2018 北京房山初三（上）期末

数　　学

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

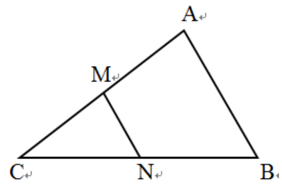
1. 已知点（－1，2）在二次函数 $y=ax^2$ 的图象上，那么 a 的值是（　）

A. 1　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

2. 在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AB＝2BC，那么 sin$A$　值为(　　)

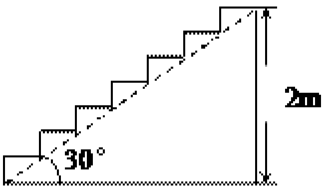
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

3. 如图，在△ABC 中，M,N 分别为 AC,BC　中点，若 $S_{\triangle CMN}=1$,则 $S_{\triangle ABC}$ 为（　）



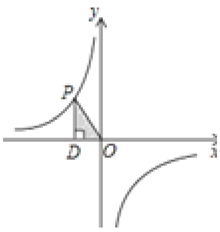
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

4. 如图，在高 2m，坡角为 30°的楼梯表面铺地毯，地毯的长度至少需要（　）



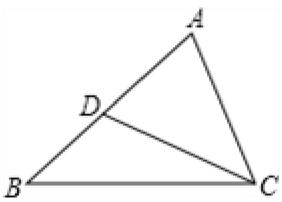
A. $2\sqrt{3}$ m　　B. （$2+2\sqrt{3}$）m　　C. 4 m　　D. （$4+2\sqrt{3}$）m

5. 如图，点 P 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ (k≠0)的图象上，PD⊥x 轴于点 D,△PDO 的面积为 2，则 k 的值为（　）



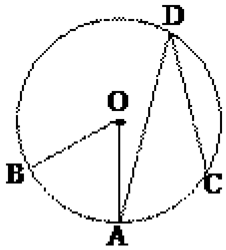
A. －1　　B. －2　　C. －4　　D. －6

6. 如图，在△ABC 中，∠ACD=∠B，若 AD=2，BD=3，则 AC 长　（　）



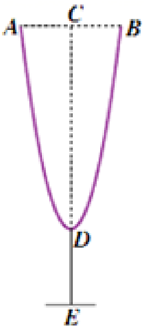
A. $\sqrt{10}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{6}$　　D. 6

7. 如图，在⊙O 中，弧 AB=弧 AC，∠AOB=50°，则∠ADC 的度数是（　）



A $50°$　　B. $45°$　　C. $30°$　　D. $25°$

8. 小明以二次函数 $y=2x^2-4x+8$ 的图象为灵感为“某国际葡萄酒大赛”设计了一款杯子，如图为杯子的设计稿，若 AB=4，DE=3，则杯子的高 CE 为(　)

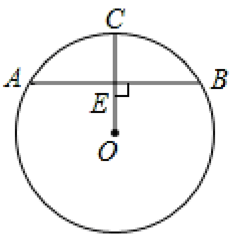


A. 14　　B. 11　　C. 6　　D. 3

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9. 请写出一个开口向上，并且与 y 轴交于点（0，1）的抛物线的解析式_______.

10. 如图所示，⊙O 的半径为 5，AB 为弦，$OC\perp AB$，垂足为 E，如果 CE=2，那么 AB 的长是____



11. 如图 1，西沙河属马刨泉河支流，发源于房山区城关街道迎风坡村，流域面积 11 平方公里，为估算西沙河某段的宽度，如图 2，在河岸边选定一个目标点 A，在对岸取点 B,C,D．使得 AB⊥BC,CD⊥BC,点 E 在 BC 上，并且点 A,E,D 在同一条直线上，若测得 BE=2m,EC=1m,CD=3m,则河的宽度 AB 等于_____m.

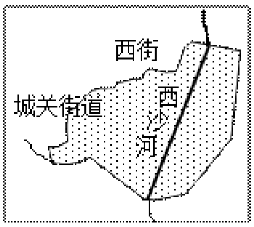


图1

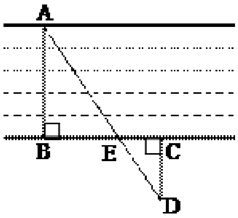
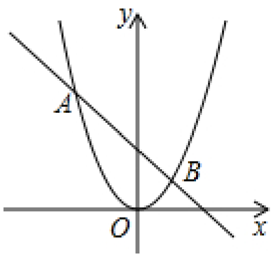
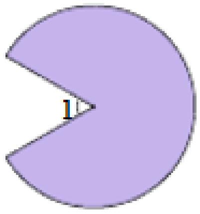


图2

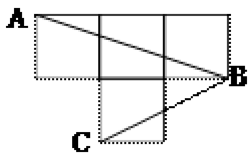
12. 如图，抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=bx+c$ 的两个交点坐标分别为 $A(-2,4)$，$B(1,1)$，则关于 x 的方程 $ax^2-bx-c=0$ 的解为______.



