

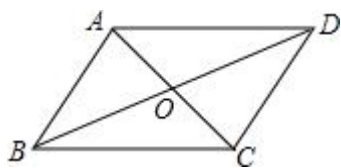
2024-2025 学年湖南省长沙一中芙蓉中学九年级（上）入学数学试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列函数中， y 是 x 的正比例函数的是()

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = 3x^2$ C. $y = x$ D. $y = \frac{1}{x}$

2. 如图，四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是()



- A. $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$ B. $AB \parallel DC$, $AD = BC$
C. $AO = CO$, $BO = DO$ D. $AB = DC$, $AD = BC$

3. 在“我的阅读生活”校园演讲比赛中，有 11 名学生参加比赛，他们决赛的最终成绩各不相同，其中一名学生想知道自己能否进入前 6 名，除了要了解自己的成绩外，还要了解这 11 名学生成绩的()

- A. 众数 B. 方差 C. 平均数 D. 中位数

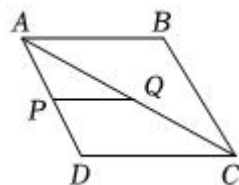
4. 对于二次函数 $y = -(x - 1)^2 + 2$ 的图象与性质，下列说法正确的是()

- A. 对称轴是直线 $x = 1$ ，最大值是 2 B. 对称轴是直线 $x = 1$ ，最小值是 2
C. 对称轴是直线 $x = -1$ ，最大值是 2 D. 对称轴是直线 $x = -1$ ，最小值是 2

5. 已知直线 $y = (m - 3)x - 3m + 1$ 不经过第一象限，则 m 的取值范围是()

- A. $m \geq \frac{1}{3}$ B. $m \leq \frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3} < m < 3$ D. $\frac{1}{3} \leq m \leq 3$

6. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， P 、 Q 分别是 AD 、 AC 的中点，如果 $PQ = 2$ ，那么菱形 $ABCD$ 的周长是()



- A. 16 B. 8 C. 4 D. 2

7. 将抛物线 $y = -3x^2 + 1$ 向左平移 2 个单位长度，再向下平移 3 个单位长度，所得到的抛物线为()

- A. $y = -3(x - 2)^2 + 4$ B. $y = -3(x - 2)^2 - 2$
C. $y = -3(x + 2)^2 + 4$ D. $y = -3(x + 2)^2 - 2$

8. 设方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的两个根为 α , β ，那么 $(\alpha - 2)(\beta - 2)$ 的值等于()

- A. -4 B. 0 C. 4 D. 2

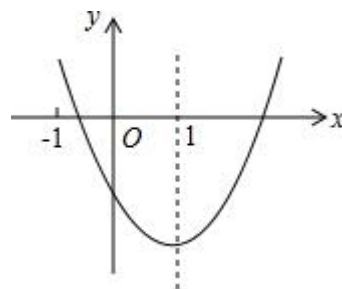
9. 已知二次函数 $y = x^2 - 3x + m$ (m 为常数) 的图象与 x 轴的一个交点为 $(1, 0)$ ，则关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 的两实数根是()

- A. $x_1 = 1, x_2 = -1$ B. $x_1 = 1, x_2 = 3$
C. $x_1 = 1, x_2 = 2$ D. $x_1 = 1, x_2 = 3$

10. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示，对称轴是直线 $x = 1$ ，下列结论：

① $ab < 0$ ；② $b^2 > 4ac$ ；③ $a + b + c < 0$ ；④ $3a + c < 0$. 其中正确的是()

- A. ①④
B. ②④
C. ①②③
D. ①②③④



二、填空题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。

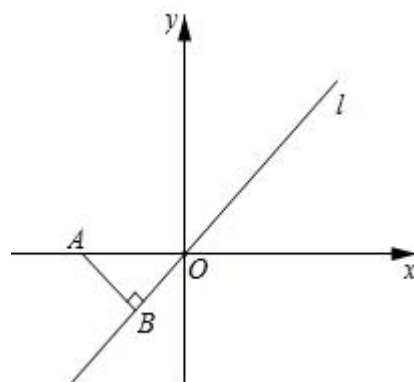
11. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 3x + k^2 = 0$ 的一个根是 -1 ，则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在二次函数 $y = x^2 - 6x + 4$ 的图象上，若 $x_1 < x_2 < 3$ ，则 $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$ (填 “>”、“=” 或 “<”).

