



沪科版数学九年级下册

全册教案设计



行者无疆

24.1 旋转

第1课时 旋转的概念和性质

学习目标

1. 了解图形旋转的有关概念并理解它的基本性质(重点);
2. 了解旋转对称图形的有关概念及特点(难点).

教学过程

一、情境导入

飞行中的飞机的螺旋桨、高速运转中的电风扇等均属于旋转现象. 你还能举出类似现象吗?



二、合作探究

探究点一: 旋转的概念和性质

【类型一】 旋转的概念

例1 下列事件中, 属于旋转运动的是()

- A. 小明向北走了4米
- B. 小朋友们在荡秋千时做的运动
- C. 电梯从1楼上升到12楼
- D. 一物体从高空坠下

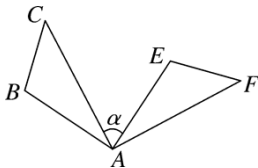
解析: A. 是平移运动; B. 是旋转运动; C. 是平移运动; D. 是平移运动. 故选 B.

方法总结: 本题考查了旋转的概念, 图形的旋转即是图形上的每一点在平面上绕某个固定点旋转固定角度的位置移动. 其中对应点到旋转中心的距离相等, 旋转前后图形的大小和形状没有改变.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第1题

【类型二】 旋转的性质

例2 如图, $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 80° 得到 $\triangle AEF$, 若 $\angle B = 100^\circ$, $\angle F = 50^\circ$, 则 $\angle \alpha$ 的度数是()



- A. 40°
- B. 50°
- C. 60°
- D. 70°

解析: $\because \triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 80° 得到 $\triangle AEF$, $\therefore \triangle ABC \cong \triangle AEF$, $\angle C = \angle F =$

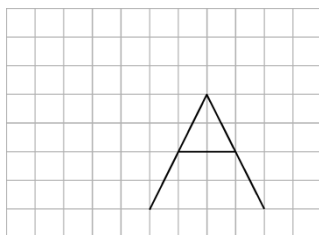
50° ， $\angle BAE=80^\circ$ 。又 $\because \angle B=100^\circ$ ， $\therefore \angle BAC=30^\circ$ ， $\therefore \angle \alpha = \angle BAE - \angle BAC = 50^\circ$ 。故选 B。

方法总结:旋转变换前后,对应线段、对应角分别相等,图形的大小、形状都不改变. 要注意旋转的三要素:①定点——旋转中心;②旋转方向;③旋转角度.

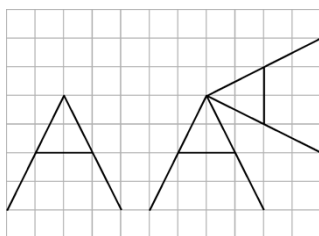
变式训练:见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第 4 题

【类型三】 与旋转有关的作图

例 3 在图中,将大写字母 A 绕它上侧的顶点按逆时针方向旋转 90° ,作出旋转后的图案,同时作出字母 A 向左平移 5 个单位的图案.



解:



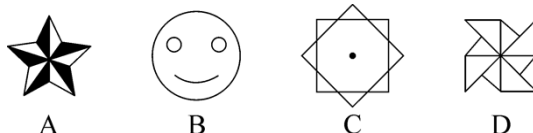
方法总结:此题主要考查了旋转变换以及平移变换,得出对应点的位置是解题关键.

变式训练:见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第 7 题

探究点二:旋转对称图形

【类型一】 认识旋转对称图形

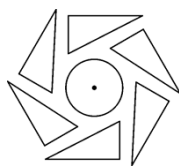
例 4 下图中不是旋转对称图形的是()



解析: A. $360^\circ \div 5 = 72^\circ$, 图形旋转 72° 的整数倍即可与原图形重合,是旋转对称图形,故本选项错误; B. 不是旋转对称图形,故本选项正确; C. $360^\circ \div 8 = 45^\circ$, 图形旋转 45° 的整数倍即可与原图形重合,是旋转对称图形,故本选项错误; D. $360^\circ \div 4 = 90^\circ$, 图形旋转 90° 的整数倍即可与原图形重合,是旋转对称图形,故本选项错误. 故选 B.

方法总结:本题考查了旋转对称图形的概念及性质,把一个旋转对称图形绕着一个定点旋转一个角度后与初始图形重合,可据此判定一个图形是否为旋转对称图形.

