江西省九江市湖口二中2024届高三下学期期末联考数学试题试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．复数$z=\dfrac{2+i}{1-i}$，i是虚数单位，则下列结论正确的是

A．$|z|=\sqrt{5}$　　B．z的共轭复数为$\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}i$

C．z的实部与虚部之和为1　　D．z在复平面内的对应点位于第一象限

2．若x∈（0，1），a=lnx，b=$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\ln x}$，c=$e^{\ln x}$，则a，b，c的大小关系为（　　）

A．b>c>a　　B．c>b>a　　C．a>b>c　　D．b>a>c

3．已知全集为R，集合$A=\left\{x\left|y=(x-1)^{-\frac{1}{2}}\right.\right\}, B=\{x\,|\,x^2-2x<0\}$，则$(\complement_R A)\cap B=$（　　）

A．$(0,2)$　　B．$(1,2]$　　C．$[0,1]$　　D．$(0,1]$

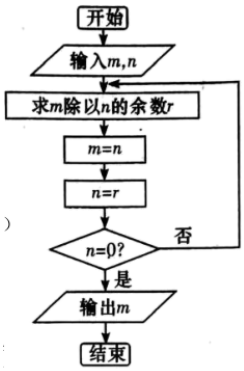
4．已知函数$f(x)=\dfrac{1}{2}ax^2-(x-1)e^x(a\in R)$若对区间$[0,1]$内的任意实数$x_1$、$x_2$、$x_3$，都有$f(x_1)+f(x_2)\geq f(x_3)$，则实数$a$的取值范围是(　　)

A．$[1,2]$　　B．$[e,4]$　　C．$[1,4]$　　D．$[1,2)\cup[e,4]$

5．定义：$N\{f(x)\otimes g(x)\}$表示不等式$f(x)<g(x)$的解集中的整数解之和.若$f(x)=|\log_2 x|$，$g(x)=a(x-1)^2+2$，$N\{f(x)\otimes g(x)\}=6$，则实数a的取值范围是

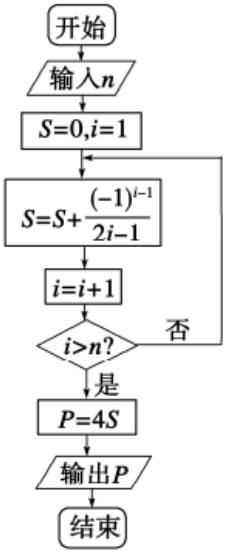
A．$(-\infty,-1]$　　B．$(\log_2 3-2,0)$　　C．$(2-\log_2 6,0]$　　D．$(\dfrac{\log_2 3-2}{4},0]$

6．执行下面的程序框图，如果输入$m=1995$，$n=228$，则计算机输出的数是（　　）



A．58　　**B**．57　　**C**．56　　**D**．55

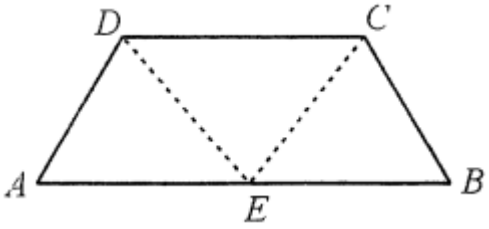
7．德国数学家莱布尼兹(1646 年-1716 年)于 1674 年得到了第一个关于 π 的级数展开式,该公式于明朝初年传入我国.在我国科技水平业已落后的情况下,我国数学家、天文学家明安图(1692 年-1765 年)为提高我国的数学研究水平,从乾隆初年(1736 年)开始,历时近 30 年,证明了包括这个公式在内的三个公式,同时求得了展开三角函数和反三角函数的 6 个新级数公式,著有《割圆密率捷法》一书,为我国用级数计算 π 开创了先河.如图所示的程序框图可以用莱布尼兹"关于 π 的级数展开式"计算 π 的近似值(其中 P 表示 π 的近似值),若输入 $n=10$,则输出的结果是(　　)



A．$P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{17})$　　**B**．$P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots-\frac{1}{19})$

C．$P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{21})$　　**D**．$P=4(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots-\frac{1}{21})$

8．如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB//DC$，$AB=2DC=2AD=2$，$\angle DAB=60°$，E 为 AB 的中点，将 ΔADE 与 ΔBEC 分别沿 ED、EC 向上折起，使 A、B 重合为点 F，则三棱锥 $F-DCE$ 的外接球的体积是（　　）