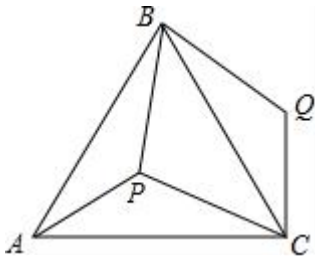
13. 经过两次连续降价，某药品销售单价由原来的 50 元降到 32 元，设该药品平均每次降价的百分率为 x ，根据题意可列方程是_____.

14. 若函数 $y = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \leq 2) \\ 2x & (x > 2) \end{cases}$ ，则当函数值 $y = 8$ 时，自变量 x 的值等于_____.

15. 如图，直线 l 的解析式为 $y = x$ ，点 A 的坐标为 $(-2, 0)$ ， $AB \perp l$ 于点 B ，则 $\triangle ABO$ 的面积为_____.



16. 如图，点 P 是等边三角形 ABC 内一点，且 $PA = 3$ ， $PB = 4$ ， $PC = 5$ ，若将 $\triangle APB$ 绕着点 B 逆时针旋转后得到 $\triangle CQB$ ，则 $\angle APB$ 的度数_____.



三、解答题：本题共 9 小题，共 72 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (本小题 6 分)

计算： $(-1)^{2024} + |\sqrt{2} - 2| + (\sqrt{2} - \sqrt{3})^0 - (\frac{1}{2})^{-1}$.

18. (本小题 8 分)

求解下列一元二次方程：

(1) $x^2 - 3x + 1 = 0$;

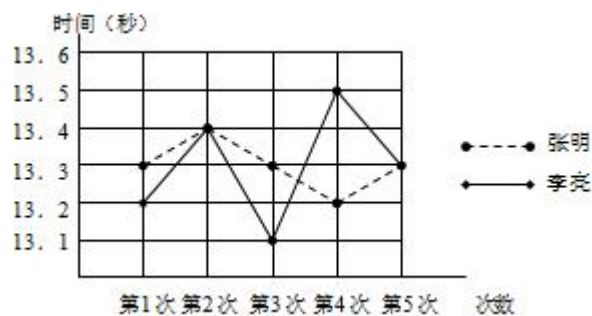
(2) $x^2 + x - 12 = 0$.

19. (本小题 6 分)

学校为了让同学们走向操场、积极参加体育锻炼，启动了“学生阳光体育运动”，张明和李亮在体育运动中报名参加了百米训练小组. 在近几次百米训练中，教练对他们两人的测试成绩进行了统计和分析，请根据图表中的信息解答以下问题：

	平均数	中位数	方差
张明		13.3	0.004
李亮	13.3		0.02

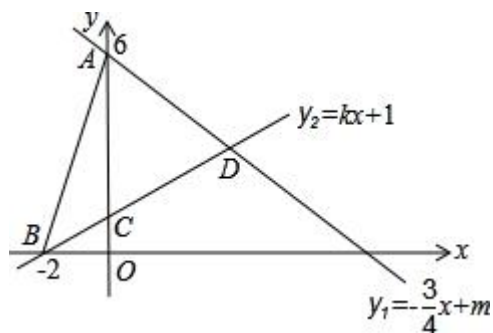
- (1) 张明第 2 次的成绩为_____秒；
- (2) 张明成绩的平均数为_____；李亮成绩的中位数为_____；
- (3) 现在从张明和李亮中选择一名成绩优秀的去参加比赛，若你是他们的教练，应该选择谁？请说明理由.



20. (本小题 7 分)

如图, 直线 $l_1: y_1 = -\frac{3}{4}x + m$ 与 y 轴交于点 $A(0, 6)$, 直线 $l_2: y_2 = kx + 1$ 分别与 x 轴交于点 $B(-2, 0)$, 与 y 轴交于点 C . 两条直线相交于点 D , 连接 AB .

