数 $f(x)$ 的图象，利用一元二次不等式解法可得解集，再利用数形结合即可得出.

【详解】

解：函数 $f(x)$，如图所示



$\left[f(x)\right]^2 + af(x) < 0 \Rightarrow f(x)\left(f(x) + a\right) < 0$

当$a>0$时，$-a<f\left(x\right)<0$，

由于关于x的不等式$\left[f\left(x\right)\right]^2+af\left(x\right)<0$恰有1个整数解

因此其整数解为3，又$f\left(3\right)=-9+6=-3$

$\therefore -a<-3<0$，$-a\geq f\left(4\right)=-8$，则$3<a\leq 8$

当$a=0$时，$\left[f\left(x\right)\right]^{2}<0$，则$a=0$不满足题意；

当$a<0$时，$0<f\left(x\right)<-a$

当$0<-a\leq 1$时，$0<f\left(x\right)<-a$，没有整数解

当$-a>1$时，$0<f\left(x\right)<-a$，至少有两个整数解

综上，实数a的最大值为8

故选：**D**

【点睛】

本题主要考查了根据函数零点的个数求参数范围，属于较难题.

3、**A**

【解析】

先根据奇函数求出 **m** 的值，然后结合单调性求解不等式.

【详解】

据题意，得$f\left(0\right)=1+m=0$，得$m=-1$，所以当$x\geq 0$时，$f\left(x\right)=2^{x}+x-1$.分析知，函数$f\left(x\right)$在$R$上为增函数.

又$f\left(1\right)=2$，所以$f\left(-1\right)=-2$.又$-2<f\left(x-1\right)<2$，所以$-1<x-1<1$，所以$0<x<2$，故选 **A.**

【点睛】

本题主要考查函数的性质应用，侧重考查数学抽象和数学运算的核心素养.

4、**A**

【解析】

计算AB的中点坐标为$\left(3,0\right)$，圆半径为$r=\sqrt{2}$，得到圆方程.

【详解】

AB的中点坐标为：$\left(3,0\right)$，圆半径为$r=\dfrac{\left|AB\right|}{2}=\dfrac{\sqrt{2^{2}+2^{2}}}{2}=\sqrt{2}$，

圆方程为$(x-3)^{2}+y^{2}=2$.

故选：A.

【点睛】

本题考查了圆的标准方程，意在考查学生的计算能力.

5、**B**

【解析】

试题分析：由程序框图可知：①$S=0$，$k=1$；②$S=1$，$k=2$；③$S=3$，$k=3$；④$S=7$，$k=4$；⑤$S=15$，$k=5$．第⑤步后k输出，此时$S=15\geqslant P$，则P的最大值为15，故选B.

考点：程序框图.

6、D

【解析】

根据抛物线的定义，结合$|AF|=3$，求出A的坐标，然后求出AF的斜率即可.

【详解】

解：抛物线的焦点$F(1,0)$，准线方程为$x=-1$，

设$A(x,y)$，则$|AF|=x+1=3$，故$x=2$，此时$y=\pm 2\sqrt{2}$，即$A(2,\pm 2\sqrt{2})$.

则直线AF的斜率$k=\dfrac{\pm 2\sqrt{2}}{2-1}=\pm 2\sqrt{2}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查了抛物线的定义，直线斜率公式，属于中档题.

7、B

【解析】

复数$z=\left(a^2-1\right)+\left(a-1\right)i\left(a\in R\right)$为纯虚数，则实部为0，虚部不为0，求出$a$，即得$z$.

【详解】

$\because z=\left(a^2-1\right)+\left(a-1\right)i\left(a\in R\right)$为纯虚数，

$\therefore \begin{cases} a^2-1=0 \\ a-1\neq 0 \end{cases}$，解得$a=-1$.

$\therefore z=-2i$.

故选：B.

【点睛】

本题考查复数的分类，属于基础题.

8、B

【解析】

利用正弦定理求出CD，可得出BC，然后利用余弦定理求出$\cos B$，进而求出$\sin B$

，然后利用三角形的面积公式可计算出 ΔABD 的面积.

【详解】

Q AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线，则 $\angle BAD=\angle CAD$.

