微波传播线理论

西安电子科技大学
王 家 礼

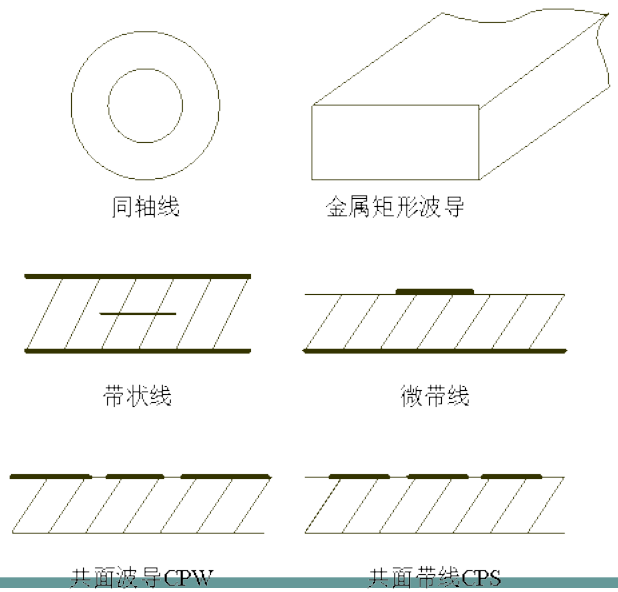
微波传播线理论

- 第一章　微波传播线理论——长线理论简介

微波传播线——引导微波能量传播的装置称为微波传播线。

微波传播线可分为下列几种：同轴传播线、金属波导传播线、介质波导传播线、带状线、微带线、共面线、鳍线等。

对于微波有源电子线路来说主要应用微带线、共面线等便于集成的传播线。



微波传播线理论

描述微波传播线本身的特征的理论称为传播线理论，也称为长线理论。

传播线理论为何又叫长线理论呢？衡量传播线的长度我们是以电长度为尺度的，所谓电长度即 $\frac{l}{\lambda_g}$ ，λ_g 是在传播线里电磁波的波长，l 是传播线实际的长度。当 $\frac{l}{\lambda_g}$ <<1时称为短线，而 $\frac{l}{\lambda_g}$ 不满足上述条件时称为长线，两者有本质的区别。如：我们所用的市电频率为50Hz，其波长为6×1E6米，若一种长度为6千米的平行双导线，其实际长度是很长了，而其电长度为0.001是很短的，能够看成是一种点。再如频率为5GHz的电磁波在TEM传播线里传播时其波长为6cm,若一种长度为6cm的同轴线其实际长度是很短了，而其电长度为1.0,也就是说实际的长度可以和波长相比拟，称为长线。在传播线上电场、磁场分布是不同的，从等效电路上看，短线能够用集中元件（电阻、电感、电容）来表达，而长线必须用分布参数元件来表达。

微波传播线理论

从本质上看分析传输线特征必须从电场强度、磁场强度来获得，但求解电场强度、磁场强度必

须由麦克斯韦方程和边界条件来求解，太繁也太难。为了和直流电路相相应，我们引入等效电压、

电流的概念，来分析传输线的特征（注旨在微波电路中电压、电流是不能测量的，是一个等效的参

数）。等效电压是由电场强度定义的，而等效电流是由磁场强度定义的。当微波能量经过传输线时

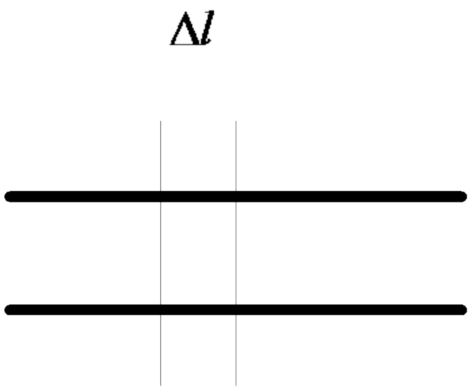
将产生如下的分布参数效应：因为电流流过导线将发烧，这表明导线具有分布电阻；因为导线间的