A．$\frac{\sqrt{6}}{8}\pi$　　B．$\frac{\sqrt{6}}{4}\pi$

C．$\frac{3}{2}\pi$　　D．$\frac{2}{3}\pi$

9．已知函数 $f(x)=x^2+bx+c$，其中 $0\le b\le 4, 0\le c\le 4$，记函数 $f(x)$ 满足条件：$\begin{cases} f(2)\le 12 \\ f(-2)\le 4 \end{cases}$ 为事件 A，则事件 A 发生的概率为

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{5}{8}$

C．$\frac{3}{8}$　　D．$\frac{1}{2}$

10．已知 $a,b\in\mathbf{R}$，函数 $f(x)=\begin{cases} x, x<0 \\ \frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2+ax, x\ge 0 \end{cases}$，若函数 $y=f(x)-ax-b$ 恰有三个零点，则（　）

A．$a<-1, b<0$　　B．$a<-1, b>0$

C．$a>-1, b<0$　　D．$a>-1, b>0$

11．$\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{10}$ 的展开式中有理项有（　　）

A．3项　　B．4项　　C．5项　　D．7项

12．在 $(x-\frac{1}{2x})^{10}$ 的展开式中，x^4 的系数为(　　)

A．-120　　B．120　　C．-15　　D．15

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．$\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^5$ 的展开式中 x^4 项的系数为_____.

14．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左，右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线交椭圆 C 于 A，B 两点，若 $\angle ABF_2=90°$，且 $\triangle ABF_2$ 的三边长 $|BF_2|$，$|AB|$，$|AF_2|$ 成等差数列，则 C 的离心率为_____.

15．如图是一个算法伪代码，则输出的 i 的值为_____.

```
S←9
i←1
While S≥0
  S←S−i
  i←i+1
End While
Print i
```

16．如果函数 $f\left(x\right)=\left(m-2\right)x^2+2\left(n-8\right)x+1$（$m,n\in R$ 且 $m\geq 2,n\geq 0$）在区间 $\left[\frac{1}{2},2\right]$ 上单调递减,那么 mn 的最大值为_____.

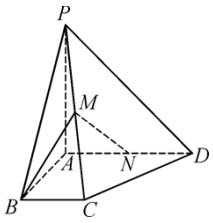
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在直角坐标系中，已知圆 $M:(x-a)^2+(y-1)^2=a^2+1$，以原点为极点，*x* 轴正半轴为极轴建立极坐标系，已知直线 $\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$ 平分圆 *M* 的周长.

（1）求圆 *M* 的半径和圆 *M* 的极坐标方程；

（2）过原点作两条互相垂直的直线 l_1,l_2，其中 l_1 与圆 *M* 交于 *O*，*A* 两点，l_2 与圆 *M* 交于 *O*，*B* 两点，求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

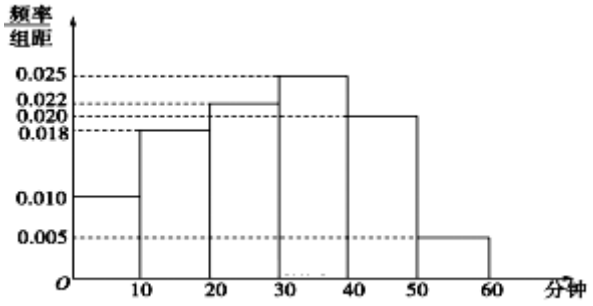
18．（12 分）如图，在四棱锥 *PABCD* 中，*PA*⊥平面 *ABCD*，∠*ABC*＝∠*BAD*＝90°，*AD*＝*AP*＝4，*AB*＝*BC*＝2，*M* 为 *PC* 的中点.



（1）求异面直线 *AP*，*BM* 所成角的余弦值；

（2）点 *N* 在线段 *AD* 上，且 *AN*＝*λ*，若直线 *MN* 与平面 *PBC* 所成角的正弦值为 $\frac{4}{5}$，求 *λ* 的值.

19．（12 分）电视传媒公司为了解某地区观众对某体育节目的收视情况，随机抽取了 100 名观众进行调查，其中女性有 55 名，下面是根据调查结果绘制的观众日均收看该体育节目时间的频率分布直方图：



将日均收看该体育节目时间不低于 40 分钟的观众称为“体育迷”.

(1)根据已知条件完成下面的列联表，并据此资料你是否认为“体育迷”与性别有关？

	非体育迷	体育迷	合计
男			
女		10	55
合计			

(2)将上述调查所得到的频率视为概率．现在从该地区大量电视观众中，采用随机抽样方法每次抽取 1 名观众，抽取 3 次，记被抽取的 3 名观众中的体育迷”人数为 X.若每次抽取的结果是相互独立的，求 X 的分布列，期望 $E(X)$和方差 $D(X)$.

附：$K^2=\dfrac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)}$.