13. 如图，“吃豆小人”是一个经典的游戏形象，它的形状是一个扇形，若开口$\angle 1=60°$，半径为$\sqrt{6}$，则这个“吃豆小人”（阴影图形）的面积为_____.



14. 如图，每个小正方形的边长都是 1，点 A,B,C 都在小正方形的顶点上，则∠ABC 的正弦值为____.



15. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象与 x 轴的两个交点的横坐标分别为$x_1=\dfrac{-8+\sqrt{8^2-4\times 2\times 3}}{2\times 2}$，

$x_2=\dfrac{-8-\sqrt{8^2-4\times 2\times 3}}{2\times 2}$，则此二次函数图象的对称轴为______.

16. 下面是“作圆的内接正方形”的尺规作图过程.

已知：⊙O.

求作：圆的内接正方形.

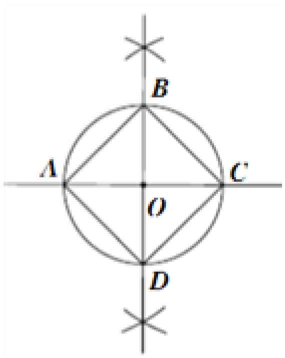
如图，

（1）过圆心 O 作直线 AC,与⊙O 相交于 A,C 两点；

（2）过点 O 作直线 BD⊥AC,交⊙O 于 B,D 两点；

（3）连接 AB,BC,CD,DA.

∴四边形 ABCD 为所求.



请回答：该尺规作图的依据是____________________________.（写出两条）

三、解答题（本题共 68 分，第 17—25 题，每小题 5 分，第 26 题 7 分，第 27 题 8 分，第 28 题 8 分）

17. 计算：$\sqrt{3}\,tan30°-cos60°+sin45°$.

18. 下表是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分 x,y 的对应值：

x	…	−1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	…
y	…	2	$\frac{1}{4}$	−1	$-\frac{7}{4}$	−2	$-\frac{7}{4}$	−1	$\frac{1}{4}$	2	…

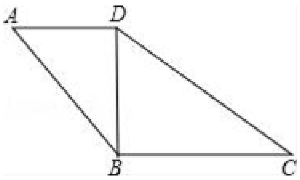
（1）此二次函数图象的顶点坐标是________；

（2）当抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点在直线 $y=x+n$ 的下方时，n 的取值范围是____.

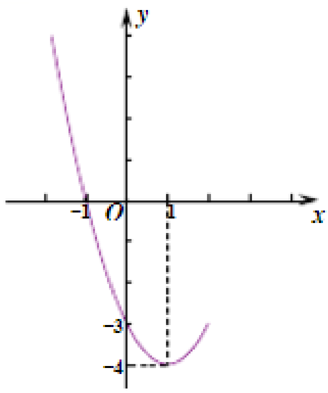
19. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD∥BC$，$∠A=∠BDC$.

（1）求证：$△ABD∽△DCB$；

（2）若 $AB=12$，$AD=8$，$CD=15$，求 DB 的长.



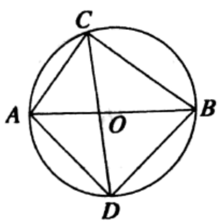
20. 如图,是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图象.



(1)结合图象信息,求此二次函数的表达式;

(2)当 $y>0$ 时，直接写出 x 的取值范围：___.

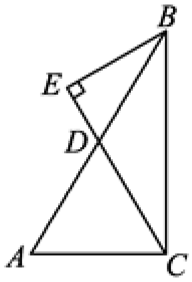
21. 如图，⊙O 的直径 AB 为$10cm$，弦 AC 为$6cm$，$∠ACB$ 的平分线交⊙O 于点 D，求 BC，AD，BD 的长.



22. 如图，在△ABC 中，∠ACB＝90°，sin A＝$\frac{4}{5}$，BC＝8，D 是 AB 中点，过点 B 作直线 CD 的垂线，垂足为点 E.

