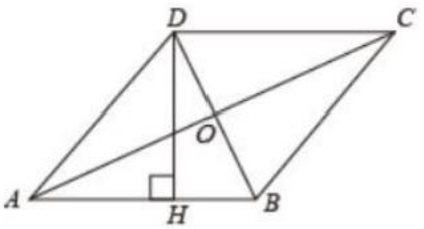
第9讲四边形

一、单选题

1.(2023春·浙江宁波·九年级校联考竞赛)已知：a、b是正数，且a+b=2，则 $\sqrt{\ ^2+1}+\sqrt{b^2+4}$的最小值是（ ）

A.√13　　　B.√5　　　C.√Z+√5　　　D.√7

2.(2020-江西南昌·八年级竞赛)如图，四边形ABCD是菱形，对角线AC=8cm,DB=6cm,DH⊥AB于点H，则DH的长（ ）



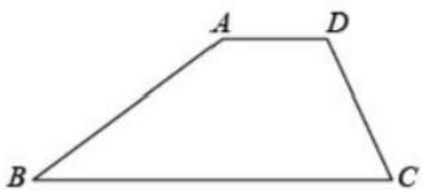
A.4.8cm　　　B.5cm　　　C.9.6cm　　　D.10cm

3.(2020-江西南昌·八年级竞赛)在四边形ABCD中，将下列条件中的任意两个进行组合，可以判定它是平行四边形的有（ ）组．

(1)AB//CD　　*(2)AD//BC*　　*(3)AB=CD*　　*(4)AD=BC*　　(5)∠A=∠C　　(6)∠B=∠D

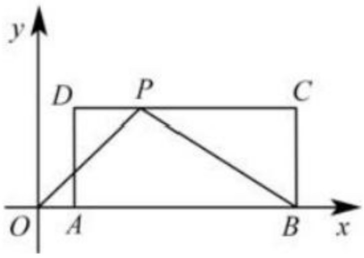
A.7　　　B.8　　　C.9　　　D.10

4.(2017·全国·八年级竞赛)梯形ABCD中，AD//BC,AB=3,BC=4,CD=2,AD=1，则梯形的面积为（ ）



A. $\frac{10\sqrt{2}}{3}$　　　B. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$　　　C.3√2　　　D.3V3

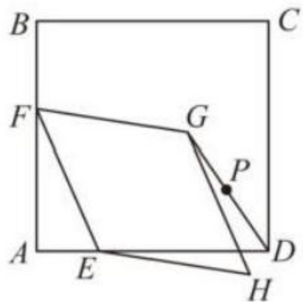
5.(2023·四川绵阳·统考三模)如图，矩形ABCD的边AB在x轴的正半轴上，点B在点A的右边，点C，D在第一象限，A(1,0),C(7,b)，点P在CD边上运动，若b取某个确定的值时，使得。POB是等腰三角形的点P有三个可能位置，则b的取值范围是（ ）



A.b>√13　　　　B.√13≤b≤4√3

C. $\sqrt{13} \le b \le \frac{7}{2}\sqrt{3}$　　　　D.√G≤bs45,1　　且 $b \ne \frac{7}{2}\sqrt{3}$

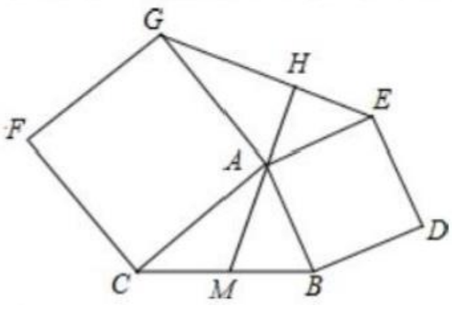
6. (2023春·江苏宿迁·八年级统考期中) 如图，正方形ABCD的边长为1, 点E 是边AD上一点，且 $AE = \frac{1}{4}AD$，点F 是边AB 上一个动点，连接 EF, 以 EF 为边作菱形EFGH, 且∠EFG=60°, 连接DG, 点 P 为DG 的中点，在点 F 从点A 运动到点B 的过程中，点P 运动所走的路径长为(　)



A. $\frac{1}{2}$　　　B.1　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　D. $\frac{1}{4}$

二、 解答题

7. (2023春·浙江宁波·九年级校联考竞赛) 如图，在△ABC外分别以AB,AC 为边作正方形ABDE和正方形ACFG, 连接 EG,AM 是△ABC中 BC 边上的中线，延长 MA交 EG 于点H.



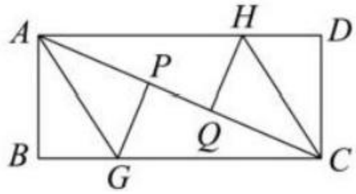
求证:

(1) $AM = \frac{1}{2}EG$;

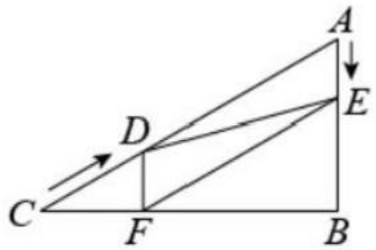
(2) $AH \perp EG$;

$(3)EG^2+BC^2=2(AB^2+AC^2)$.

8.(2022春-湖南长沙·八年级校联考竞赛)某同学对矩形纸片ABCD进行了如下的操作：如图，先沿直线AG折叠，使点B落在对角线AC上的点P处，再沿直线CH折叠，使点D落在AC上的点Q处．若AB=5, BC=12, 求四边形AGCH的面积.



9.(2020·江西南昌·八年级竞赛)如图，在Rt△ABC 中，?B 90?, AC=60cm, ∠A=60°，点D 从点C出发沿 CA方向以4cm/s的速度向点A匀速运动，同时点E 从点A 出发沿AB方向以2cm/s的速度向点B 匀速运动，当其中一个点到达终点时，另一个点也随之停止运动. 设点 D、E运动的时间是1秒(O<t≤15). 过点D 作DF⊥BC 于点F, 连接 DE,EF.