绝缘不完善而存在漏电流，这表明导线间存在分布电导；因为导线有电流，在其周围存在磁场，因

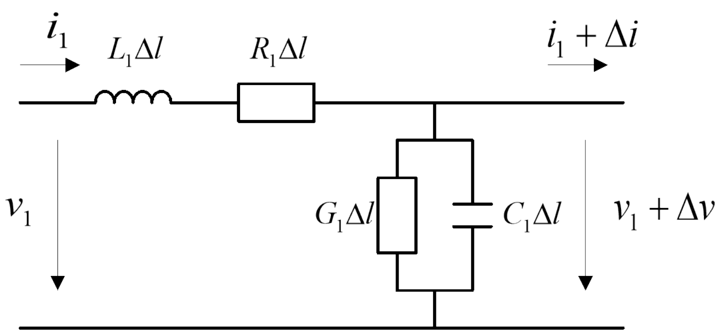
此导线上存在分布电感；因为导线间存在电压，导线间必有电场，于是导线间存在分布电容。在低

微波传播线理论

（一）传播线方程的导出



平行双导线取
一段微分单元



传输线微分单元等效电路

微波传播线理论

根据电路基础知识，我们能够导出传播线方程；

$$\frac{dv}{dz} + Zi = 0$$

$$\frac{di}{dz} + Yv = 0$$

第一式对z再求导一次把第二式代入可得下列成果

$$\frac{d^2 v}{dz^2} - \gamma^2 v = 0$$

$$\frac{d^2 i}{dz^2} - \gamma^2 i = 0$$

式中； $Z = R_1 + j\omega L_1 \quad Y = G_1 + j\omega C_1 \quad \gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)}$

其解为；

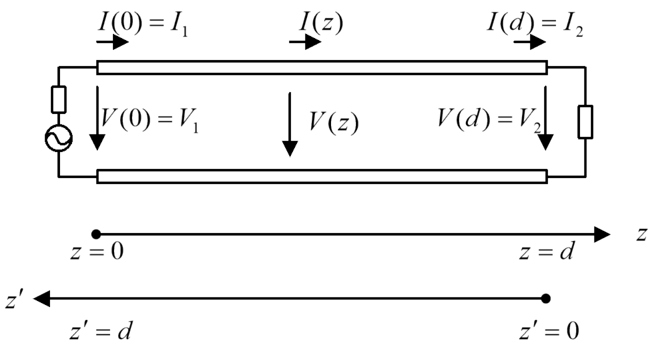
$$V(z) = V^+ e^{-\gamma z} + V^- e^{\gamma z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0}(V^+ e^{-\gamma z} - V^- e^{\gamma z}) = I^+ e^{-\gamma z} + I^- e^{\gamma z}$$

微波传播线理论

已知终端的电压和电流的解；

$$V^{+}=\frac{V_2+I_2Z_0}{2}e^{\gamma d}\qquad V^{-}=\frac{V_2-I_2Z_0}{2}e^{-\gamma d}$$



则已知终端的电压和电流的解；

$$V(z)=\frac{V_2+Z_0I_2}{2}e^{\gamma(d-z)}+\frac{V_2-Z_0I_2}{2}e^{\gamma(d-z)}$$

$$I(z)=\frac{V_2+Z_0I_2}{2Z_0}e^{\gamma(d-z)}-\frac{V_2-Z_0I_2}{2Z_0}e^{\gamma(d-z)}$$

考虑无耗传播线并变换坐标可得，即 $\gamma=j\beta$ ， $z'\Rightarrow z$

$$V(z)=\frac{V_2+Z_0I_2}{2}e^{j\beta z}+\frac{V_2-Z_0I_2}{2}e^{-j\beta z}$$

$$I(z)=\frac{V_2+Z_0I_2}{2Z_0}e^{j\beta z}-\frac{V_2-Z_0I_2}{2Z_0}e^{-j\beta z}$$

利用三角变换式可得，并写成矩阵形式；

$$V(z)=V_2\cos\beta z+jZ_0I_2\sin\beta z$$

$$I(z)=j\frac{V_2}{Z_0}\sin\beta z+I_2\cos\beta z$$

$$\begin{bmatrix}V(z)\\ I(z)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\beta z & jZ_0\sin\beta z\\ j\dfrac{1}{Z_0}\sin\beta z & \cos\beta z\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_2\\ I_2\end{bmatrix}$$

（二）无耗传播线的基本特征

1、传播线上任意一点的电压和电流是由入射波电压（电流）和反射波电压（电流）的叠加。

2、特征阻抗时由入射波电压与入射波电流之比定义的。他反应了传播线本身的特征，与入射波电压与入射波电流的大小无关。

$$Z_0=\frac{V^+}{I^+}=-\frac{V^-}{I^-}=\sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$$

