2023年新高考全国Ⅰ卷模拟测试卷04

一、单选题

1．已知全集$U=\{x\mid x\geq 0\}$，集合$A=\{x\mid x(x-2)\leq 0\}$，则$\complement_U A=$（　）

A．$(2,+\infty)$　　B．$[2,+\infty)$

C．$(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$　　D．$(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$

【答案】A

【分析】解一元二次不等式化简集合A，再利用补集的定义求解作答.

【解析】集合$A=\{x\mid x(x-2)\leq 0\}=[0,2]$，而全集$U=[0,+\infty)$，

所以$\complement_U A=(2,+\infty)$.

故选：A

2．已知$a>0,b>0$，则“$\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$”是“$\ln a>\ln b$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

【答案】C

【分析】根据指数函数与对数函数的单调性，结合简易逻辑用语判断选项即可.

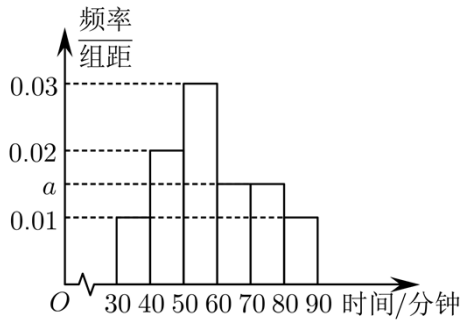
【解析】因为$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$定义域上单调递减，故由$\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$得$a>b>0$，而$y=\ln x$定义域上单调递增，故

$\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b\Rightarrow\ln a>\ln b$，满足充分性；

又$\ln a>\ln b\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$，满足必要性，

故选：C

3．为了解学生每天的体育活动时间，某市教育部门对全市高中学生进行调查，随机抽取1000名学生每天进行体育运动的时间，按照时长（单位：分钟）分成6组：第一组$[30,40)$，第二组$[40,50)$，第三组$[50,60)$，第四组$[60,70)$，第五组$[70,80)$，第六组$[80,90]$.对统计数据整理得到如图所示的频率分布直方图，则可以估计该市高中学生每天体育活动时间的第25百分位数约为（　）



A．43.5 分钟　　B．45.5 分钟　　C．47.5 分钟　　D．49.5 分钟

【答案】C

【分析】由百分位数的定义求解即可.

【解析】由频率之和为 1 得：$10(0.01+0.02+0.03+2a+0.01)=1$，解得 $a=0.015$，

由 $10\times0.01=0.1<0.25$，$10\times0.01+10\times0.02=0.3>0.25$，

故第 25 百分位数位于 $[40,50)$ 内，

则第 25 百分位数为 $40+\dfrac{0.25-0.1}{0.3-0.1}\times10=47.5$.

可以估计该市高中学生每天体育活动时间的第 25 百分位数约为 47.5，

故选：C.

4．已知 $\cos 2x=-\dfrac{1}{3}$，则 $\cos^2\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)+\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的值为（　）

A．$\dfrac{9}{16}$　　B．$\dfrac{5}{6}$　　C．$\dfrac{13}{20}$　　D．$\dfrac{17}{24}$

【答案】B

【分析】利用降幂公式及两角和差的余弦公式化简即可得解.

【解析】$\cos^2\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)+\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{1+\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)}{2}+\dfrac{1+\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)}{2}$

$=\dfrac{1+\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x}{2}+\dfrac{1+\dfrac{1}{2}\cos 2x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x}{2}$

$=1+\dfrac{1}{2}\cos 2x=1+\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{5}{6}$.

故选：B.

5．已知直线 $y=x-1$ 与曲线 $y=\mathrm{e}^{x+a}$ 相切，则实数 a 的值为（　）

A．-2　　B．-1　　C．0　　D．2

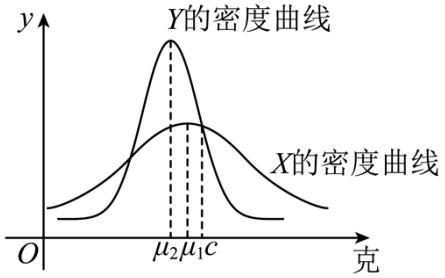
【答案】A

【分析】设切点，利用导数的几何意义计算即可.