$P(K^2\geq k)$	0.05	0.01
k	3.841	6.635

20.（12 分）已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$，过点 $C(-2,0)$ 的直线 l 交抛物线于 A,B 两点，坐标原点为 O，

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=12$.

（1）求抛物线的方程；

（2）当以 AB 为直径的圆与 y 轴相切时，求直线 l 的方程.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=\sin^2 x+\sin x\cos(x-\dfrac{\pi}{6})$.

（1）求函数 $f(x)$的最小正周期；

（2）求 $f(x)$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值.

22.（10 分）在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系；曲线 C_1

的普通方程为$(x-1)^2+y^2=1$，曲线 C_2 的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\theta.\\y=\sqrt{2}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数）.

（Ⅰ）求曲线 C_1 和 C_2 的极坐标方程：

（Ⅱ）设射线 $\theta=\frac{\pi}{6}(\rho>0)$分别与曲线 C_1 和 C_2 相交于 A，B 两点，求$|AB|$的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

利用复数的四则运算，求得 $z=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$，在根据复数的模，复数与共轭复数的概念等即可得到结论.

【详解】

由题意 $z=\frac{2+i}{1-i}=\frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{1+3i}{1-i^2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$，

则 $|z|=\sqrt{(\frac{1}{2})^2+(\frac{3}{2})^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$，$z$ 的共轭复数为 $\overline{z}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$，

复数 z 的实部与虚部之和为 2，z 在复平面内对应点位于第一象限，故选 D.

【点睛】

复数代数形式的加减乘除运算的法则是进行复数运算的理论依据,加减运算类似于多项式的合并同类项,乘法法则类似于多项式乘法法则，除法运算则先将除式写成分式的形式,再将分母实数化，其次要熟悉复数相关基本概念，如复数 $a+bi(a,b\in R)$ 的实部为 a、虚部为 b、模为 $\sqrt{a^2+b^2}$、对应点为 (a,b)、共轭为 $a-bi$.

2、A

【解析】

利用指数函数、对数函数的单调性直接求解.

【详解】

∵$x\in$（0，1），

∴$a=\ln x<0$，

$b=(\frac{1}{2})^{\ln x}>(\frac{1}{2})^{0}=1$，

$0<c=e^{\ln x}<e^{0}=1$，

∴a，b，c 的大小关系为 $b>c>a$.

故选：A.

【点睛】

本题考查三个数的大小的判断，考查指数函数、对数函数的单调性等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

3、D

【解析】

对于集合 A ,求得函数 $y=(x-1)^{-\frac{1}{2}}$ 的定义域,再求得补集；对于集合 B ,解得一元二次不等式,

再由交集的定义求解即可.

【详解】

$$A=\left\{x\left|y=(x-1)^{-\frac{1}{2}}\right.\right\}=\left\{x\left|y=\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right.\right\}=\{x\mid x>1\},\therefore \complement_R A=\{x\mid x\le 1\},$$

$$B=\{x\mid x^2-2x<0\}=\{x\mid x(x-2)<0\}=\{x\mid 0<x<2\},\therefore (\complement_R A)\cap B=(0,1].$$

故选:D

【点睛】

本题考查集合的补集、交集运算,考查具体函数的定义域,考查解一元二次不等式.

4、C

【解析】

分析：先求导,再对 a 分类讨论求函数的单调区间，再画图分析转化对区间 $[0,1]$ 内的任意实数 x_1、x_2、x_3，都有 $f(x_1)+f(x_2)\ge f(x_3)$，得到关于 a 的不等式组，再解不等式组得到实数 a 的取值范围.

详解：由题得 $f'(x)=ax-[e^x+(x-1)e^x]=ax-xe^x=x(a-e^x)$.

当 a<1 时，$f'(x)<0$，所以函数 f（x）在 $[0,1]$ 单调递减，

因为对区间 $[0,1]$ 内的任意实数 x_1、x_2、x_3，都有 $f(x_1)+f(x_2)\ge f(x_3)$，

所以 $f(1)+f(1)\ge f(0)$，

所以 $\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}a\ge 1,$

故 a≥1，与 a<1 矛盾，故 a<1 矛盾.

当 1≤a<e 时，函数 f(x)在[0,lna]单调递增，在(lna,1]单调递减.

所以 $f(x)_{\max}=f(\ln a)=\frac{1}{2}a\ln^2 a-a\ln a+a,$

因为对区间$[0,1]$内的任意实数x_1、x_2、x_3，都有$f(x_1)+f(x_2)\geq f(x_3)$，

所以$f(0)+f(1)\geq f(\ln a)$，

所以$1+\frac{1}{2}a\geq\frac{1}{2}a\ln^2 a-a\ln a+a,$

即$\frac{1}{2}a\ln^2 a-a\ln a+\frac{1}{2}a-1\leq 0$

令$g(a)=\frac{1}{2}a\ln^2 a-a\ln a+\frac{1}{2}a-1,(1\leq a<e)$，

所以$g'(a)=\frac{1}{2}(\ln^2 a-1)<0,$

所以函数 g(a)在（1，e）上单调递减，

所以$g(a)_{\max}=g(1)=-\frac{1}{2}<0$，

所以当 1≤a<e 时，满足题意.