3、传播线上电磁波的传播速度为

$$v_p=\frac{\omega}{\beta}$$

TEM波的传播速度 $v_p=\frac{\omega}{\beta}=\frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}=\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

波导波长为；

$$\lambda_g=\frac{2\pi}{\beta}=\frac{v_p}{f}=v_pT$$

4、传播线上任意点阻抗； $Z(z)=\frac{V(z)}{I(z)}=\frac{V_2\cos\beta z+jI_2Z_0\sin\beta z}{j\frac{1}{Z_0}V_2\sin\beta z-I_2\cos\beta z}$ 因为 $V_2=Z_LI_2$

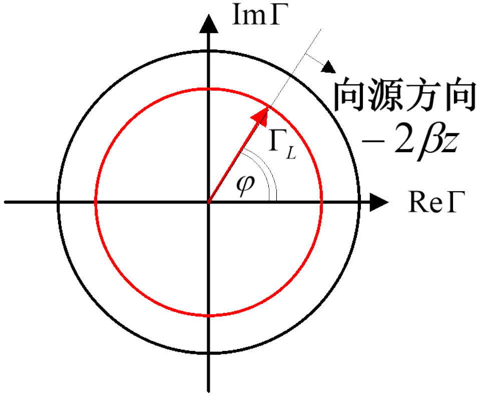
所以

$$Z(z)=Z_0\frac{Z_L+jZ_0\tan\beta z}{Z_0+jZ_L\tan\beta z}$$

微波传播线理论

假如 $z=\frac{\lambda_g}{4}$ ，$\beta z=\beta\frac{\lambda_g}{4}=\frac{\beta}{4}\frac{2\pi}{\beta}=\frac{\pi}{2}$ ，则 $Z_{in}=\frac{Z_0^2}{Z_L}$ ，阐明四分之一波长具有阻抗变换作用。假如传播线的长度为 $z=\frac{\lambda_g}{2}$ ，$\beta z=\beta\frac{\lambda_g}{2}=\frac{\beta}{2}\frac{2\pi}{\beta}=\pi$ ，则 $Z_{in}=Z_L$ ，阐明二分之一波长具有阻抗反复性。

4、反射系数的定义；



$$\Gamma(z)=\frac{V^-(z)}{V^+(z)}=-\frac{I^-(z)}{I^+(z)} \qquad \Gamma(z)=\frac{V^-e^{-j\beta z}}{V^+e^{j\beta z}}=|\Gamma_L|e^{j(\varphi-2\beta z)}$$

终端反射系数 $\Gamma_L=\Gamma(0)=\frac{V^-(0)}{V^+(0)}=-\frac{\frac{V_2-I_2Z_0}{2}}{\frac{V_2+I_2Z_0}{2}}=\frac{V_2-I_2Z_0}{V_2+I_2Z_0}=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}=|\Gamma_L|e^{j\varphi_L}$

传播线上任意点反射系数的模不变，相角在变化。

$Z_L=Z_0 \quad \Gamma_L=0 \qquad Z_L=0 \quad \Gamma_L=-1 \qquad Z_L=\infty \quad \Gamma_L=1 \qquad Z_L=\pm jX \quad \Gamma_L=e^{j\varphi} \qquad Z_L=R\pm jX \quad |\Gamma_L|<1$

5、输入阻抗与反射系数的关系；

$$Z_{in}(z)=Z_0\frac{Z_L+jZ_0\tan(k_zz)}{Z_0+jZ_L\tan(k_zz)}=Z_0\frac{Z_L+jZ_0\tan\theta}{Z_0+jZ_L\tan\theta} \qquad \overline{Z_{in}(z)}=\frac{Z_L+jZ_0\tan(k_zz)}{Z_0+jZ_L\tan(k_zz)}=\frac{\overline{Z_L}+j\tan(k_zz)}{1+\overline{Z_L}\tan(k_zz)}=\frac{\overline{Z_L}+j\tan\theta}{1+jZ_L\tan\theta}$$

$$\Gamma(z)=\frac{Z(z)-Z_0}{Z(z)+Z_0}=\frac{\overline{Z(z)}-1}{\overline{Z(z)}+1} \qquad Z(z)=Z_0\frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)} \qquad \overline{Z(z)}=\frac{1+\Gamma(z)}{1-\Gamma(z)}$$