(1)求线段 CD 的长；

(2)求 cos ∠ABE 的值.

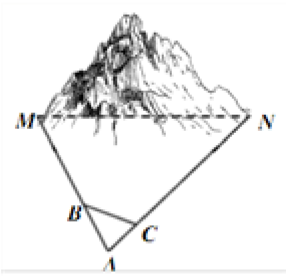


23. 反比例函数 y=$\dfrac{k}{x}$(k≠0)与一次函数 $y=-x+5$ 的一个交点是 A(1,n).

(1)求反比例函数 y=$\dfrac{k}{x}$(k≠0)的表达式；

(2)当一次函数的函数值大于反比例函数的函数值时，直接写出自变量 x 的取值范围为___.

24. 中国高铁近年来用震惊世界的速度不断发展，已成为当代中国一张耀眼的“国家名片”．修建高铁时常常要逢山开道、遇水搭桥．如图，某高铁在修建时需打通一直线隧道 MN(M、N 为山的两侧)，工程人员为了计算 MN 两点之间的直线距离，选择了在测量点 A、B、C 进行测量，点 B、C 分别在 AM、AN 上，现测得 AM=1200 米，AN=2000 米，AB=30 米，BC=45 米，AC=18 米，求直线隧道 MN 的长．



25. 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A(−2,0).

(1)填空：c=__(用含 b 的式子表示).

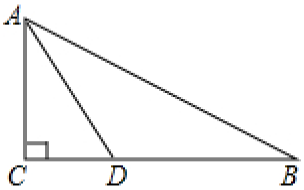
(2)若 $b<4$

①求证：抛物线与 x 轴有两个交点；

②设抛物线与 x 轴的另一个交点为 B，当线段 AB 上恰有 5 个整点（横坐标、纵坐标都是整数的点），直接写出 b 的取值范围为____；

(3)直线 $y=x-4$ 经过抛物线 $y=x^2+bx+c$ 　顶点 P，求抛物线的表达式.

26. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C$=90°，AD 是$\angle BAC$ 的角平分线.



（1）以 AB 上一点 O 为圆心，AD 为弦作⊙O；

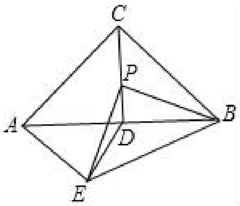
（2）求证：BC 为⊙O 的切线；

（3）如果 AC=3，tan$B$=$\dfrac{3}{4}$，求⊙O 的半径.

27. 如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，AC=BC=4，CD⊥AB 于 D，P 是线段 CD 上一个动点，以 P 为直角顶点向下作等腰 Rt△BPE，连接 AE、DE.

（1）∠BAE 的度数是否为定值？若是，求出∠BAE 的度数；若不是，说明理由．

（2）直接写出 DE 的最小值．



28. 定义：在平面直角坐标系中，图形 G 上点 $P(x,y)$的纵坐标 y 与其横坐标 x 的差 $y-x$ 称为 P 点的"坐标差"，而图形 G 上所有点的"坐标差"中的最大值称为图形 G 的"特征值"

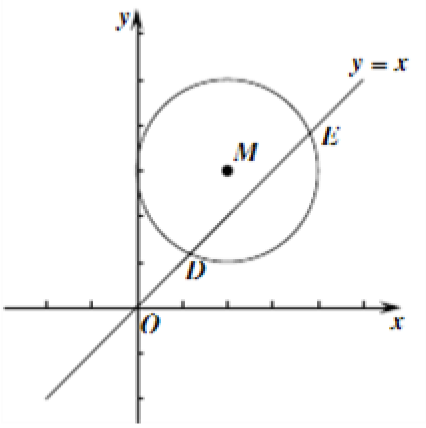
(1)①点 A(1,3) 的"坐标差"为_______.

②抛物线 $y=-x^2+3x+3$ 的"特征值"为_______.

(2)某二次函数 $y=-x^2+bx+c(c\neq0)$ 的"特征值"为 1，点 $B(m,0)$与点 C 分别是此二次函数的图象与 x 轴和 y 轴的交点，且点 B 与点 C 的"坐标差"相等.

①直接写出 m=___(用含 c 的式子表示)

②求此二次函数的表达式.



(3)如图，在平面直角坐标系 xOy 中，以 M(2,3)为圆心，2 为半径的圆与直线 $y=x$ 相交于点 D、E 请直接写出⊙M 的"特征值"为_______.