【类型二】 旋转对称图形的特点



例 5 如图是一个旋转对称图形,要使它旋转后与自身重合,至少应将它绕中心按逆时针方向旋转的度数为()

A. 30° B. 60° C. 120° D. 180°

解析: 图形可看作是正六边形被平分成六部分,故每部分被分成的角是 60° ,故旋转 60° 的整数倍就可以与自身重合. 故选 B.

方法总结: 解题关键在于对旋转对称图形的旋转角的概念的理解,通过计算旋转角可得出答案.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第 6 题

三、板书设计

1. 旋转的概念

(1) 旋转中心; (2) 旋转角; (3) 对应点.

2. 旋转的性质

在一个图形和它经过旋转所得到的图形中, 对应点到旋转中心的距离相等; 两组对应点分别与旋转中心的连线所成的角相等, 都等于旋转角; 旋转中心是唯一不动的点.

3. 旋转对称图形

教学反思

本课时所学习的内容概念性较强,在教学时可借助多媒体软件, 形象生动的展示旋转的性质, 使学生能够深刻理解,为接下来的学习打下基础. 在教学设计中, 应突出学生在课堂学习中的主体地位, 强调学生自主探索和合作交流, 增强动手能力, 培养探究精神.

24.1 旋转

第2课时 中心对称和中心对称图形

学习目标

1. 理解中心对称和中心对称图形的定义, 掌握中心对称图形的性质(重点);
2. 能够依据中心对称图形的定义判断某图形是否为中心对称图形(难点).

教学过程

一、情境导入

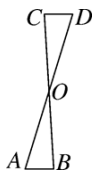


剪纸, 又叫刻纸, 是中国汉族最古老的民间艺术之一, 它的历史可追溯到公元6世纪. 如图剪纸中两个金鱼之间有什么关系呢?

二、合作探究

探究点一: 中心对称的性质

例1 如图, 已知 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DOC$ 成中心对称, $\triangle AOB$ 的面积是12, $AB=3$, 则 $\triangle DOC$ 中 CD 边上的高是()



- A. 3
- B. 6
- C. 8
- D. 12

解析: 设 AB 边上的高为 h , 因为 $\triangle AOB$ 的面积是12, $AB=3$, 所以 $\frac{1}{2} \times 3 \times h = 12$, 所以 $h=8$. 又因为 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DOC$ 成中心对称, $\triangle COD \cong \triangle AOB$, 所以 $\triangle DOC$ 中 CD 边上的高是8. 故选C.

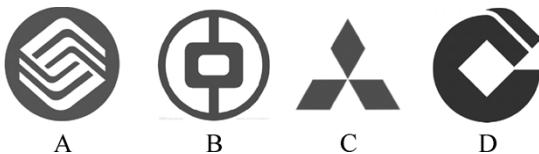
方法总结: 成中心对称的两个图形全等, 全等三角形的对应高相等.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第3题

探究点二: 中心对称图形的性质与识别

【类型一】 中心对称图形的识别

例2 下列标志图中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是()



解析: 根据轴对称和中心对称的概念和性质逐一进行判断, 选项A是中心对称图形, 不是轴对称图形; 选项B既是中心对称图形, 又是轴对称图形; 选项C是轴对称图形,

不是中心对称图形;选项 D 既不是中心对称图形,也不是轴对称图形. 故选 B.

方法总结: 识别中心对称图形的方法是根据概念, 将这个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与自身重合, 那么这个图形就是中心对称图形.

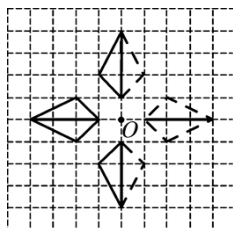
变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第 5 题

【类型二】与中心对称图形有关的作图

例 3 如图, 网格中有一个四边形和两个三角形.

(1) 请你分别画出三个图形关于点 O 的中心对称图形;

(2) 将 (1) 中画出的图形与原图形看成一个整体图形, 请写出这个整体图形对称轴的条数; 这个整体图形至少旋转多少度能与自身重合?



解: (1) 如图所示;

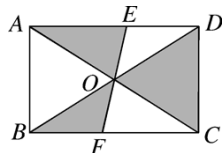
(2) 这个整体图形的对称轴有 4 条; 此图形最少旋转 90° 能与自身重合.

方法总结: 作中心对称图形的一般步骤: (1) 确定具有代表性的点 (如线段的端点); (2) 作出每个代表性点的对称点; (3) 按照原图形的形状顺次连接各个对称点.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第 5 题

【类型三】中心对称图形的性质及应用

例 4 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O , 过点 O 的直线分别交 AD 和 BC 于点 E 、 F , $AB=2$, $BC=3$, 试求图中阴影部分的面积.