- (1) 求两直线交点 D 的坐标;
- (2) 求 $\triangle ABD$ 的面积;
- (3) 根据图象直接写出 $y_1 > y_2$ 时自变量 x 的取值范围.



21. (本小题 8 分)

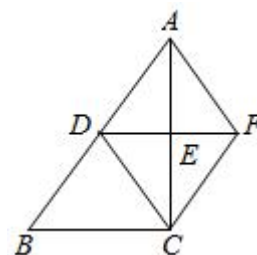
已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4mx + 3m^2 = 0$. (m 为实数)

- (1) 求证: 无论 m 取何值, 该方程总有两个实数根;
- (2) 该方程的两个实数根为 x_1 、 x_2 ($x_1 > x_2$), 若 $x_1 - x_2 = 2$, 求正数 m 的值.

22. (本小题 8 分)

如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D , E 分别为 AB , AC 边上的中点, 连接 DE 并延长至点 F , 使 $EF = DE$, 连接 AF , CF , CD .

- (1) 求证: 四边形 $ADCF$ 是菱形;
- (2) 若 $BC = 4$, $AC = 2$, 求四边形 $ADCF$ 的周长.



23. (本小题 9 分)

某商店经销一种双肩包，已知这种双肩包的成本价为每个 30 元. 市场调查发现，这种双肩包每天的销售量 y (单位：个) 与销售单价 x (单位：元) 有如下关系： $y = -x + 60 (30 \leq x \leq 60)$. 设这种双肩包每天的销售利润为 w 元.

- (1) 求 w 与 x 之间的函数解析式；
- (2) 这种双肩包销售单价定为多少元时，每天的销售利润最大？最大利润是多少元？
- (3) 如果物价部门规定这种双肩包的销售单价不高于 48 元，该商店销售这种双肩包每天要获得 200 元的销售利润，销售单价应定为多少元？

24. (本小题 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，若点 P 的横坐标和纵坐标相等，则称点 P 为完美点. 已知二次函数 $y = ax^2 + 4x + c (a \neq 0)$.

- (1) 当 $a = 1$ ， $c = 2$ 时，请求出该函数的完美点；
- (2) 已知二次函数 $y = ax^2 + 4x + c (a \neq 0)$ 的图象上有且只有一个完美点 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ ，请求出该函数；
- (3) 在 (2) 的条件下，当 $0 \leq x \leq m$ 时，函数 $y = ax^2 + 4x + c - \frac{3}{4} (a \neq 0)$ 的最小值为 -3 ，最大值为 1 ，求 m 的取值范围.

25. (本小题 10 分)

如图，抛物线 $y = ax^2 + 2x + c (a < 0)$ 与 x 轴交于点 A 和点 B (点 A 在原点的左侧，点 B 在原点的右侧)，与 y 轴交于点 C ， $OB = OC = 3$.

- (1) 求该抛物线的函数解析式.
- (2) 如图 1，连接 BC ，点 D 是直线 BC 上方抛物线上的点，连接 OD ， CD . OD 交 BC 于点 F ，当 $S_{\triangle COF} : S_{\triangle CDF} = 3 : 2$ 时，求点 D 的坐标.
- (3) 如图 2，点 E 的坐标为 $(0, -\frac{3}{2})$ ，点 P 是抛物线上的点，连接 EB ， PB ， PE 形成的 $\triangle PBE$ 中，是否存在点 P ，使 $\angle PBE$ 或 $\angle PEB$ 等于 $2\angle OBE$ ？若存在，请直接写出符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明

理由.