当 a$\geq e$时，函数 f(x)在(0,1)单调递增,

因为对区间$[0,1]$内的任意实数x_1、x_2、x_3，都有$f(x_1)+f(x_2)\geq f(x_3)$，

所以$f(0)+f(0)\geq f(1),$

故 1+1$\geq\frac{1}{2}a$，

所以$a\leq 4.$

故$e\leq a\leq 4.$

综上所述，a∈$[1,4]$.

故选 C.

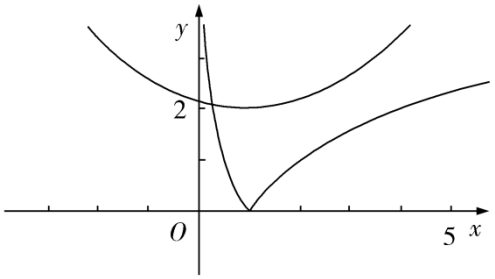
点睛：本题的难点在于“对区间$[0,1]$内的任意实数x_1、x_2、x_3，都有$f(x_1)+f(x_2)\geq f(x_3)$”的转化.由于是函数的问题，所以我们要联想到利用函数的性质（单调性、奇偶性、周期性、对称性、最值、极值等）来分析解答问题.本题就是把这个条件和函数的单调性和最值联系起来，完成了数学问题的等价转化，找到了问题的突破口.

5、D

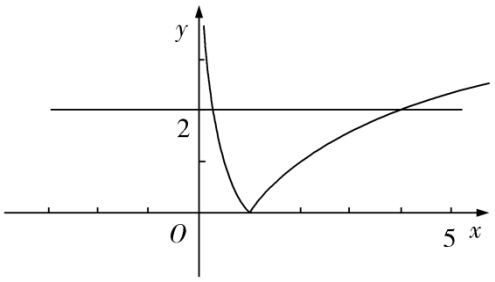
【解析】

由题意得，$N\{f(x)\otimes g(x)\}=6$表示不等式$|\log_2 x|<a(x-1)^2+2$的解集中整数解之和为 6.

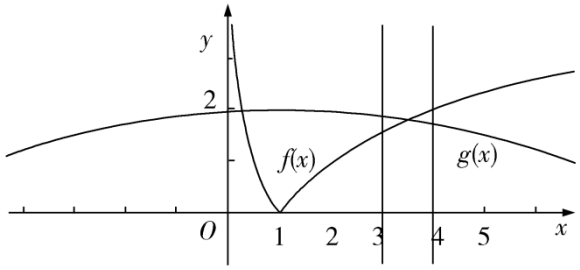
当$a>0$时，数形结合（如图）得$|\log_2 x|<a(x-1)^2+2$的解集中的整数解有无数多个，$|\log_2 x|<a(x-1)^2+2$解集中的整数解之和一定大于 6.



当$a=0$时，$g(x)=2$，数形结合（如图），由$f(x)<2$解得$\frac{1}{4}<x<4$.在$(\frac{1}{4},4)$内有3个整数解，为1，2，3，满足$N\{f(x)\otimes g(x)\}=6$，所以$a=0$符合题意.



当$a<0$时，作出函数$f(x)=|\log_2 x|$和$g(x)=a(x-1)^2+2$的图象，如图所示.



若$N\{f(x)\otimes g(x)\}=6$，即$|\log_2 x|<a(x-1)^2+2$的整数解只有1，2，3.

只需满足$\begin{cases}f(3)<g(3)\\f(4)\geq g(4)\end{cases}$，即$\begin{cases}\log_2 3<4a+2\\2\geq 9a+2\end{cases}$，解得$\frac{\log_2 3-2}{4}<a\leq 0$，所以$\frac{\log_2 3-2}{4}<a<0$.

综上，当$N\{f(x)\otimes g(x)\}=6$时，实数a的取值范围是$(\frac{\log_2 3-2}{4},0]$.故选D.

6、B

【解析】

先明确该程序框图的功能是计算两个数的最大公约数，再利用辗转相除法计算即可.

【详解】

本程序框图的功能是计算m，n中的最大公约数，所以$1995=228\times 8+171$，

$228=171\times 1+57$，$171=3\times 57+0$，故当输入$m=1995$，$n=228$，则计算机输出的数是57.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/168037127126007000