解析: 观察图中阴影部分, 可以利用中心对称图形的性质进行转化, 将复杂问题简单化.

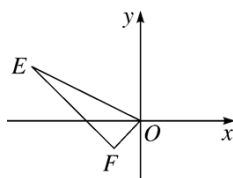
解: 因为矩形 $ABCD$ 是中心对称图形, 所以 $\triangle BOF$ 与 $\triangle DOE$ 关于点 O 成中心对称, 所以图中阴影部分的三个三角形就可以转化到直角 $\triangle ADC$ 中. 又因为 $AB=2$, $BC=3$, 所以 $\text{Rt}\triangle ADC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$, 即图中阴影部分的面积为 3.

方法总结: 利用中心对称的性质将阴影部分转化到一个直角三角形中来解决更简单.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第 4 题

【类型四】平面直角坐标系中的中心对称

例 5 已知: 如图, $E(-4, 2)$, $F(-1, -1)$, 以 O 为中心, 作 $\triangle EFO$ 的中心对称图形, 则点 E 的对应点 E' 的坐标为 _____.



解析: 由中心对称可得到新的点与原来的点关于原点对称. $\because E(-4, 2)$, $\therefore$ 点 E 的对应点 E' 的坐标为 $(4, -2)$, 故答案为 $(4, -2)$.

方法总结：两点关于原点中心对称，横纵坐标均互为相反数.

变式训练：见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第6题

三、板书设计

1. 中心对称的定义与性质

成中心对称的两个图形中，对应点的连线经过对称中心，且被对称中心平分.

2. 中心对称图形

把一个图形绕某一个定点旋转 180° ，如果旋转后的图形能和原来图形重合,那么这个图形叫做中心对称图形，这个定点就是对称中心.

教学反思

在教学过程中，应该鼓励学生进行自主探究，自己动手去探索中心对称和中心对称图形的特点，加深对新知识的认识和理解. 教师在课堂上起辅助作用，引导学生自己解决问题，注重培养学生的独立意识.

24.1 旋转

第3课时 旋转的应用

学习目标

1. 理解并掌握旋转变化的特点,能够解决坐标平面内的旋转变换问题(重点,难点);
2. 能够运用旋转、轴对称或平移进行简单的图案设计(难点).

教学过程

一、情境导入



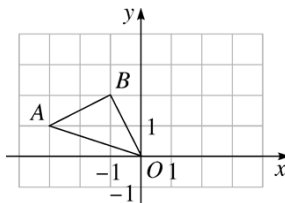
2016年里约热内卢奥运会会徽是由三人牵手相连的标志,以代表巴西的著名景点“面包山”作为图形的基础,融合充满激情的卡里奥克舞,并且呼应了巴西国旗的绿黄蓝三色.标志象征着团结、转变、激情及活力,在和谐动感中共同协力,同时也体现了里约的特色和这座城市多样的文化,展示了热情友好的里约人和这座美丽的上帝之城.

二、合作探究

探究点一:坐标平面内的旋转变换

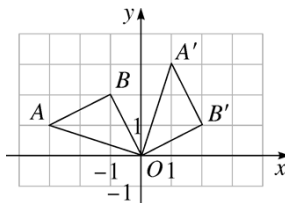
【类型一】 坐标平面内图形的旋转变换

例1 如图,在方格纸上建立的平面直角坐标系中,将 $\triangle ABO$ 绕点 O 按顺时针方向旋转 90° ,得 $\triangle A'B'O$,则点 A' 的坐标为()



- A. (3,1) B. (3, 2)
C. (2,3) D. (1, 3)

解析: 根据网格结构找出点 A 、 B 旋转后的对应点 A' 、 B' 的位置,然后与点 O 顺次连接即可,再根据平面直角坐标系写出点 A' 的坐标.如图,点 A' 的坐标为(1, 3),故选D.



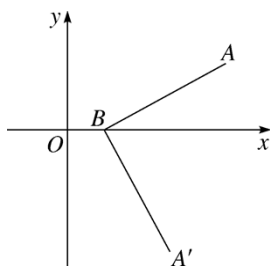
方法总结: 本题考查了坐标与图形旋转,根据网格结构作出旋转后的三角形,利用数形结合的思想求解.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第2题

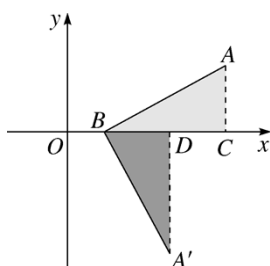
【类型二】 坐标平面内线段的旋转变换

例2 如图,在平面直角坐标系中,点 B 的坐标是(1, 0),若点 A 的坐标为 (a,b) ,将

线段 BA 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到线段 BA' , 则点 A' 的坐标是_____.