(1)求证： AE=DF;

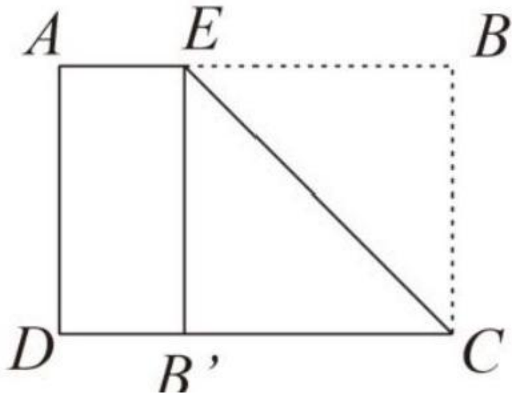
(2)四边形AEFD 能够成为菱形吗?如果能，求出相应的t值，如果不能，说明理由；

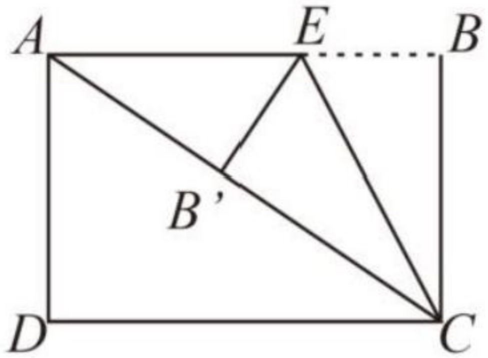
(3)当1为何值时，△DEF为直角三角形?请说明理由.

10. (2020·江西南昌·八年级竞赛)在矩形ABCD中，AB=8,BC=6, 点 E 是 AB边上一点，连接CE, 把△BCE沿 CE 折叠，使点B 落在点 B’处.

(1)当 B’在边CD 上时，如图①所示，求证：四边形 BCB'E是正方形；

(2)当B’在对角线AC 上时，如图②所示，求BE 的长.

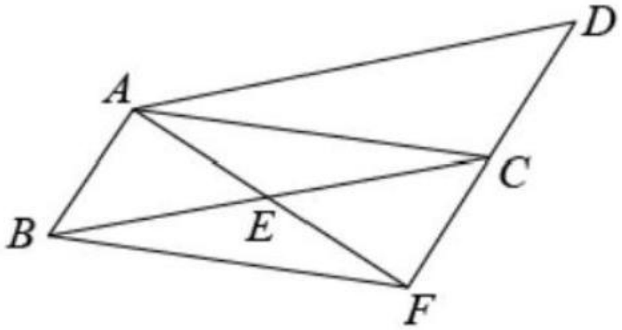




11. (2020·江西南昌·八年级竞赛)如图，在平行四边形ABCD 中，E 为BC 的中点，连接AE 并延长交DC的延长线于点F.

(1)求证：AB=CF;

(2)当BC 与AF 满足什么数量关系时，四边形ABFC 是矩形，并说明理由.



12.(2023·辽宁丹东·统考一模)已知正方形ABCD和等腰直角三角形AEF,∠EAF=90°, 连接BD,BE,BF,DE, 点G,H,I 分别为线段BD,BF,DE 的中点，连接GH,GI,HI.

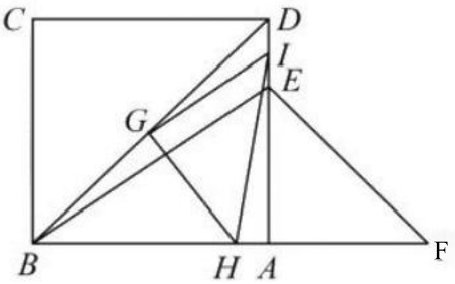


图 1

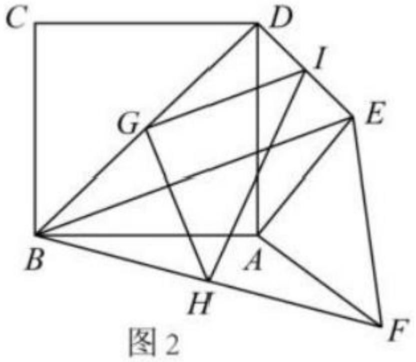


图 2

(1)如图1,当点B,A,F 在一条直线上时，请直接写出线段GH与GI的关系；

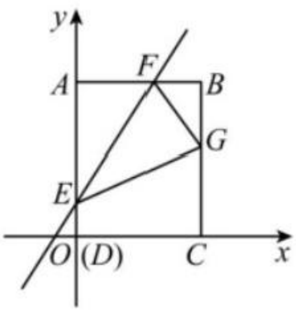
(2)如图2,将△AEF绕点A顺时针旋转α$(0^\circ<\alpha<90)$,判断线段GH与GI的关系，并说明理由；

(3)在(2)的条件下，若AB=4,AE=3, VADE,△ABF,AGHI 的面积分别为S,S_2,S.

①请直接写出S_1与S_2大小关系；

②直接写出$S-\frac{S_1+S_2}{4}$的值.

13. (2023春·四川德阳·八年级四川省德阳市第二中学校校考期中)如图，四边形ABCD为矩形， C点在x轴上，A点在y轴上，D点坐标是(0,0),B点坐标是(3,4),矩形ABCD沿直线EF折叠，点A落在BC边上的G处，E、F分别在AD、AB上，直线EF解析式为$y=kx+4-2\sqrt{3}$,F 点的坐标是(2,4).