【解析】设切点为(x_0,y_0)，易知$y'=e^{x+a}$，则$\begin{cases}y_0=x_0-1=e^{x_0+a}\\1=e^{x_0+a}\end{cases}$，解之得$\begin{cases}x_0=2\\a=-2\end{cases}$，

故选：A

6．某地生产红茶已有多年，选用本地两个不同品种的茶青生产红茶.根据其种植经验，在正常环境下，甲、乙两个品种的茶青每 500 克的红茶产量（单位：克）分别为X,Y，且$X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2),Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，其密度曲线如图所示，则以下结论错误的是（　）



A．Y 的数据较 X 更集中

B．$P(X\le c)<P(Y\le c)$

C．甲种茶青每 500 克的红茶产量超过 μ_2 的概率大于$\frac{1}{2}$

D．$P(X>c)+P(Y\le c)=1$

【答案】D

【分析】根据正态分布曲线的性质和特点求解.

【解析】对于 A，Y 的密度曲线更尖锐，即数据更集中，正确；

对于 B，因为 c 与 μ_2 之间的与密度曲线围成的面积 S_1 $>c,\mu_1$ 与密度曲线围成的面积 S_2 ，

$P(Y<c)=\frac{1}{2}+S_1,P(X<c)=\frac{1}{2}+S_2,\therefore P(X<c)<P(Y<c)$ ，正确；

对于 C，Q $\mu_2<\mu_1$ ，$\therefore$ 甲种茶青每 500 克超过 μ_2 的概率 $P=P(X>\mu_2)>\frac{1}{2}$ ，正确；

对于 D，由 B 知：$P(X>c)=\frac{1}{2}-S_2,P(Y<c)=\frac{1}{2}+S_1,\therefore P(X>c)+P(Y<c)=1+S_1-S_2>1$ ，错误；

故选：D.

7．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，点 B 的坐标为$(0,b)$，若 C 上的任意一点 P 都满足$|PB|\ge b$，则 C 的离心率取值范围是（　）

A．$\left(1,\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right]$　　B．$\left[\frac{\sqrt{5}+1}{2},+\infty\right)$　　C．$\left(1,\sqrt{2}\right]$　　D．$\left[\sqrt{2},+\infty\right)$

【答案】A

【分析】根据两点间距离公式，结合一元二次不等式的性质、双曲线离心率公式进行求解即可.

【解析】设$P(x,y)$，$|PB|\geq b\Rightarrow\sqrt{x^2+(y-b)^2}\geq b\Rightarrow x^2+y^2-2by\geq 0(*)$，

由$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\Rightarrow x^2=a^2\left(1+\frac{y^2}{b^2}\right)$，代入不等式$*$中，

化简，得$\frac{c^2}{b^2}y^2-2by+a^2\geq 0$恒成立，

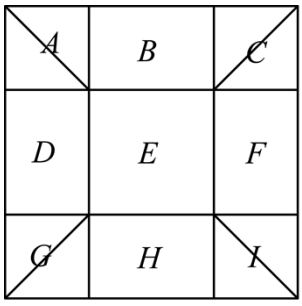
则有$\Delta=4b^2-\frac{4a^2c^2}{b^2}\leq 0\Rightarrow b^4\leq a^2c^2\Rightarrow b^2\leq ac\Rightarrow c^2-a^2\leq ac\Rightarrow e^2-e-1\leq 0$，

解得$\frac{1-\sqrt{5}}{2}\leq e\leq\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，而$e>1$，所以$1<e\leq\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

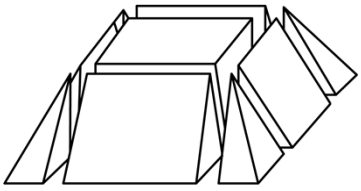
故选：A

【点睛】方法点睛：一般求双曲线的离心率的方法是：根据已知的等式或不等式，构造关于a,b,c中任意两个量的双齐次方程或不等式，再结合双曲线的离心率大于 1 进行求解即可.