参考答案

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 已知点（－1，2）在二次函数 $y=ax^2$ 的图象上，那么 a 的值是（　）

A. 1　　B. 2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】

【详解】∵点（-1，2）在二次函数 $y=ax^2$ 的图象上，

∴ $a\cdot(-1)^2=2$，解得：$a=2$.

故选 B.

2. 在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AB＝2BC，那么 sin$A$ 的值为(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】根据正弦的定义列式计算即可.

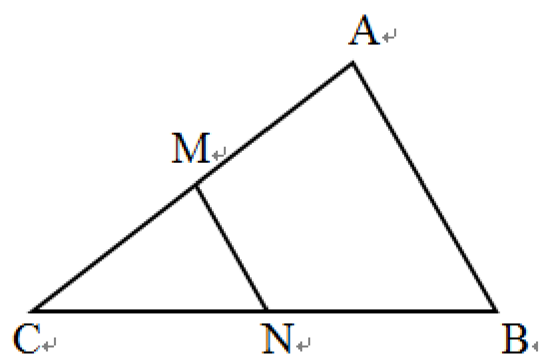
【详解】∵∠C=90°，AB=2BC，

∴sinA=$\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$，

故选 A.

【点睛】本题考查的是锐角三角函数的定义，在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边.

3. 如图，在△ABC 中，M,N 分别为 AC,BC 的中点，若 $S_{\triangle CMN}$=1,则 $S_{\triangle ABC}$ 为（　）



A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

【答案】C

【解析】

【详解】∵点 M、N 分别是△ABC 的边 AC、BC 的中点，

∴MN∥AB，MN=$\frac{1}{2}$AB，

∴△CMN∽△CAB，且相似比　$\frac{1}{2}$，

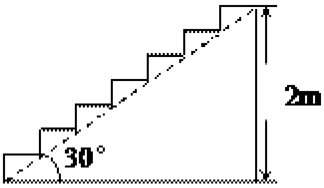
$\therefore \dfrac{S_{\triangle CMN}}{S_{\triangle CAB}}=\dfrac{1}{4}$，

又∵$S_{\triangle CMN}$=1，

∴$S_{\triangle ABC}$=4.

故选 C.

4. 如图，在高 2m，坡角为 30°的楼梯表面铺地毯，地毯的长度至少需要（　）



A. $2\sqrt{3}$ m　　B. （2+ $2\sqrt{3}$ ）m　　C. 4 m　　D. （4+ $2\sqrt{3}$ ）m

【答案】B

【解析】

【详解】如图，由平移的性质可知，楼梯表面所铺地毯的长度为：AC+BC，

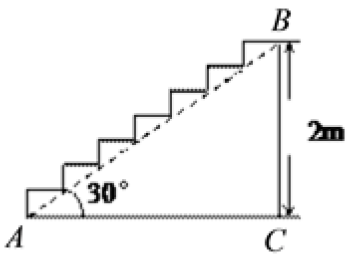
∵在△ABC 中，∠ACB=90°，∠BAC=30°，BC=2m，

∴AB=2BC=4m，

∴AC=$\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

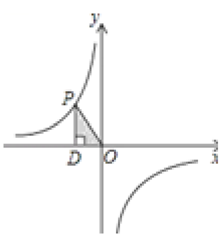
∴AC+BC=$4+2\sqrt{3}$ （m）.

故选 B.



点睛：本题的解题的要点是：每阶楼梯的水平面向下平移后刚好与 AC 重合，每阶楼梯的竖直面向右平移后刚好可以与 BC 重合，由此可得楼梯表面所铺地毯的总长度为 AC+BC.

5. 如图，点 P 在反比例函数 y=$\dfrac{k}{x}$ (k≠0)的图象上，PD⊥x 轴于点 D,△PDO 的面积为 2，则 k 的值为（　）



A. －1　　B. －2　　C. －4　　D. －6

【答案】C

【解析】

【详解】如图，∵点 P 在反比例函数 y=$\frac{k}{x}$(k≠0)的图象上，PD⊥x 轴于点 D，△PDO 的面积为 2，

∴ $\frac{|k|}{2} = 2$，

又∵反比例函数 y=$\frac{k}{x}$(k≠0)的图象在第二、四象限，

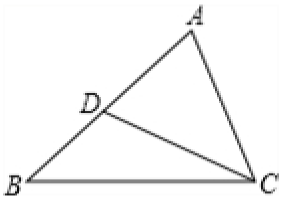
∴ $k<0$，

∴ $\frac{-k}{2}=2$，解得：$k=-4$.