Q $\angle ADB+\angle ADC=\pi$ ，则 $\angle ADC=\pi-\angle ADB$ ，

$\therefore \sin\angle ADC=\sin\left(\pi-\angle ADB\right)=\sin\angle ADB$ ，

在 ΔABD 中，由正弦定理得 $\frac{AB}{\sin\angle ADB}=\frac{BD}{\sin\angle BAD}$ ，即 $\frac{4}{\sin\angle ADB}=\frac{2}{\sin\angle BAD}$ ，①

在 ΔACD 中，由正弦定理得 $\frac{AC}{\sin\angle ADC}=\frac{CD}{\sin\angle ADC}$ ，即 $\frac{8}{\sin\angle ADC}=\frac{CD}{\sin\angle CAD}$ ，②

①÷②得 $\frac{2}{CD}=\frac{1}{2}$ ，解得 $CD=4$ ，$\therefore BC=BD+CD=6$ ，

由余弦定理得 $\cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2AB\cdot BC}=-\frac{1}{4}$ ，$\therefore \sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{\sqrt{15}}{4}$ ，

因此， ΔABD 的面积为 $S_{\Delta ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot BD\sin B=\sqrt{15}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查三角形面积的计算，涉及正弦定理和余弦定理以及三角形面积公式的应用，考查计算能力，属于中等题.

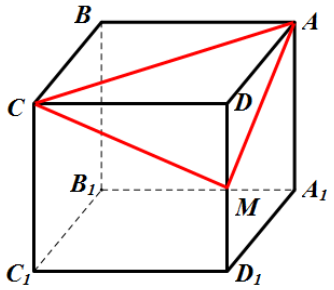
9、A

【解析】

根据球的特点可知截面是一个圆，根据等体积法计算出球心到平面 ACM 的距离，由此求解出截面圆的半径，从而截面面积可求.

【详解】

如图所示：



设内切球球心为 O ， O 到平面 ACM 的距离为 d ，截面圆的半径为 r ，

因为内切球的半径等于正方体棱长的一半，所以球的半径为 1 ，

又因为 $V_{O-AMC}=V_{M-AOC}$ ，所以 $\frac{1}{3}\times d\times S_{\vee AMC}=\frac{\sqrt{2}}{3}\times S_{\vee AOC}$ ，

又因为$S_{\text{V}AMC}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{6},S_{\text{V}AOC}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 1=\sqrt{2}$，

所以$\frac{1}{3}\times d\times\sqrt{6}=\frac{2}{3}$，所以$d=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

所以截面圆的半径$r=\sqrt{1^2-d^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以截面圆的面积为$S=\pi\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{\pi}{3}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查正方体的内切球的特点以及球的截面面积的计算，难度一般.任何一个平面去截球，得到的截面一定是圆面，截面圆的半径可通过球的半径以及球心到截面的距离去计算.

10、C

【解析】

对函数求导，对 a 分类讨论，分别求得函数$f\left(x\right)$的单调性及极值，结合端点处的函数值进行判断求解.

【详解】

$\because f'\left(x\right)=\frac{1}{x}+\frac{a}{x^2}=\ \frac{x+a}{x^2}$，$x\in\left[1,\mathrm{e}\right]$.

当$a\geq -1$时，$f'\left(x\right)\geq 0$，$f\left(x\right)$在$\left[1,e\right]$上单调递增，不合题意.

当$a\leq -e$时，$f'\left(x\right)\leq 0$，$f\left(x\right)$在$\left[1,e\right]$上单调递减，也不合题意.

当$-e<a<-1$时，则$x\in\left[1,-a\right)$时，$f'\left(x\right)<0$，$f\left(x\right)$在$\left[1,-a\right)$上单调递减，$x\in\left(-a,\mathrm{e}\right]$时，$f'\left(x\right)>0$，$f\left(x\right)$在$\left(-a,e\right]$上单调递增，又$f\left(1\right)=0$，所以$f\left(x\right)$在$x\in\left[1,\mathrm{e}\right]$上有两个零点，只需$f\left(e\right)=1-\frac{a}{e}+a\geq 0$即可，解得$\frac{e}{1-e}\leq a<-1$.

综上，a的取值范围是$\left[\frac{\mathrm{e}}{1-\mathrm{e}},-1\right)$.

故选 C.

【点睛】

本题考查了利用导数解决函数零点的问题，考查了函数的单调性及极值问题，属于中档题.

11、B

【解析】

试题分析：分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是累加 $S=2+2^2+\ldots+2^n$ 的值，并输出满足循环的条件.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/168036125045006076