解析: 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴, 过点 A' 作 $A'D \perp x$ 轴, 垂足分别为 C 、 D , 显然 $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle BA'D$. $\because$ 点 A 的坐标为 (a, b) , 点 B 的坐标是 $(1, 0)$, $\therefore OD = OB + BD = OB + AC = 1 + b$, $A'D = BC = OC - OB = a - 1$. $\because$ 点 A' 在第四象限, $\therefore$ 点 A' 的坐标是 $(b+1, -a+1)$. 故答案为 $(b+1, -a+1)$.



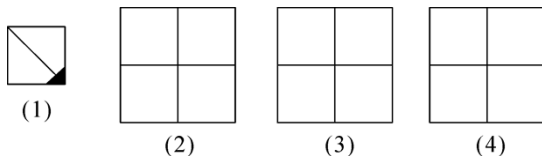
方法总结: 本题考查了坐标与线段的变化, 作出全等三角形, 利用全等三角形对应边相等求出点 A' 到坐标轴的距离是解题的关键, 书写坐标时要注意点所在的象限.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第5题

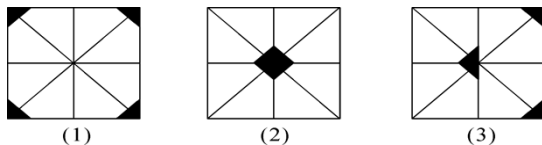
探究点二: 动态图形的操作与图案设计

【类型一】图形的变换

例3 用四块如图(1)所示的正方形卡片拼成一个新的正方形, 使拼成的图案是一个轴对称图形, 请在图(2)、图(3)、图(4)中各画出一一种拼法(要求三种画法各不相同, 且其中至少有一个既是轴对称图形, 又是中心对称图形).



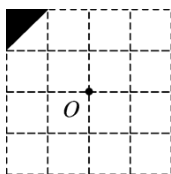
解: 解法不唯一. 例如:



方法总结: 求解时只要符合题意即可, 另外, 在平时的学习生活中一定要留意身边的各种形状图案, 这样才能在具体求解问题时如鱼得水, 一蹴而就.

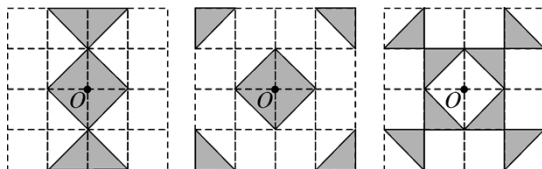
【类型二】图案设计

例4 如图, 是一个 4×4 的正方形网格, 每个小正方形的边长为 1. 请在网格中以左上角的三角形为基本图形, 通过平移、对称或旋转变换, 设计一个精美图案, 使其满足: ①既是轴对称图形, 又是以点 O 为对称中心的中心对称图形; ②所作图案用阴影标识, 且阴影部分面积为 4.



解析：所给左上角的三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$ ，故设计图案总共需要三角形 $4 \div \frac{1}{2} = 8$ (个)，以 O 为对称中心的中心对称图形，同时又是轴对称图形的设计方案有很多。

答案：答案不唯一，以下各图供参考：



方法总结：在读清要求后，进行方案的尝试设计，一般要经历一个不断修改的过程，使问题在修正中得以解决。

变式训练：见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第8题

三、板书设计

1. 坐标平面内的旋转变换
2. 动态图形的操作与图案设计

教学反思

教学过程中，强调学生自主探索和合作交流，鼓励学生自己动手操作，经历运用平移、旋转、轴对称的组合进行简单的图案设计过程，体会图形的欣赏与设计的奇妙。

24.2 圆的基本性质

第 1 课时 与圆有关的概念及点与圆的位置关系

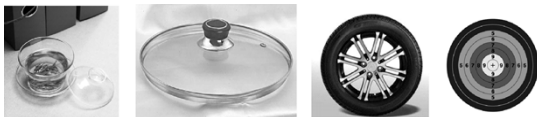
学习目标

1. 认识圆及圆有关的概念,并了解它们之间的区别和联系(重点);
2. 理解并掌握点与圆的位置关系,并能够进行简单的证明和计算(重点、难点).