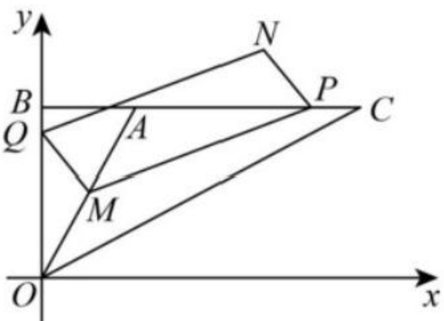


⑴求出k 的值;

⑵若直线GH 平行于直线 EF, 交x 轴于点H, 求直线GH 的解析式;

⑶点N 在x 轴上,直线EF 上是否存在点M, 使以M、N、F、G 为顶点的四边形是平行四边形?若存在,请直接写出M 点的坐标;若不存在,请说明理由.

14.(2023春·浙江宁波·八年级校考期中)如图,在平面直角坐标系中,点O 为坐标原点, Rt_8AOB 的直角顶点B 在Y轴的正半轴上,A 点坐标为(5,8),点C 在射线BA上,点P 以每秒2个单位长度的速度从点C 出发向终点B运动,同时动点Q 以每秒1个单位长度的速度从点B出发向终点O 运动,点P,Q 同时到达终点,*点M 为AO 的中点,连接MQ,MP, 以MQ,MP 为边构造PMQN.设点Q 的运动时间为t 秒.*

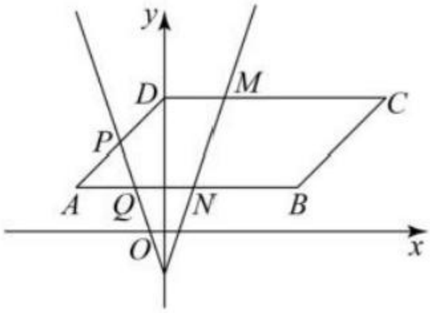


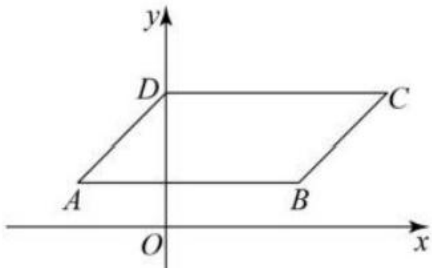
(1)BC= _______ ,点P的坐标是______ (用含1的代数式表示);

⑵在点P,Q 运动过程中,是否存在直线OA将□PMQN 的面积分成1:3的两部分?若存在,则求出此时t 的值;若不存在,请说明理由.

⑶若PQ,MN 交于点D, 作点D 关于直线OC 的对称点为点D', 连接DD',DQ, 当 。DD'Q 是以DQ 为腰的等腰三角形时, t 的值是______ (直接写出答案).

15.(2023春·湖南长沙·八年级湖南师大附中博才实验中学校联考期中)定义:对于给定的一次函数y=kx+b (k≠0,k、b 为常数),把形如 $y=\begin{cases} kx+b\left(x\ge 0\right) \\ -kx+b\left(x<0\right)\end{cases}$ (k≠0, k、b 为常数)的函数称为一次函数y=kx+b(k≠0, k、b为常数)的衍生函数.已知YABCD的顶点坐标分别为A(-2.1),B(3,1),C(5.3),D(0.3).





备用图

(1) 点E(n,3)在一次函数y=x+2 的衍生函数图象上，则n=______;

(2) 如图， 一次函数y=kx+b(k≠0,k 、b 为常数) 的衍生函数图象与YABCD 交于M 、N 、P 、Q 四点，其中P点坐标是(-1,2), 并且, $S_{\triangle APQ}+S_{四边形BCMN}=\frac{20}{3}$, 求该一次函数的解析式.

(3) 一次函数y=kx+b(k≠0,k 、b 为 常 数) ，其 中k 、b 满足3k+b=2.

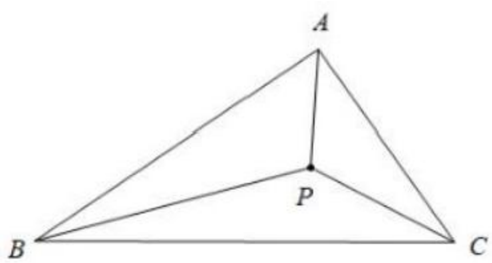
①请问一次函数的图象是否经过某个定点，若经过，请求出定点坐标；若不经过，请说明理由；

②一次函数y=kx+b(k≠0,k 、b 为常数) 的衍生函数图象与YABCD 恰好有两个交点，求b 的取值范围.

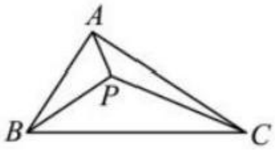
三 、填空题

16.（2022春・湖南长沙・八年级校联考竞赛) 已知长分别为14, 13, 9, 7的四条线段可以构成梯形，则在所有可能构成的梯形中，连接梯形两腰中点的线段长度的最大值是________

17.（2022春・湖南长沙・八年级校联考竞赛) 如图，P 为 Rt△ABC内一点，其中∠BAC=90°, 并 且PA=3, PB=7,PC=9, 则 BC 的最大值为_________.