8．中国古代数学家很早就对空间几何体进行了系统的研究，中国传世数学著作《九章算术》卷五“商功”主要讲述了以立体问题为主的各种形体体积的计算公式.例如在推导正四棱台（古人称方台）体积公式时，将正四棱台切割成九部分进行求解.下图（1）为俯视图，图（2）为立体切面图.E对应的是正四棱台中间位置的长方体；B、D、H、F对应四个三棱柱，A、C、I、G对应四个四棱锥.若这四个三棱柱的体积之和为 12，四个四棱锥的体积之和为 4，则该正四棱台的体积为（　）



图(1)

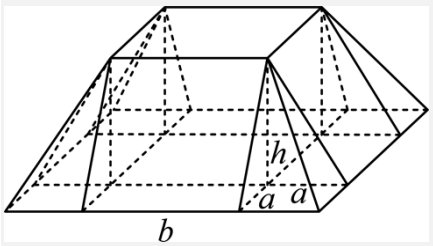

图(2)

A．24　　B．28　　C．32　　D．36

【答案】B

【分析】根据给定条件，利用四棱锥、三棱柱的体积公式结合给定数据建立关系式，求出长方体的体积作答.

【解析】如图，令四棱锥的底面边长为a，高为h，三棱柱的高为b，



依题意，四棱锥的体积$\frac{1}{3}a^2h=1$，即$a^2h=3$，三棱柱的体积$\frac{1}{2}ahb=3$，即有$abh=6$，

因此$b=2a$，于是长方体的体积$V=b^2h=4a^2h=12$，

所以该正四棱台的体积为$12+4+12=28$.

故选：B

【点睛】关键点睛：求几何体的体积，将给定的几何体进行恰当的分割，转化为可求体积的几何体求解是关键.

二、多选题

9．下列说法正确的是（　）

A．若$\frac{a}{c^2}>\frac{b}{c^2}$，则$a>b$

B．若$x\in(0,\pi)$，则$\sin x+\frac{4}{\sin x}$的最小值为 4

C．命题$p:\exists x\in\mathrm{R}$使得$x^2+2x+3<0$，则$\neg p:\forall x\in\mathrm{R},x^2+2x+3>0$

D．从 1，2，3，4，5 中任取 3 个不同的数，则以这 3 个数为边长能构成直角三角形的概率为$\frac{1}{10}$

【答案】AD

【分析】根据不等式的性质判断 A 选项，根据基本不等式取等条件判断 B 选项，根据命题的否定判断 C 选项，根据古典概型概念判断 D 选项.

【解析】若$\frac{a}{c^2}>\frac{b}{c^2}$，左右两边乘以$c^2$,可得$a>b$,A 选项正确;

$x\in(0,\pi),\sin x>0,\sin x+\frac{4}{\sin x}\geq 2\sqrt{\sin x\times\frac{4}{\sin x}}=4$,当且仅当$\sin x=\frac{4}{\sin x},\sin x=2$取等号,显然等号取不到，即$\sin x+\frac{4}{\sin x}$的最小值不是 4,B 选项错误;

命题$p:\exists x\in\mathrm{R}$使得$x^2+2x+3<0$，则$\neg p:\forall x\in\mathrm{R},x^2+2x+3\geq 0$,C 选项错误;

从 1，2，3，4，5 中任取 3 个不同的数共有 10 种情况：

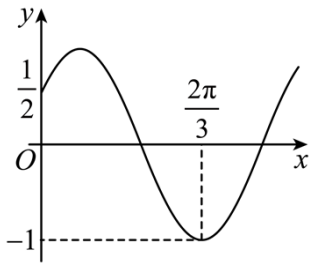
$(1,2,3),(1,2,4),(1,2,5),(1,3,4),(1,3,5),(1,4,5)(2,3,4),(2,3,5),(2,4,5),(3,4,5)$,

则以这 3 个数为边长能构成直角三角形有 1 种情况$(3,4,5)$,

则以这 3 个数为边长能构成直角三角形的概率为$P=\frac{1}{10}$,D 选项正确;

故选:AD.