故选 C.

点睛：过反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ $(k\neq 0)$ 的图象上一点向 x 轴（或 y 轴）作垂线段，并连接这点和原点，所围成的直角三角形的面积=$\frac{|k|}{2}$.

6. 如图，在△ABC 中，∠ACD=∠B，若 AD=2，BD=3，则 AC 长为（   ）



A. $\sqrt{10}$　　　　B. $2\sqrt{3}$　　　　C. $\sqrt{6}$　　　　D. 6

【答案】A

【解析】

【详解】解：∵AD=2，BD=3，

∴AB=AD+BD=5，

∵在△ABC 和△ACD 中，∠ACD=∠B，∠A=∠A，

∴△ABC∽△ACD，

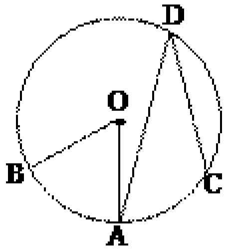
∴ $\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{AC}$，即 AC^2=AB·AD，

∴AC^2=5×2=10，

∴AC=$\sqrt{10}$.

故选 A.

7. 如图，在⊙O 中，弧 AB=弧 AC，∠AOB=50°，则∠ADC 的度数是（ ）



A. 50°　　B. 45°　　C. 30°　　D. 25°

【答案】D

【解析】

【详解】∵在⊙O 中，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，

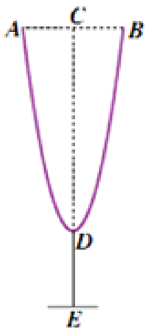
∴∠ADC=$\frac{1}{2}$∠AOB，

∵∠AOB=50°，

∴∠ADC=25°.

故选 D.

8. 小明以二次函数 y=2x^2−4x+8 的图象为灵感为“某国际葡萄酒大赛”设计了一款杯子，如图为杯子的设计稿，若 AB=4，DE=3，则杯子的高 CE 为(　)



A. 14　　B. 11　　C. 6　　D. 3

【答案】B

【解析】

【详解】∵ $y=2x^2-4x+8=2(x-1)^2+6$，

∴在坐标系中，该二次函数图象的顶点 D 的坐标为（1，6），

设此时点 A、B 的坐标分别为$(x_1,\ m)$、$(x_2,\ m)$，则由题意可知，AB=$|x_1-x_2|$，而 x_1、x_2 是关于 x 的一元二次方程 $2x^2-4x+8=m$ 的解，

∴ $x_1+x_2=2$，$x_1\cdot x_2=\frac{8-m}{2}$，

∴ $|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1\cdot x_2}=\sqrt{2m-12}$，

又∵AB=$|x_1-x_2|$=4，

∴ $\sqrt{2m-12}=4$，解得：$m=14$，

∴点 A、B 的纵坐标为 14，

∴DC=14-6=8，

又∵DE=3，

∴CE=DC+DE=11.

故选 B.

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

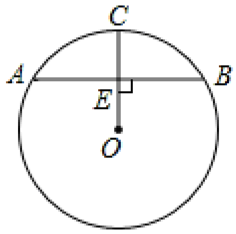
9. 请写出一个开口向上，并且与 y 轴交于点（0，1）的抛物线的解析式________.

【答案】$y=x^2+1$.

【解析】

【详解】此题答案不唯一，只要二次项系数大于 0，经过点（0,1）即可，如 $y=x^2+1$，$y=x^2+2x+1$ 等.

10. 如图所示，⊙O 的半径为 5，AB 为弦，$OC\perp AB$，垂足为 E，如果 $CE=2$，那么 AB 的长是____

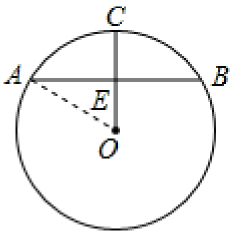


【答案】8

【解析】

【分析】由于半径 $OC\perp AB$，利用垂径定理可知 $AB=2AE$，又 $CE=2$，$OC=5$，易求 OE，在 $Rt\triangle AOE$ 中利用勾股定理易求 AE，进而可求 AB.

【详解】解：如图，连接 OA，



∵半径 $OC\perp AB$，

∴$AE=BE=\frac{1}{2}AB$，

∵$OC=5$，$CE=2$，

∴$OE=3$，

在 $Rt\triangle AOE$ 中，$AE=\sqrt{OA^2-OE^2}=4$，

∴$AB=2AE=8$.