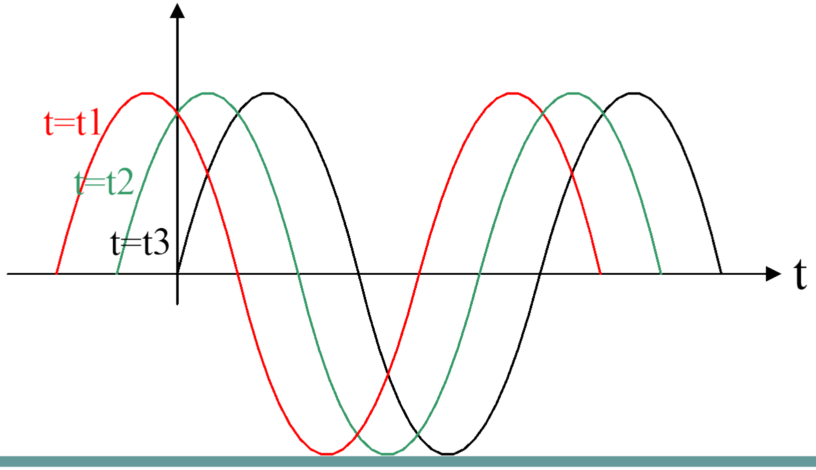
（三）无耗传播线工作状态的分析

1、行波状态（无反射状态）

已知 $\Gamma_L=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}=|\Gamma_L|e^{j\varphi_L}$ ，当 $Z_L=Z_0$，则 $\Gamma_L=0$ ，即负载匹配。此时传播线上只存在入射波电压和入射波电流。

$$V=V_0^+e^{j(\omega t-\beta z)} \qquad v(t)=|V_0^+|\cos(\omega t+\varphi-\beta z) \qquad Z_{in}(z)=Z_0$$

$$I=I_0^+e^{j(\omega t-\beta z)} \qquad i(t)=|I_0^+|\cos(\omega t+\varphi-\beta z)$$