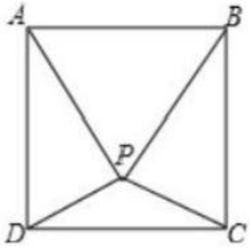


18. (2022春・湖南长沙・八年级长沙市长郡双语实验中学校考竞赛) 如图， P 为 Rt△ABC内一点，其中*∠BAC=90°, 并且PA=3, PB=7, PC=8, 则BC 的最大值为*________

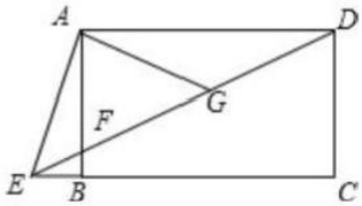


19.（2020・江西南昌・八年级竞赛) 若顺次连接四边形ABCD 各边中点所得四边形为矩形，则四边形ABCD 的对角线 AC、BD 之间的关系为______

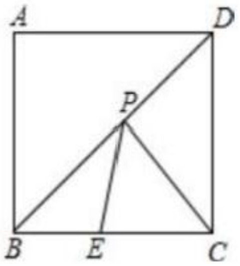
20. (2020-江西南昌·八年级竞赛)如图，P 是正方形ABCD内的一点，且△PAB是等边三角形，则∠PDC的度数为_ _ ·



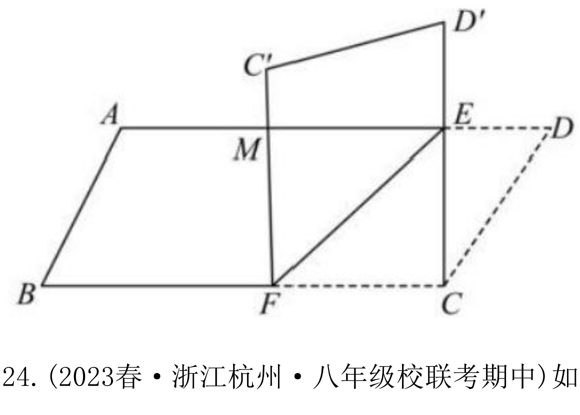
21.(2020-江西南昌·八年级竞赛)如图，四边形ABCD是矩形，点E 在线段CB 的延长线上，连接DE 交AB 于点F,∠AED=2∠CED, 点G 是DF 的中点，若BE=2,DF=8, 则 AB 的长为______ .



22.(2020·江西南昌·八年级竞赛)如图，在正方形ABCD 中，点E 是 BC 上的一定点，且BE=5,EC=7, 点P 是 BD 上的一动点，则 PE+PC 的最小值是______.

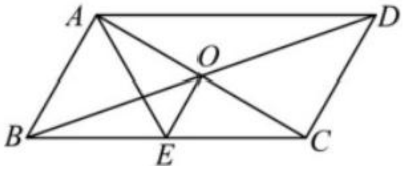


23.(2023春·浙江舟山·八年级校联考期中)如图，有一张平行四边形纸条ABCD,AD=5cm,AB=2cm, ∠A=120°, 点 E,F 分别在边AD,BC 上，DE=1cm. 现将四边形CFED沿EF 折叠，使点C,D 分别落在点C',D 上．当点C' 恰好落在边AD上时，线段CF 的长为___________cm, 在点F 从点B 运动到点C 的过程中，若边 FC' 与边AD交于点 M, 则点M 相应运动的路径长为___________cm.



24.(2023春·浙江杭州·八年级校联考期中)如图，平行四边形ABCD的对角线AC,BD 交于点O,AE 平

分∠BAD, 交 BC 于 点E, 且 ∠ADC=60°. 设 $\frac{AB}{BC}=k(0<k<1)$，连 接OE; 若. $k=\frac{1}{2}$ AC=√3, 则平行四边形ABCD 的面积为______ ; 设 $\frac{S_{四边形OECD}}{S_{\triangle AOD}}=n$，则 n 与 k 满足的关系式为_______



参考答案：

1.A

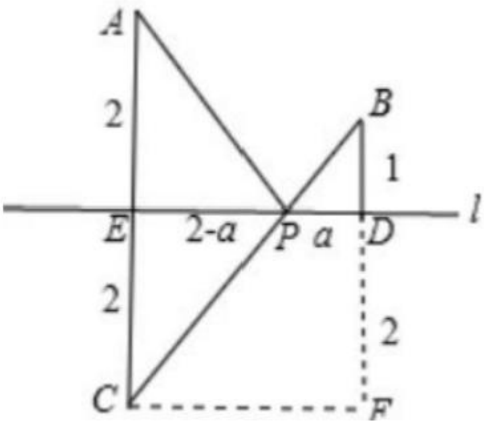
【分析】如图，将 $\sqrt{a^2+1}+\sqrt{b+4}$的最小值转化为求AP+BP 的最小值问题，利用轴对称的性质，进行求解即可.

【详解】解：∵a+b=2,

∴b=2−a，代入 $\sqrt{^2+1}+\sqrt{b^2+4}$,

得：$\sqrt{a^2+1}+\sqrt{(2-a)^2+2}$,

构造如下图形，如图，其中ED=2,AE=2,BD=1,AE⊥l,BD⊥l, 在 ED 上取一点P 使PD=a, 可得 *ED=2-a;*



2

在Rt△AEP 中，根据勾股定理得： $AP=\sqrt{(2-a)^2+2^2}$,

在RtBDP 中，根据勾股定理得： $BP=\sqrt{a^2+1}$,

则 $\sqrt{a^2+1}+\sqrt{(2-a)^2+2^2}=AP+BP$,

∴当AP+BP的值最小时， $\sqrt{a^2+1}+\sqrt{b+4}$ 的值最小，

作点A 关于直线1的对称点C, 连接BC,PC, 则：AP+PB=PC+PB≥BC,

∴当B,P,C 三点共线时， AP+BP 的值最小，即为BC 的长，

延长BD, 过C 作CF 垂直于BC 的延长线，垂足为F, 则，四边形CFDE 为矩形，

∴*DF=CE=2,ED=CF=2,*

∴*BF=BD+DF=3,*

在Rt△CFB中，由勾股定理，得：$BC=\sqrt{CF^2+BF^2}=\sqrt{13}$;

∴$\sqrt{a^2+1}+\sqrt{b^2+4}$的最小值为 $\sqrt{13}$.

故选 A.

【点睛】本题考查轴对称的性质，勾股定理，矩形的判定和性质. 解题的关键，是将代数问题转化为几何模型，利用轴对称的性质，解决线段和最小问题.