10．已知函数$f(x)=\sin 2\omega x\cos\varphi+\cos 2\omega x\sin\varphi\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，则下列结论正确的是（　）



A．$f(x)$的图象关于点$\left(-\frac{\pi}{3},0\right)$对称

B．$f(x)$在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$的最小值为$-\frac{1}{2}$

C．$f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$为偶函数

D．$f(x)$的图象向右平$\frac{\pi}{6}$个单位后得到$y=\sin 2x$的图象

【答案】BC

【分析】由图象可求得$f(x)$的解析式，对于 A： 验证$-\frac{\pi}{3}$是否为$f(x)$的零点；对于 B 先求出$2x+\frac{\pi}{6}$的范围再求$f(x)$的值域；对于 C，求出$f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$的解析式判断奇偶性；对于 D：根据图象的平移求出平移后的解析式判断.

【解析】$f(x)=\sin(2\omega x+\varphi)$，由图象可知$f(0)=\frac{1}{2}$，即$\sin\varphi=\frac{1}{2}$，又$0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=\frac{\pi}{6}$，

由五点作图法可得$\omega\times\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{6}=\frac{3\pi}{2}$，解得$\omega=2$，所以$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

对于 A：$f\left(-\frac{\pi}{3}\right)=\sin\left(-\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)=-1$，所以$f(x)$的图象关于$x=-\frac{\pi}{3}$对称，故 A 错误；

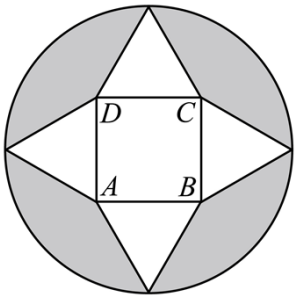
对于 B：当$x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right],\therefore\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\in\left[-\frac{1}{2},1\right]$，即$f(x)$在区间$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最小值为$-\frac{1}{2}$，故 B 正确；

对于 C：$f\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x$，为偶函数，故 C 正确.

对于 D：$f(x)$ 的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后得到$y=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$的图象，故 D 错误；

故选:BC.

11．如图所示，从一个半径为$\frac{2}{\sqrt{3}-1}$（单位：m）的圆形纸板中切割出一块中间是正方形，四周是四个正三角形的纸板，以此为表面（舍弃阴影部分）折叠成一个正四棱锥$P-ABCD$，则以下说法正确的是（　）



A．四棱锥$P-ABCD$的体积是$\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{m}^3$

B．四棱锥$P-ABCD$的外接球的表面积是$8\pi\ \text{m}^2$

C．异面直线PA与CD所成角的大小为$60°$

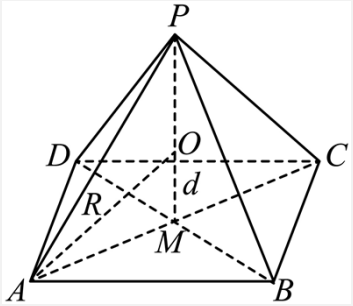
D．二面角$A-PB-C$所成角的余弦值为$-\frac{1}{3}$

【答案】BCD

【解析】设正方形边长为a，则有$\frac{a}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{2}{\sqrt{3}-1}$，

所以$(\sqrt{3}+1)a=2(\sqrt{3}+1)$，解得$a=2$，

折叠而成正四棱锥如图所示，其中O为外接球的球心，



四棱锥$P-ABCD$的高$PM=\sqrt{PA^2-AM^2}=\sqrt{4-2}=\sqrt{2}$，

所以四棱锥 $P-ABCD$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\times 2\times 2\times\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$，所以选项 A 错误；