2、驻波状态（全反射状态）

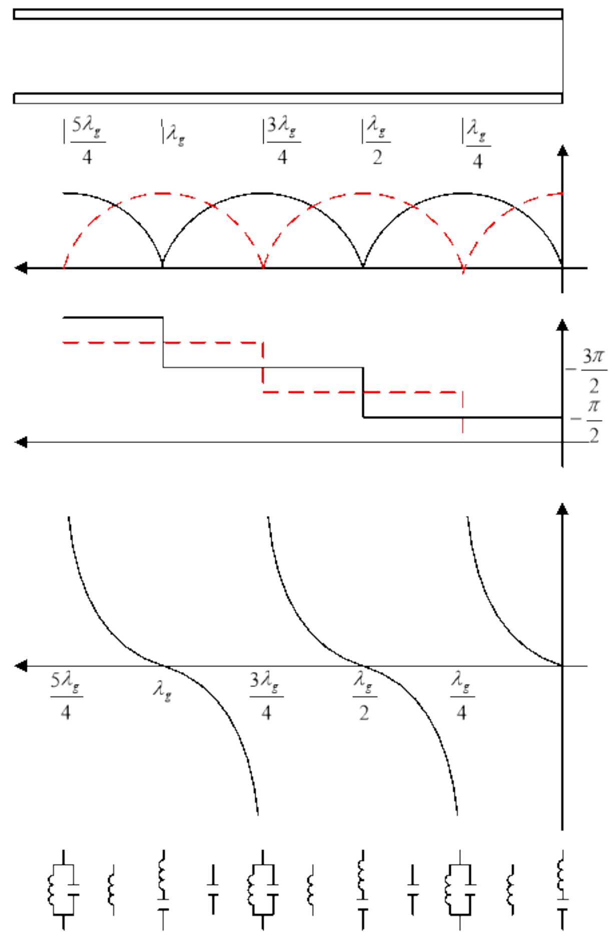
（1）终端短路 $Z_L=0$ ， $\Gamma_L=-1$ 。

$$V(z)=j2V^{+}\sin\beta z \qquad |V|_{min}=0$$

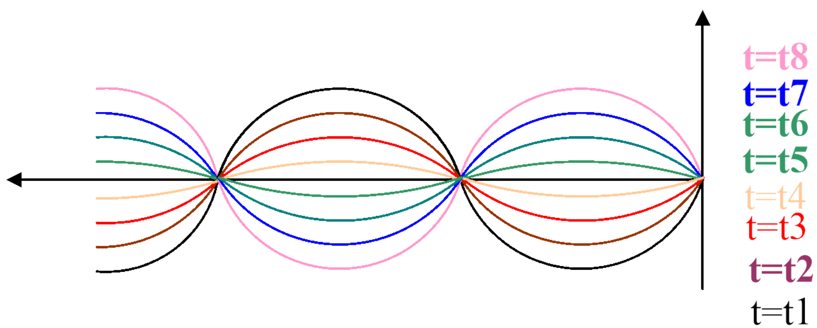
$$I(z)=\frac{2V^{+}}{Z_0}\cos\beta z \qquad |I|_{max}=2\frac{|V^{+}|}{Z_0}$$

$$Z(z)=jZ_0\tan\beta z \qquad |V|_{max}=2|V^{+}|$$

$$|I|_{min}=0$$



电压驻波幅度随时间的变化



微波传播线理论

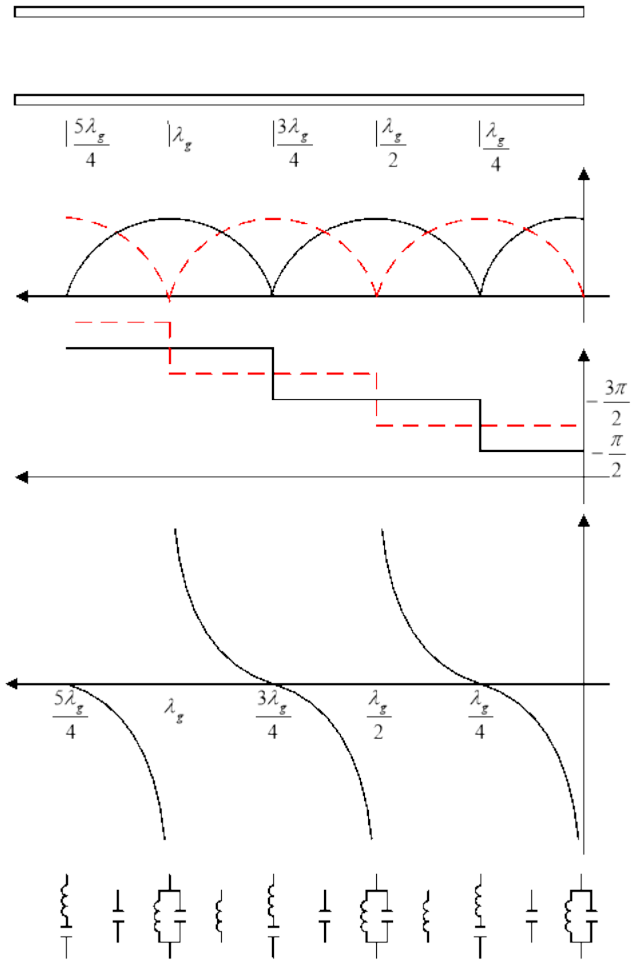
（2）终端开路 $Z_L=\infty$ ，$\Gamma_L=1$ 。

$$V(z)=2V^+\cos\beta z \qquad |V|_{max}=2|V^+|$$

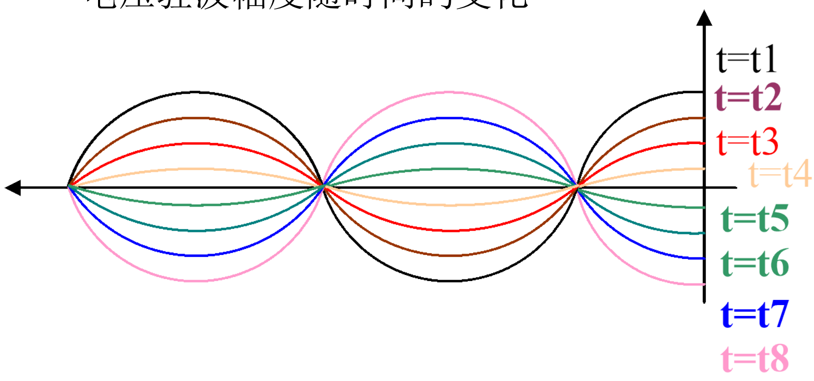
$$I(z)=j\frac{2V^+}{Z_0}\sin\beta z \qquad |I|_{min}=0$$