2.A

【分析】由菱形对角线和边长组成一个直角三角形，由勾股定理可得菱形的边长，再利用面积相等建立等式，即可求解高DH 的长 .

【详解】解：∵在菱形ABCD中 ：AC⊥BD, $OA=\frac{1}{2}AC=4cm$ $OB=\frac{1}{2}BD=3cm$

∴$\angle AOB=90°$,

在Rt△AOB中 ，OA=4cm,OB=3cm,

∴$AB=\sqrt{3^2+4^2}=5(cm)$,

菱形的面积 $S=\frac{1}{2}AC\bullet BD=AB\bullet DH$,

即 $\frac{1}{2}\times8\times6=5\times DH$,

解得 DH=4.8cm, 故 A 正确.

故选： A.

【点睛】此题考查了菱形的性质和菱形的面积，熟练掌握“菱形的对角线互相垂直平分，菱形的面积等于对角线乘积的一半”是解题的关键.

3.C

【分析】根据平行四边形的5种判定方法，能推出四边形ABCD 是平行四边形的有(1)(2),(1)(3),(1)(5),(1)(6),(2)(4),(2)(5),(2)(6),(3)(4),(5)(6);

【详解】能推出四边形 ABCD 是平行四边形的有：

(1)(2),两组对边分别平行的四边形是平行四边形；

(1)(3),(2)(4),一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；

(3)(4),两组对边分别相等的四边形是平行四边形；

(5)(6),两组对角分别相等的四边形是平行四边形；

(1)(5),(1)(6),(2)(5),(2)(6),这几组都是一组对边平行， 一组对角相等，由这个条件可以推导出另一组对边平行(或另一组对角相等),根据两组对边分别平行的四边形(或两组对角分别相等的四边形)是平行四边形可得到平行四边形；

综上，共有9组，

故选 C.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定，解答此类题的关键是要突破思维定势的障碍，运用发散思维，多方思考，探究问题在不同条件下的不同结论，挖掘它的内在联系，向“纵、横、深、广”拓展，从而寻找出添加的条件和所得的结论. 在四边形中如果有：①四边形的两组对边分别平行；②一组对边平行且相等；③两组对边分别相等；④对角线互相平分；⑤两组对角分别相等. 则四边形是平行四边形.

4.A

【分析】作梯形的两条高线，根据勾股定理求出高的长度，由梯形面积公式求解.

【详解】如图，过A 、D 作 $AE\perp BC$,$DF\perp BC$,垂足为E 、F.

∴$AD=EF=1$,$AE=DF$,

设$BE=x$， 则 $CF=4-1-x=3-x$,

在Rt△ABE中，由勾股定理得， $AE^2=AB^2-BE^2$,

∴$AE^2=3^2-x^2$,

在Rt△DFC中，由勾股定理得， $DF^2=DC^2-CF^2$,

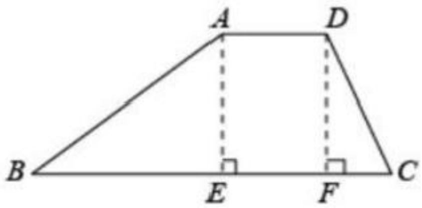
∴$DF^2=2^2-(3-x)^2$,

∴$3^2-x^2=22-(3-x)^2$,

解得， $x=\frac{7}{3}$,

∴$AE=\sqrt{3^2-\left(\frac{7}{3}\right)^2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$

$S_{梯形ABCD}=\frac{AD+BC}{2}?AE\quad\frac{1+4}{2}?\frac{4\sqrt{2}}{3}\quad\frac{10}{3}\sqrt{2}$



故选： A.

【点睛】本题考查梯形面积公式，涉及高线的求法，用勾股定理求高是解答此题的关键.

5.D

【分析】矩形ABCD中，$A(1,0)$,$C(7,b)$ 则$B(7,0)$,$D(1,b)$ 得$OB=7$, 由。POB是等腰三角形，分$PB=OB$、$PO=OB$、$PO=PB$ 讨论，找到临界值，再分析。POB 是等边三角形的情况，即可求解.