故答案为：8.

11. 如图 1，西沙河属马刨泉河支流，发源于房山区城关街道迎风坡村，流域面积 11 平方公里，为估算西沙河某段的宽度，如图 2，在河岸边选定一个目标点 A，在对岸取点 B,C,D．使得 AB⊥BC,CD⊥BC,点 E 在 BC 上，并且点 A,E,D 在同一条直线上，若测得 BE=2m,EC=1m,CD=3m,则河的宽度 AB 等于_____m.

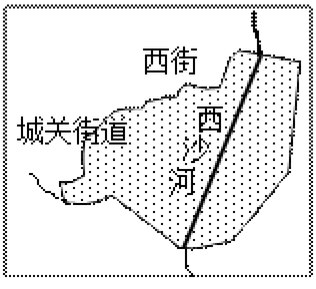


图1

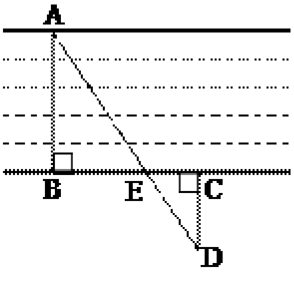


图2

【答案】6

【解析】

【详解】如图 2，∵AB⊥BC，CD⊥BC，

∴∠ABE=∠DCE=90°，

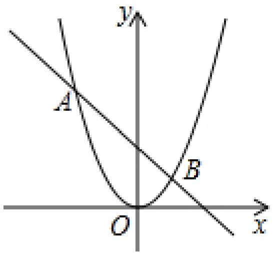
又∵∠AEB=∠DEC，

∴△ABE∽△DCE，

∴ $\frac{AB}{CD}=\frac{BE}{EC}$，即：$\frac{AB}{3}=\frac{2}{1}$，解得：AB=6（m）.

故答案为 6.

12. 如图，抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=bx+c$ 的两个交点坐标分别为 $A\left(-2,4\right)$，$B\left(1,1\right)$，则关于 x 的方程 $ax^2-bx-c=0$ 的解为______.



【答案】$x_1=-2$，$x_2=1$

【解析】

【分析】根据二次函数图象与一次函数图象的交点问题得到方程组 $\begin{cases} y=ax^2 \\ y=bx+c \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x_1=-2 \\ y_1=4 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=1 \end{cases}$，于是易得关于 x 的方程 $ax^2-bx-c=0$ 的解.

【详解】解：∵抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=bx+c$ 的两个交点坐标分别为 $A\left(-2,4\right)$，$B\left(1,1\right)$，

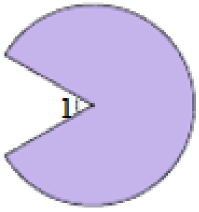
∴方程组 $\begin{cases} y=ax^2 \\ y=bx+c \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x_1=-2 \\ y_1=4 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=1 \end{cases}$，

即关于 x 的方程 $ax^2-bx-c=0$ 的解为 $x_1=-2$，$x_2=1$.

故答案为 $x_1=-2$，$x_2=1$.

【点睛】本题考查了二次函数的性质：二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a≠0）的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$，对称轴直线 x=$-\frac{b}{2a}$. 也考查了二次函数图象与一次函数图象的交点问题.

13. 如图，“吃豆小人”是一个经典的游戏形象，它的形状是一个扇形，若开口∠1=60°，半径为 $\sqrt{6}$，则这个“吃豆小人”（阴影图形）的面积为_____.



【答案】5π

【解析】

【详解】∵∠1=60°，

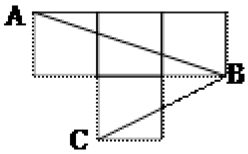
∴图中扇形的圆心角为 300°，

又∵扇形的半径为：$\sqrt{6}$，

∴S 阴影=$\dfrac{300\pi\cdot(\sqrt{6})^2}{360}=5\pi$．

故答案为5π．

14. 如图，每个小正方形的边长都是 1，点 A,B,C 都在小正方形的顶点上，则∠ABC 的正弦值为____.



【答案】$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．

【解析】

【详解】解：如图，连接 AC，由题意可得：

$AB^2=1^2+3^2=10$，$BC^2=2^2+1^2=5$，$AC^2=1^2+2^2=5$，

∴$BC^2+AC^2=AB^2$，AB=$\sqrt{10}$，AC=$\sqrt{5}$，

∴∠ACB=90°，

∴sin∠ABC=$\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

故答案为：$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$．