$$Z(z)=-jZ_0\cot\beta z \qquad |V|_{min}=0$$

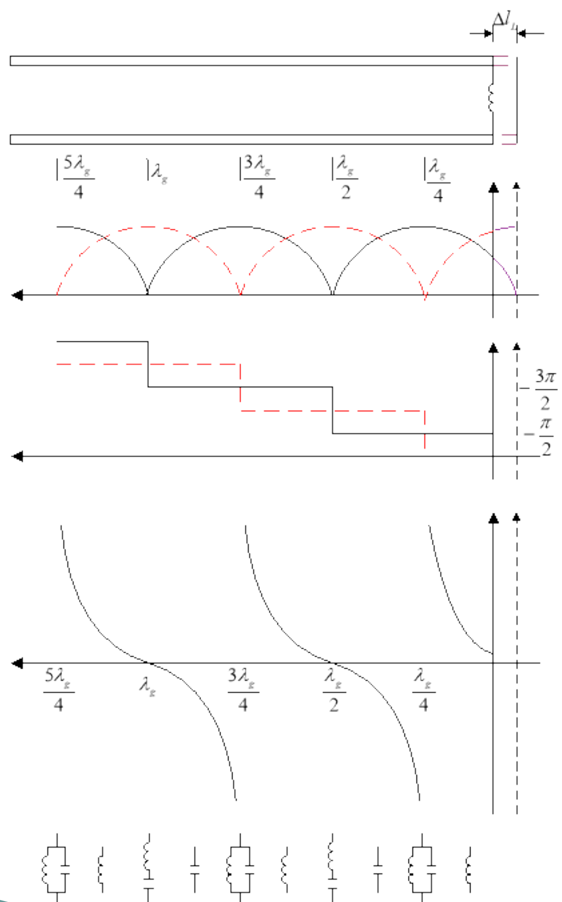
$$|I|_{max}=2\frac{|V^+|}{Z_0}$$



电压驻波幅度随时间的变化

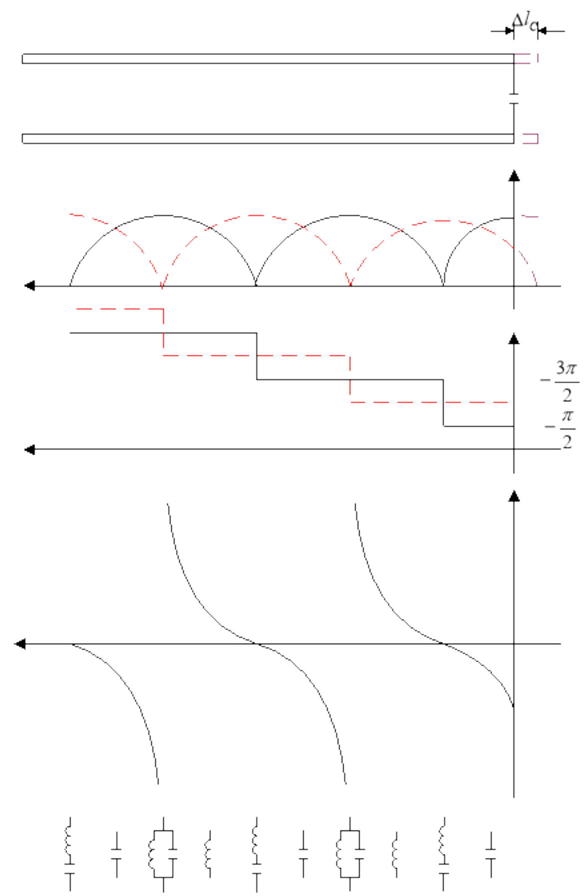


（3）终端接纯电抗元件 $Z_L=\pm jX$， $\Gamma_L=e^{j\varphi}$。



$$\Delta l_L=\frac{\lambda_g}{2\pi}\arctan\left(\frac{X_L}{Z_0}\right)$$

$$\Delta l_C=\frac{\lambda_g}{2\pi}\,arc\cot\left(\frac{X_C}{Z_0}\right)$$



4、终端接任意负载（行驻波状态） $Z_L = R \pm jX$ ，$|\Gamma_L| < 1$ ，$\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{j\varphi}$ 。