【详解】解：矩形ABCD中，$A(1,0),C(7,b)$,

则$B(7,0),D(1,b)$,

∴$OB=7$,

∵APOB 是等腰三角形，

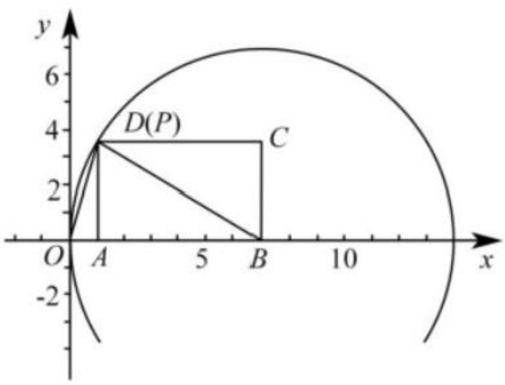
如图：当PB=OB, 且P、D 重合时，

在Rt PAB中 ，$PA=b,AB=6,PB=OB=7$,

∵$PA^2+AB^2=PB^2$

∴$b^2+6^2=7^2$,

解得：$b=\sqrt{13}$ 或$b=-\sqrt{13}$ (不合题意，舍去)；



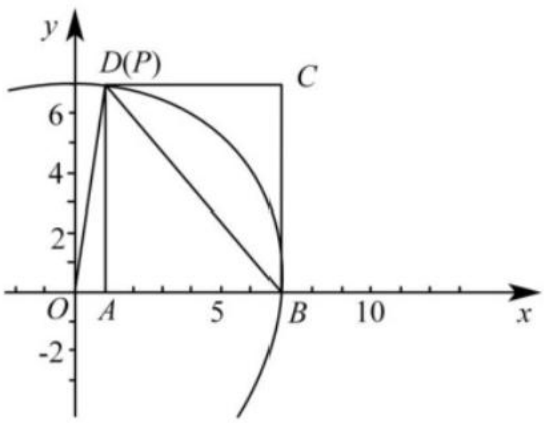
如图：当PO=OB, 且 P、D 重合时，

在Rt△POA 中 ，$PA=b,OA=1,PO=OB=7$,

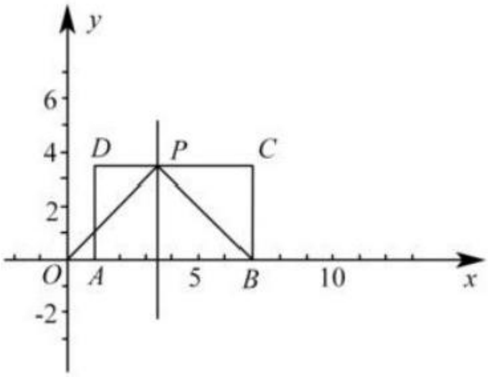
$PA^2+OA^2=PO^2$

∴$b^2+1^2=7^2$

解得：$b=4\sqrt{3}$ 或$b=-4\sqrt{3}$ (不合题意，舍去)；



如图：当PO=PB,P 在 OB 的垂直平分线上，与CD 恒有一个交点，



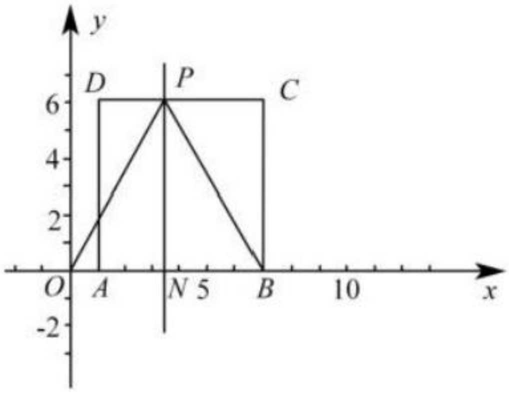
如图：当。POB 为等边三角形时，即PO=OB= PB=7,

过P 作 PN⊥x 轴于N,

根据等边三角形三线合一易得：

$ON=\frac{1}{2}OB=\frac{7}{2}$,

$\therefore b=PN=\sqrt{OP^2-ON^2}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$;



综上所述：√G≤b≤45,1 且 $b\neq\frac{7}{2}\sqrt{3}$

故选： D.

【点睛】本题考查了矩形的性质，等腰三角形的性质，坐标与图形，等边三角形的性质以及勾股定理解直角三角形；解题的关键是结合题意分类讨论并排除等边三角形的情况.

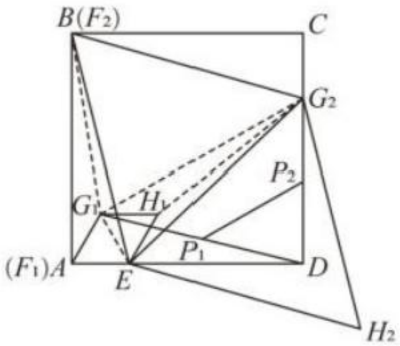
6.A

【分析】当F 与A 重合时为F, 当F 与D 重合时为F2, 当点F 从 A 运动到D 时 ，P 的运动轨迹为线段PP,

连接G,D,GG_2,G_1E,H_1G_2, 可证 $GEF_2\cong H_1EG_2$, 从而可证。$FGF_2\cong GH_1G_2$, 由 P、P_2 分别是BG,、

BG_2的中点，即可求解.

【详解】



解：如图，当F 与A 重合时为F， 当 F 与B 重合时为F_2,

当点F 从A 运动到B时 ，P 的运动轨迹为线段RR,

连接G_1B,GG_2,GE,H_1G_2,

∵四边形$EFG;H_1$ 和四边形$EF_2G_2H_2$ 是菱形，

$\angle EFG_1=\angle EF_2G_2=60°$,

∴EFG, 。EGH_1, 。EF_2G_2 均是等边三角形，

∴$G_1F=G_1H_1=G;E=EH_1,EF=EG$,

$\angle FGE=\angle G_1H_1E=\angle G;EH_1=60°$,

∴$\angle G_1EF_2+\angle F_2EH_1=\angle F_2EH_1+\angle H_1EG_2$,

∴$\angle G;EF_2=\angle H_1EG_2$,

在 $G;EF_2$和 H_1EG_2中

$$\begin{cases} G_1E=EH_1 \\ \angle G_1EF_2=\angle H_1EG_2 \\ EF_2=EG_2 \end{cases},$$

∴$GEF_2 \cong H,EG_2$(SAS),

∴$G_1F_2=H_1G_2,\angle EGF_2=\angle EH_1G_2$,

∵$\angle FG_1F_2=360°-\angle FG;E-\angle EG;F_2$

$=360°-60°-\angle EG;F_2$

$=300°-\angle EG,F_2$

同理可证：$\angle GH_1G_2=300°-\angle EH_1G_2$,

$\therefore \angle FG_1F_2=\angle G_1H_1G_2$,

在 FGF_2 和 $G_1H_1G_2$ 中

$$\begin{cases} G_1F_2=H_1G_2 \\ \angle F_1G_1F_2=\angle G_1H_1G_2 \\ G_1F_1=G_1H_1 \end{cases},$$

$AFGF\cong GH_1G(SAS)$,

$\therefore G_1G_2=FF$,

$\therefore GG_2=AB=1$,

$\because P$、R_2 分别是BG_1、DG_2 的中点，

$\therefore P_1P_2=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}$.

故选： A.