教学过程

一、情境导入

在我们日常生活中常常可以看到有许多圆形物体,例如茶碗的碗口、锅盖、太阳、车轮、射击用的靶子等都是圆的,怎样画出一个圆呢?木工师傅是用一根黑线来画圆的,给你一根细绳、一个图钉和一支铅笔,你能画出一个圆吗?



二、合作探究

探究点一:与圆相关的概念

【类型一】圆的有关概念的理解

例 1 有下列五个说法:①半径确定了,圆就确定了;②直径是弦;③弦是直径;④半圆是弧,但弧不一定是半圆;⑤任意一条直径都是圆的对称轴.其中错误的说法个数是()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

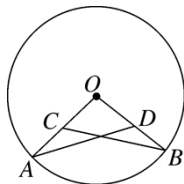
解析: 根据圆、直径、弦、半圆等概念来判断.半径确定了,只能说明圆的大小确定了,但是位置没有确定;直径是弦,但弦不一定是直径;圆的对称轴是一条直线,每一条直径所在的直线是圆的对称轴,所以①③⑤的说法是错误的.故选 C.

方法总结: 对称轴是直线,不能说成每条直径就是圆的对称轴;注意圆的对称轴有无数条.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第 2 题

【类型二】利用圆的相关概念进行线段的证明

例 2 如图所示, OA 、 OB 是 $\odot O$ 的半径,点 C 、 D 分别为 OA 、 OB 的中点,求证: $AD = BC$.



解析: 先挖掘隐含的“同圆的半径相等”“公共角”两个条件,再探求证明 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$ 的第三个条件,从而可证出 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$, 根据全等三角形对应边相等得出结论.

证明: $\because OA$ 、 OB 是 $\odot O$ 的半径, $\therefore OA = OB$. $\because$ 点 C 、 D 分别为 OA 、 OB 的中点, $\therefore OC = OD$. 又 $\because \angle O = \angle O$, $\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOC$ (SAS), $\therefore BC = AD$.

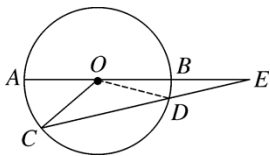
方法总结: “同圆的半径相等” “公共角” “直径是半径的 2 倍”

等都是圆中隐含的条件.在解决问题时,要充分利用图形的直观性挖掘出这些隐含的条件,将复杂问题简单化,使问题迎刃而解.

变式训练:见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第7题

【类型三】 利用圆的相关概念进行角的计算

例3 如图所示, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, AB,CD 的延长线交于点 E .已知 $AB=2DE$, $\angle E=18^\circ$,求 $\angle AOC$ 的度数.



解析: 要求 $\angle AOC$ 的度数,由图可知 $\angle AOC = \angle C + \angle E$,故只需求出 $\angle C$ 的度数,而由 $AB=2DE$ 知 DE 与 $\odot O$ 的半径相等,从而想到连接 OD 构造等腰 $\triangle ODE$ 和等腰 $\triangle OCD$.

解: 连接 OD , $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, OC,OD 是 $\odot O$ 的半径, $AB=2DE, \therefore OD=DE, \therefore \angle DOE = \angle E = 18^\circ, \therefore \angle ODC = \angle DOE + \angle E = 36^\circ. \because OC=OD, \therefore \angle C = \angle ODC = 36^\circ, \angle AOC = \angle C + \angle E = 36^\circ + 18^\circ = 54^\circ$.

方法总结: 本题考查了圆的相关概念与等腰三角形的综合,解题时结合题设条件,运用半径构造出等腰三角形,根据等腰三角形的性质求解.

变式训练:见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第5题

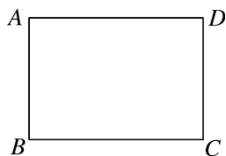
探究点二:点与圆的位置关系

【类型一】 判断点和圆的位置关系

例4 如图,已知矩形 $ABCD$ 的边 $AB=3\text{cm}, AD=4\text{cm}$.

(1)以点 A 为圆心,4cm为半径作 $\odot A$,则点 B, C, D 与 $\odot A$ 的位置关系如何?

(2)若以点 A 为圆心作 $\odot A$,使 B, C, D 三点中至少有一点在圆内且至少有一点在圆外,则 $\odot A$ 的半径 r 的取值范围是什么?