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{R_L^2 - Z_0^2 + X_L^2}{(R_L + X_L)^2 + X_L^2} \pm j \frac{2X_L Z_0}{(R_L + X_L)^2 + X_L^2} = |\Gamma_L| e^{j\varphi_l}$$

$$|\Gamma_L| = \sqrt{\frac{(R_L - Z_0)^2 + X_L^2}{(R_L + Z_0)^2 + X_L^2}} \qquad \varphi = \arctan\left(\frac{2X_L Z_0}{R_L^2 + X_L^2 - Z_0^2}\right)$$

这表白波在终端产生部分反射，在传播线上形成行驻波，此时传播线上的电压波为

$$V(z) = V^+ e^{j\beta z} + V^- e^{j\beta z} = V^+ e^{j\beta z} + \Gamma V^+ e^{j\beta z} = V^+ (1-\Gamma) e^{j\beta z} + 2\Gamma V^+ \cos\beta z$$

$$V(z) = V^+(z) + V^-(z) = V^+ e^{j\beta z}(1 + |\Gamma_L| e^{j(\varphi_L - 2\beta z)})$$

$$I(z) = I^+(z) - I^-(z) = I^+ e^{j\beta z}(1 - |\Gamma_L| e^{j(\varphi_L - 2\beta Z)})$$

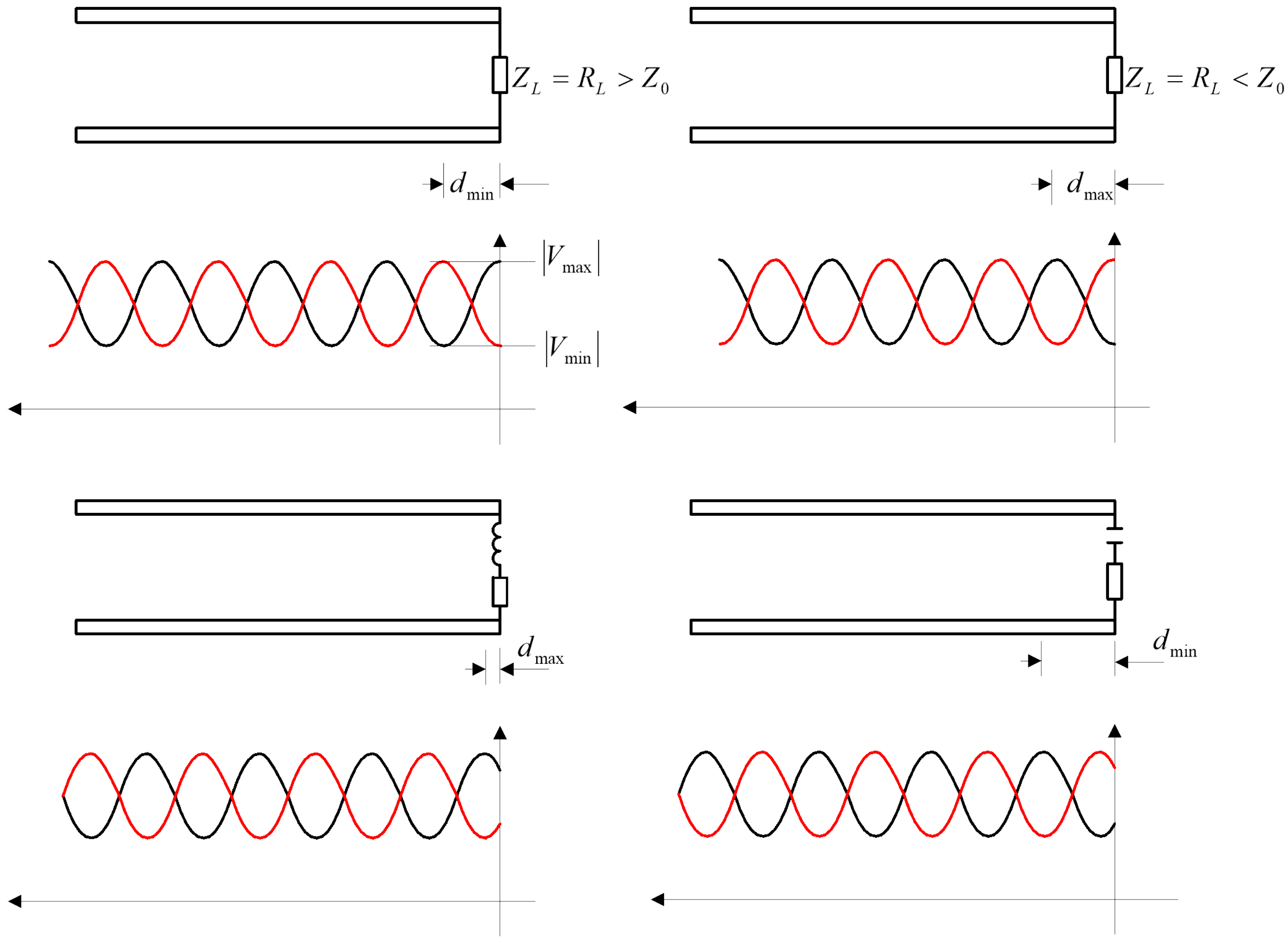
$$|V|_{\max} = |V^+|(1 + |\Gamma|) \qquad |I|_{\min} = |I^+|(1 - |\Gamma|)$$