【点睛】本题考查了旋转的性质，等边三角形的判定及性质，菱形的性质，三角形全等的判定及性质，三角形中位线定理，掌握相关的判定方法及性质，根据题意找出动点的运动轨迹是解题的关键.

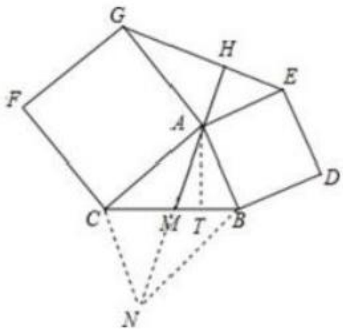
7. (1)详见解析； (2)详见解析； (3)详见解析

【分析】 (1) 延长AM 到点N, 使 MN=MA, 连接 BN, 先证得△MBN≌△MCA, 得到∠BNM=∠CAM, NB=AC, 从而得到BN//AC, NB=AG, 进一步得到∠NBA=∠GAE, 根据 SAS 证得△NBA≌△GAE, 即可证得结论；

(2)由△NBA≌△GAE 得∠BAN=∠AEG, 进一步求得∠HAE+∠AEH=90°, 即可证得∠AHE=90°, 得到 $AH\perp EG$;

(3)连接 CE、BG, 易证△ACE≌△ABG, 得 出CE⊥BG, 根据勾股定理得到 $EG^2+BC^2=CG^2+BE^2$, 从而得到 $2(AB^2+AC^2)$

【详解】 (1)证明：延长AM 到点N, 使 MN=MA, 连 接BN,



∵AM 是△ABC 中 BC 边上的中线，

∴*CM=BM,*

在△MBN 和△MCA 中

$$\begin{cases} AM = MN \\ \angle AMC = \angle NMB \\ CM = BM \end{cases}$$

∴*△MBN≌△MCA(SAS),*

∴*∠BNM=∠CAM,NB=AC,*

∴*BN//AC,NB=AG,*

∴*∠NBA+∠BAC=180°,*

∵∠GAE+∠BAC=360°-90°-90°=180°,

∴*∠NBA=∠GAE,*

在△NBA 和△GAE 中

$$\begin{cases} NB = AG \\ \angle NBA = \angle GAE \\ BA = EA \end{cases}$$

∴*△NBA≌△GAE(SAS),*

∴*AN=EG,*

∴$AM = \frac{1}{2}EG$；

（2）证 明： 由（1）△NBA≌△GAE 得∠BAN=∠AEG,

∵*∠HAE+∠BAN=180°-90°=90°,*

∴*∠HAE+∠AEH=90°,*

∴*∠AHE=90°,*

即 AH⊥EG;

（3）证明：连接 CE、BG,

∵四边形 ACFG 和四边形 ABDE 是正方形，

∴AC=AG,AB=AE,∠CAG=∠BAE=90°,

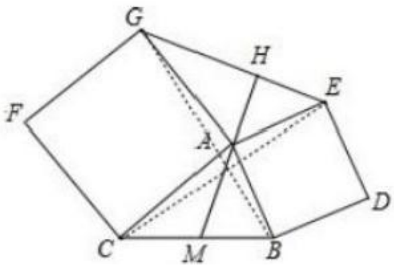
∴∠BAG=∠CAE,

∴△ACE≌△ABG

∴CE⊥BG,

∴$EG^2+BC^2=CG^2+BE^2$,

∴$EG^2+BC^2=2(AB^2+AC^2)$.



【点睛】本题是四边形的综合题，考查了正方形的性质，三角形全等的判定和性质，平行线的判定和性质，勾股定理的应用等，作出辅助线构建全等三角形是解题的关键.

8．$S_{四边形AGCH}=\frac{130}{3}$

【分析】由折叠的性质可知AP=AB=5, BG=PG, ∠B=∠APG=90°, CQ=CD=5,　　由勾股定理可得AC=13, 然后可得CP=8, 设 CG=x, 则 BG=PG=12-x, 进而根据勾股定理建立方程求解x, 最后问题可求解.

【详解】解：∵四边形ABCD 是矩形， AB=5, BC=12,

∴AB=CD=5,?B　　90?,

∴$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=13$,

由折叠的性质可知AP=AB=5,BG=PG,∠B=∠APG=90°,CQ=CD=5,

∴CP=8,∠CPG=90°,

设 CG=x, 则 BG=PG=12-x,

∴由勾股定理可得：$(12-x)^2+8^2=x^2$,

解得：$x=\frac{26}{3}$,

∴$S_{四边形AGCH}=CG\cdot AB=\frac{130}{3}$.

【点睛】本题主要考查折叠的性质、矩形的性质及勾股定理，熟练掌握折叠的性质、矩形的性质及勾股定理是解题的关键.

9.(1)证明见解析；

(2)t=10;

③当$t=\frac{15}{2}$或12时，△DEF 为直角三角形，理由见解析.

【分析】(1)由题意得∠BCA=30°,CD=4tcm,AE=2tcm, 再由含30°角的直角三角形的性质得 $DF=\frac{1}{2}DC=2t$cm 即可得到AE=DF;

（2）由AE=AD, 得四边形AEFD 为菱形，得2t=60-4r, 进而求得t 的值；

(3)分∠EDF=90°、∠DEF=90° 两种情况，根据直角三角形的性质列出算式，计算即可.

【详解】 (1)证明：由题意可知CD=4/cm,AE=2tcm,

∵∠B=90°,∠A=60°,

∴∠C=30°,

∴$DF=\frac{1}{2}DC=2t$ cm.