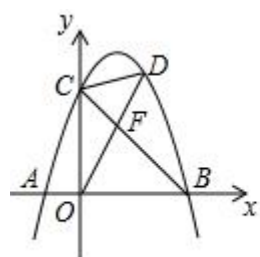


图1

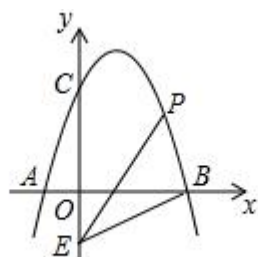
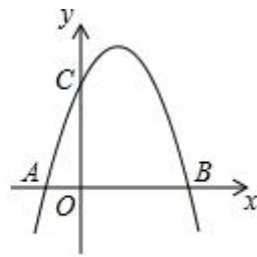


图2



备用图

答案和解析

1. 【答案】C

【解析】解：A、 $y = 2x + 1$ 是一次函数，故本选项不符合题意；

B、 $y = 3x^2$ 是二次函数，故本选项不符合题意；

C、 $y = x$ 符合一次函数的定义，故本选项符合题意；

D、 $y = \frac{1}{x}$ 是反比例函数，故本选项不符合题意；

故选：C.

依据正比例函数、反比例函数、二次函数、一次函数的定义回答即可.

本题主要考查的是正比例函数的定义，掌握正比例函数的一般形式 $y = kx (k \neq 0)$ 是解题的关键.

2. 【答案】B

【解析】解：A、 $AB \parallel DC$ ， $AD \parallel BC$ 可利用两组对边分别平行的四边形是平行四边形判定这个四边形是平行四边形，故此选项不合题意；

B、 $AB \parallel DC$ ， $AD = BC$ 不能判定这个四边形是平行四边形，故此选项符合题意；

C、 $AO = CO$ ， $BO = DO$ 可利用对角线互相平分的四边形是平行四边形判定这个四边形是平行四边形，故此选项不合题意；

D、 $AB = DC$ ， $AD = BC$ 可利用两组对边分别相等的四边形是平行四边形判定这个四边形是平行四边形，故此选项不合题意；

故选：B.

利用平行四边形的判定方法：(1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形. (2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形. (3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形. (4) 对角线互相平分的四边形是平行四边形进行分析即可.

此题主要考查了平行四边形的判定，关键是掌握平行四边形的判定定理.

3. 【答案】D

【解析】解：由于总共有 11 个人，且他们的分数互不相同，第 6 的成绩是中位数，要判断是否进入前 6 名，故应知道中位数的多少.

故选 D.

11 人成绩的中位数是第 6 名的成绩. 参赛选手要想知道自己是否能进入前 6 名，只需要了解自己的成绩以

及全部成绩的中位数，比较即可.

此题主要考查统计的有关知识，主要包括平均数、中位数、众数、方差的意义.

4.【答案】A

【解析】 【分析】

本题考查二次函数的性质，解题的关键是正确理解抛物线的图象与性质，本题属于基础题型.

根据抛物线的图象与性质即可判断.

【解答】

解：由抛物线的解析式： $y = -(x - 1)^2 + 2$,

可知：对称轴是直线 $x = 1$,

开口方向向下，所以有最大值 $y = 2$,

故选 A.

5.【答案】D

【解析】解：分三种情况：

①如果直线经过二、四象限，

那么 $m - 3 < 0$ ， $-3m + 1 = 0$ ，

解得 $m = \frac{1}{3}$ ；

②如果直线经过二、三、四象限，

那么 $m - 3 < 0$ ， $-3m + 1 < 0$ ，

解得 $\frac{1}{3} < m < 3$ ；

③如果直线经过三、四象限（平行于 x 轴的常数函数），

那么 $m - 3 = 0$ ， $-3m + 1 < 0$ ，

解得 $m = 3$ ；

综上所述， $\frac{1}{3} \leq m \leq 3$.

故选 D.

直线有可能过的象限分三种情况：①二、四；②二、三、四；③三、四（平行于 x 轴的常数函数）.

本题考查的是一次函数的图象与系数的关系，进行分类讨论是解题的关键.

6.【答案】A

【解析】解：在菱形 $ABCD$ 中， P 、 Q 分别是 AD 、 AC 的中点，

$\therefore PQ$ 是三角形 ADC 的中位线，

$$\therefore CD = 2PQ = 4,$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的周长} = 4 \times 4 = 16,$$

故选：A.