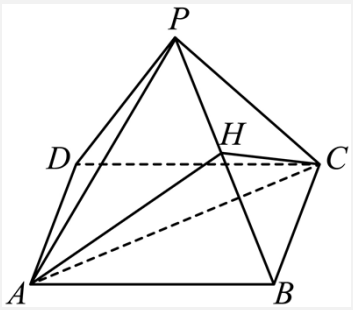
设四棱锥 $P-ABCD$ 外接球的半径为 R，球心 O 到底面 $ABCD$ 的距离为 d，

则有 $\begin{cases}R+d=PM=\sqrt{PA^2-AM^2}=\sqrt{2}\\ R^2=d^2+2\Rightarrow(R+d)(R-d)=2\Rightarrow R-d=\sqrt{2}\end{cases}$，

解得 $R=\sqrt{2}$，所以四棱锥 $P-ABCD$ 外接球表面积 $S=4\times\pi\times 2=8\pi$，

因为 $AB//DC$，所以异面直线 PA 与 CD 所成角为 $\angle PAB=60°$，

取 PB 的中点 H，连接 AH，CH，如图，



因为 $\triangle PAB$，$\triangle PBC$ 均为等边三角形，

所以 $AH\perp PB$，$CH\perp PB$，

所以 $\angle AHC$ 为二面角 $A-PB-C$ 所成角的平面角，

在 $\triangle AHC$ 中，由余弦定理得

$\cos\angle AHC=\frac{3+3-8}{2\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=-\frac{1}{3}$，

故正确答案为 BCD.

故选：BCD

12．设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 R，且满足 $f(1+x)=f(1-x)$，$f(x-2)+f(-x)=0$，当 $x\in[-1,1]$ 时，$f(x)=-|x|+1$，则下列说法正确的是（　）

A．$y=f(x+1)$ 是偶函数　　B．$y=f(x+3)$ 为奇函数

C．函数 $y=f(x)-\lg|x|$ 有 8 个不同的零点　　D．$\sum_{k=1}^{2023}f(k)=1$

【答案】AB

【分析】根据已知推出函数 $f(x)$ 关于直线 $x=1$ 对称且关于 $(-1,0)$ 对称，周期为 8，由已知区间上的解析式画出图象判断 A、B；结合 $y=\lg|x|$ 图象判断交点个数，周期性求函数值的和判断 C、D.

【解析】由$f(1+x)=f(1-x)$，则函数关于直线$x=1$对称，且$f(-x)=f(2+x)$，

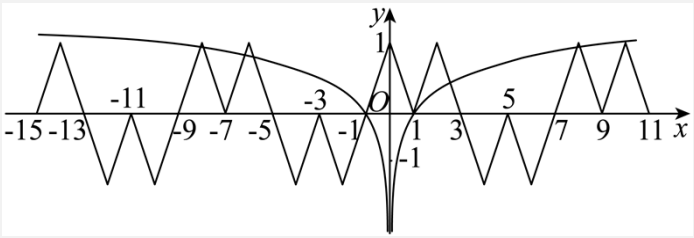
由$f(x-2)+f(-x)=0$，则函数关于$(-1,0)$对称，且$f(-x)=-f(x-2)$，

所以$f(2+x)=-f(x-2)$，故$f(4+x)=-f(x)$，则$f(x+8)=-f(x+4)=f(x)$，故函数的周期为 8，

当$x\in[-1,1]$时$f(x)=-|x|+1$，则$f(0)=1$，$f(-1)=f(1)=0$，

根据周期和对称性知：$f(x)$值域为$[-1,1]$，

由函数$f(x)$关于直线$x=1$对称且关于$(-1,0)$对称，周期为 8，



$y=f(x+1)$为$y=f(x)$向左平移 1 个单位得到，是偶函数，故 A 正确；

$y=f(x+3)$为$y=f(x)$向左平移 3 个单位得到，是奇函数，故 B 正确；

由$y=\lg|x|$在$(-\infty,0)$上递减，且$\lg|-10|=1$，$\lg|-1|=0$；在$(0,+\infty)$上递增，且$\lg|10|=1$，$\lg|1|=0$，