∵*AE=2t cm,DF=2tcm,*

∴*AE=DF.*

(2)解：∵AB⊥BC,DF⊥BC,

·*AE |DF*

∵*AE=DF,AE DF,*

∴四边形 AEFD 为平行四边形，

∴要使平行四边形AEFD 为菱形，则需AE=AD,

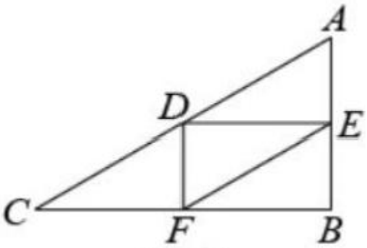
即 2t=60-4t,

解得 t=10,

∴当t=10 时，四边形 AEFD 为菱形，

故答案为：10.

(3)当∠EDF=90°时，如图①,



图①

∵$DF\perp BC, AB\perp BC$,

∴AE $|DF$,

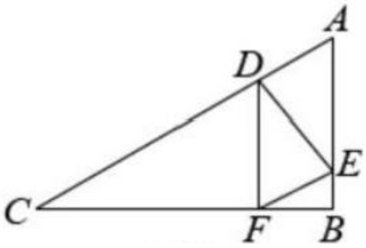
∴四边形 DFBE为矩形.

∴$\angle AED=90^{o}=\angle DEB, \angle ADE=30°$,

∴AD=2AE, 即60-4f=2r×2,

解得， $t=\frac{15}{2}$，

当∠DEF=90° 时，如图②,



图②

∵AD EF,

∴$DE\perp AC$,

∴$\angle AED=30°$.

∴AE=2AD, 即 2t=2×(60-4t),

解 得，t=12,

综上所述，当 $t=\frac{15}{2}$或12时，△DEF 为直角三角形.

【点睛】本题考查了直角三角形的判定、平行四边形的判定与性质、菱形的判定、含30° 角的直角三角形的性质等知识，熟练掌握直角三角形的判定和平行四边形的判定与性质是解题的关键.

10． (1)证明见解析；(2)3

【分析】 (1)由折叠的性质可得BE= B'E,BC=B'C, ∠BCE=∠B’CE, 然后根据等角对等边证出BC =BE=B'C=B'E, 从而证出四边形 BCB'E 是菱形，然后根据正方形的判定即可证出结论；

(2)利用勾股定理求出AC, 然后根据折叠的性质可得B'C=BC=6,BE=B' E, 然后利用勾股定理即可求出结论.

【详解】证明： (1)∵△ BCE 沿 CE 折叠，

∴BE=B'E,BC=B'C,∠BCE=∠B'CE,

∵四边形 ABCD 是矩形，

∴∠DCB=90º=∠B.

∴∠BCE=45° 且∠B=90°.

∴∠BEC=∠BCE=45°.

∴BC=BE.

∵BE=B'E,BC=B'C,

∴BC=BE=B'C=BE.

∴四边形 BCB'E 是菱形.

又∵∠B=90°,

∴四边形 BCB'E 是正方形.

(2) ∵AB=8,BC=6,

∴根据勾股定理得： AC=10.

∵△BCE 沿 CE 折叠，

∴B'C=BC=6,BE=B'E,

∴AB'=4,AE=AB-BE=8-B'E,

在RtaAB'E 中 ，$AE^2=B'A^2+B'E^2$,

∴$(8-B'E)^2=16+B'E^2$,

解得： B'E=3,

∴BE=B'E=3.

【点睛】此题考查的是矩形与折叠问题，掌握矩形的性质、折叠的性质、正方形的判定和勾股定理是解决此题的关键.

11.(1)见解析；(2)当BC=AF 时，四边形ABFC 是矩形，理由见解析

【分析】(1)根据平行四边形的性质得到两角一边对应相等，利用AAS 判定△ABE≌△FCE, 从而得到AB=CF;

(2)由已知可得四边形ABFC 是平行四边形， BC=AF, 根据对角线相等的平行四边形是矩形，可得到四边形ABFC 是矩形.

【详解】 (1)证明：∵四边形ABCD 是平行四边形，

$\therefore AB//CD, AB=CD,$

$\therefore \angle BAE=\angle CFE, \quad \angle ABE=\angle FCE,$

∵E 为BC的中点，

$\therefore BE=EC,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FCE,$

$\therefore AB=CF;$

(2)解：当BC=AF时，四边形ABFC 是矩形，理由如下：

$\because AB//CF, AB=CF,$

∴四边形ABFC是平行四边形，

$\because BC=AF,$

∴四边形 ABFC是矩形.

12.(1)GH=GI　且GH⊥GI

(2)GH=GI　且GH⊥GI,　理由见详解

8Ds-s,G　　②$\frac{25}{8}$

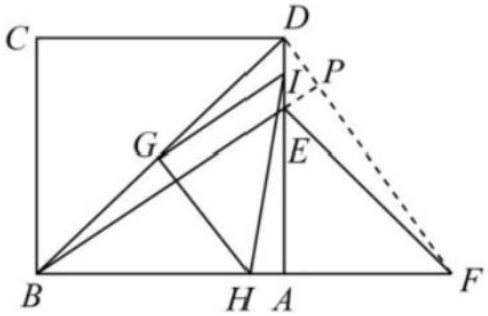
【分析】 (1)连接DF,　延长BE 交DF　于P,　可证 BAE≌、DAF,　结合三角形中位线即可求解；

(2)连接DF 交BE 于Q,AD　与BE 交于M,　可证 BAE≌△DAF,结合三角形中位线即可求解;

(3)①过F 作 FO⊥BA,　交 BA的延长线于O,　过 E 作EN⊥AD,　可证。FAO≌。 EAN,即可求解；②可求 $S=\frac{1}{8}BE^2$　由$S_1+S_2=S$　边形FED-SEA-SABD　即可求解.

【详解】 (1)解：　GH=GI　且GH⊥GI,

如图，连接DF,　延长 BE交DF 于P,



∵四边形ABCD是正方形，

$\therefore AB=AD, \angle BAC=90°,$

$\therefore \angle BAE=\angle DAF,$