根据三角形中位线定理求出 CD 的长即可推出结果.

本题考查了三角形中位线定理，菱形的性质，熟记三角形中位线定理，菱形的性质是解题的关键.

7. 【答案】D

【解析】解：将抛物线 $y = -3x^2 + 1$ 向左平移 2 个单位长度所得直线解析式为： $y = -3(x + 2)^2 + 1$ ；

再向下平移 3 个单位为： $y = -3(x + 2)^2 + 1 - 3$ ，即 $y = -3(x + 2)^2 - 2$.

故选：D.

根据“左加右减、上加下减”的原则进行解答即可.

此题主要考查了二次函数图象与几何变换，要求熟练掌握平移的规律：左加右减，上加下减.

8. 【答案】C

【解析】解： $\because$ 方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的两个根为 α ， β ，

$$\therefore \alpha + \beta = -1, \alpha \cdot \beta = -2,$$

$$\therefore (\alpha - 2)(\beta - 2) = \alpha \cdot \beta - 2(\alpha + \beta) + 4 = -2 - 2 \times (-1) + 4 = 4.$$

故选：C.

根据方程的系数利用根与系数的关系找出 $\alpha + \beta = -1$ 、 $\alpha \cdot \beta = -2$ ，将 $(\alpha - 2)(\beta - 2)$ 展开后代入数据即可得出结论.

本题考查了根与系数的关系，解题的关键是根据根与系数的关系找出 $\alpha + \beta = -1$ 、 $\alpha \cdot \beta = -2$.

9. 【答案】C

【解析】【分析】

将点 $(1, 0)$ 代入 $y = x^2 - 3x + m$ ，求出 m ，即可确定一元二次方程为 $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，即可求解；

本题考查二次函数图象上点的坐标特征，一元二次方程的解；熟练掌握点与解析式的关系，正确求解一元二次方程是解题的关键.

【解答】

解：将点 $(1, 0)$ 代入 $y = x^2 - 3x + m$ ，

解得 $m = 2$ ，

$$\therefore y = x^2 - 3x + 2,$$

$$\therefore x^2 - 3x + 2 = 0 \text{ 的两个根为 } x = 1, x = 2;$$

故选：C.

10.【答案】C

【解析】解： $\because$ 抛物线开口向上，

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore \text{抛物线的对称轴为直线 } x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a < 0,$$

$$\therefore ab < 0, \text{ 所以①正确;}$$

$$\therefore \text{抛物线与 } x \text{ 轴有 } 2 \text{ 个交点,}$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0, \text{ 所以②正确;}$$

$$\therefore x = 1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\therefore a + b + c < 0, \text{ 所以③正确;}$$

$$\therefore \text{抛物线的对称轴为直线 } x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a,$$

$$\text{而 } x = -1 \text{ 时, } y > 0, \text{ 即 } a - b + c > 0,$$

$$\therefore a + 2a + c > 0, \text{ 所以④错误.}$$

故选：C.

由抛物线开口方向得到 $a > 0$ ，然后利用抛物线的对称轴得到 b 的符号，则可对①进行判断；利用判别式的意义和抛物线与 x 轴有 2 个交点可对②进行判断；利用 $x = 1$ 时， $y < 0$ 可对③进行判断；利用抛物线的对称轴方程得到 $b = -2a$ ，加上 $x = -1$ 时， $y > 0$ ，即 $a - b + c > 0$ ，则可对④进行判断.

本题考查了二次函数图象与系数的关系：对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ ，二次项系数 a 决定抛物线的开口方向. 当 $a > 0$ 时，抛物线向上开口；当 $a < 0$ 时，抛物线向下开口；一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置：当 a 与 b 同号时（即 $ab > 0$ ），对称轴在 y 轴左侧；当 a 与 b 异号时（即 $ab < 0$ ），对称轴在 y 轴右侧；常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点：抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$. 抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定： $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交点； $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点.

11.【答案】 $\pm\sqrt{2}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/175043200043012122>