结合图象：看出$y=f(x)$和$y=\lg|x|$的图象有 10 个交点，即$f(x)=\lg|x|$有 10 个不同的零点，故 C 错误；

由$f(1)=0$，$f(2)=1$，$f(3)=0$，$f(4)=-1$，$f(5)=0$，$f(6)=-1$，$f(7)=0$，$f(8)=1$，则

$f(1)+f(2)+\cdots+f(8)=0$，

所以$\sum_{k=1}^{2023}f(k)=252\times0+[f(1)+f(2)+\cdots+f(7)]=-1$，故 D 错误，

故选：AB

三、填空题

13．已知向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=4,(\vec{b}-\vec{a})\cdot\vec{a}=0$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为_____.

【答案】$\frac{\pi}{3}$

【分析】根据平面向量数量积的运算性质，结合平面向量夹角公式进行求解即可.

【解析】由$(\vec{b}-\vec{a})\cdot\vec{a}=0\Rightarrow\vec{b}\cdot\vec{a}-\vec{a}^2=0\Rightarrow\vec{b}\cdot\vec{a}=4$，

$\cos\langle \vec{b},\vec{a}\rangle=\dfrac{\vec{b}\cdot\vec{a}}{|\vec{b}|\cdot|\vec{a}|}=\dfrac{4}{4\times 2}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\langle \vec{b},\vec{a}\rangle=\dfrac{\pi}{3}$，

故答案为：$\dfrac{\pi}{3}$

14．$(x+2)(x-1)^3$ 展开式中 x^2 的系数为_____.

【答案】-3

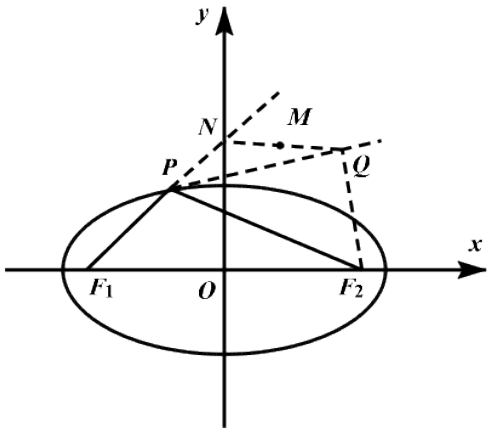
【分析】变换 $(x+2)(x-1)^3=x(x-1)^3+2(x-1)^3$，根据二项式定理计算得到答案.

【解析】$(x-1)^3$ 的展开式的通项为：$T_{r+1}=C_3^r x^{3-r}\cdot(-1)^r$，$(x+2)(x-1)^3=x(x-1)^3+2(x-1)^3$，

取 $r=2$ 和 $r=1$，计算得到系数为：$C_3^2\cdot(-1)^2+2\times C_3^1\cdot(-1)^1=-3$.

故答案为：-3.

15．如图，已知椭圆 $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 的焦点为 F_1、F_2，点 P 为椭圆上任意一点，过 F_2 作 $\angle F_1PF_2$ 的外角平分线的垂线，垂足为点 Q.过点 Q 作 y 轴的垂线，垂足为 N，若线段 QN 的中点为 M，则点 M 的轨迹方程为_____.



【答案】$\dfrac{x^2}{\frac{3}{4}}+\dfrac{y^2}{3}=1$

【分析】根据题意，利用椭圆定义，求得 OQ 长度，即可容易求得点 M 的轨迹方程.

【解析】延长 F_2Q 交 F_1P 的延长线于点 H，连接 OQ，作图如下：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/168134026015006140