$$\varphi_L - 2\beta z = 0 \qquad d_{\max} = \frac{\varphi_L}{2\beta} = \frac{\varphi_L \lambda_g}{4\pi} \qquad d_{\min} = \frac{\varphi_L}{2\beta} + \frac{\lambda_g}{4} = \frac{\varphi_L \lambda_g}{4\pi} + \frac{\lambda_g}{4}$$

$$|V|_{\min} = |V^+|(1 - |\Gamma|) \qquad |I|_{\max} = |I^+|(1 + |\Gamma|)$$

$$\varphi_L - 2\beta z = -180^\circ \qquad d_{\min} = \frac{\varphi_L}{2\beta} = \frac{\varphi_L \lambda_g}{4\pi} \qquad d_{\max} = \frac{\varphi_L}{2\beta} + \frac{\lambda_g}{4} = \frac{\varphi_L \lambda_g}{4\pi} + \frac{\lambda_g}{4}$$

微波传播线理论



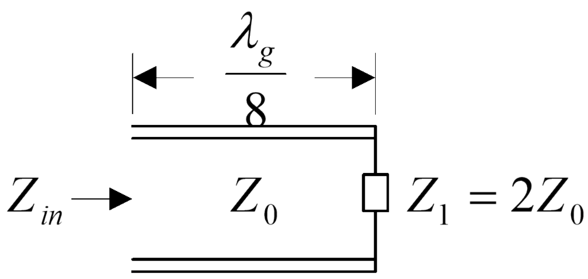
微波传播线理论

驻波系数的定义：

$$\rho = \frac{|V_{\max}|}{|V_{\min}|}$$

$$\rho = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \qquad |\Gamma| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$$

例1：求如图所示电路的输入阻抗



解：

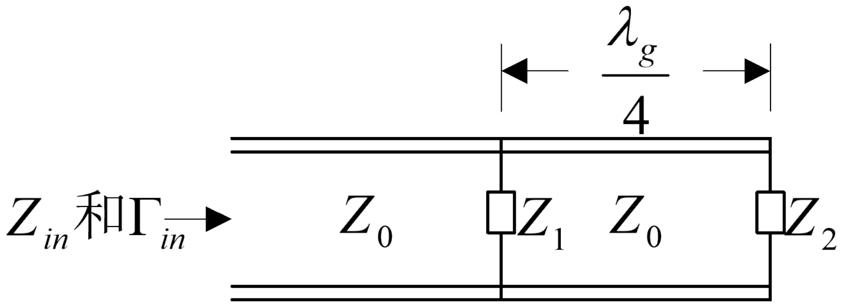
$$\theta = \beta l = \frac{2\pi}{\lambda_g}\frac{\lambda_g}{8} = \frac{\pi}{4}$$

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\vartheta}{Z_0 + jZ_L \tan\vartheta}$$

$$= Z_0 \frac{2+j}{1+j2} = Z_0 e^{j\varphi}$$

$$\varphi = \arctan(\frac{2}{1}) - \arctan(\frac{1}{2}) = 36.87^\circ$$

例2：求如图所示电路的输入阻抗和反射系数



$$Z_1 = 2Z_0 \quad Z_2 = \frac{1}{2} Z_0$$