解 (1) $\because AB=3\text{cm} < 4\text{cm}, \therefore$ 点 B 在 $\odot A$ 内. $\because AD=4\text{cm}, \therefore$ 点 D 在 $\odot A$ 上. $\because AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{cm} > 4\text{cm}, \therefore$ 点 C 在 $\odot A$ 外;

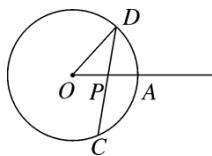
(2)由题意得,点 B 一定在圆内,点 C 一定在圆外, $\therefore 3\text{cm} < r < 5\text{cm}$.

方法总结: 平面上一点 P 与 $\odot O$ (半径为 r)的关系有以下三种情况:(1)点 P 在 $\odot O$ 上, $OP=r$;(2)点 P 在 $\odot O$ 内, $OP < r$;(3)点 P 在 $\odot O$ 外, $OP > r$.

变式训练:见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第8题

【类型二】 点和圆的位置关系的应用

例5 如图,点 O 处有一灯塔,警示 $\odot O$ 内部为危险区,一渔船误入危险区点 P 处,该渔船应该按什么方向航行才能尽快离开危险区?试说明理由.



解: 渔船应沿着灯塔 O 过点 P 的射线 OP 方向航行才能尽快离开危险区.理由如下:设射线 OP 交 $\odot O$ 与点 A ,过点 P 任意作一条弦 CD ,连接 OD ,在 $\triangle ODP$ 中, $OD - OP < PD$,又 $\because OD = OA, \therefore OA - OP < PD, \therefore PA < PD$,即渔船沿射线 OP

方向航行才能尽快离开危险区.

方法总结: 解决实际问题时, 应选取合适的数学模型, 结合所学知识求解. 本题应用到的是点和圆及三角形三边关系的相关知识.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第2题

三、板书设计

1. 与圆有关的概念

圆心、半径、弦、直径、圆弧、半圆、优弧、劣弧、等圆、等弧.

2. 点和圆的位置

(1) 点 P 在 $\odot O$ 上, $OP=r$;

(2) 点 P 在 $\odot O$ 内, $OP < r$;

(3) 点 P 在 $\odot O$ 外, $OP > r$.

教学反思

教学过程中, 应鼓励学生自己动手画圆, 探究圆形成的过程, 同时小组讨论、交流各自发现的圆的有关性质, 使学生成为课堂的主人, 进一步提升学生独立思考问题的能力及探究能力.

24.2 圆的基本性质

第2课时 垂径分弦

学习目标

1. 理解并掌握垂径定理及其推论,并能应用其解决一些简单的计算和证明问题(重点,难点);
2. 认识垂径定理及其推论在实际问题中的应用,会用添加辅助线的方法解决实际问题(难点).

教学过程

一、情境导入



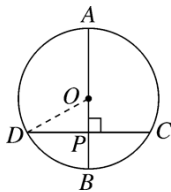
你知道赵州桥吗?它又名“安济桥”,位于河北省赵县,是我国现存的著名的古代石拱桥,距今已有 1400 多年了,是隋代大业年间(公元 605~618 年)由著名匠师李春建造的,是我国古代人民勤劳和智慧的结晶.

它的主桥拱是圆弧形,全长 50.82 米,桥宽约 10 米,跨度 37.4 米,拱高 7.2 米,是当今世界上跨径最大、建造最早的单孔敞肩石拱桥.你知道主桥拱的圆弧所在圆的半径是多少吗?

二、合作探究

探究点一:垂径定理及应用

【类型一】 利用垂径定理求线段长



例1 如图所示, $\odot O$ 的直径 AB 垂直弦 CD 于点 P , 且 P 是半径 OB 的中点, $CD=6\text{cm}$, 则直径 AB 的长是()

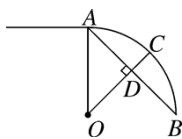
- A. $2\sqrt{3}\text{cm}$ B. 3 cm
- C. 4 cm D. $4\sqrt{3}\text{cm}$

解析: $\because$ 直径 $AB \perp DC$, $CD=6\text{cm}$, $\therefore DP=3\text{cm}$. 连接 OD , $\because P$ 是 OB 的中点, 设 OP 为 x , 则 OD 为 $2x$, 在 $\text{Rt}\triangle DOP$ 中, 根据勾股定理列方程 $3^2+x^2=(2x)^2$, 解得 $x=2$. $\therefore OD=2\text{ cm}$, $\therefore AB=4\text{cm}$. 故选 D.

方法总结: 我们常常连接半径, 利用半径、弦、垂直于弦的直径构造出直角三角形, 然后应用勾股定理解决问题.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第2题

【类型二】 垂径定理的实际应用



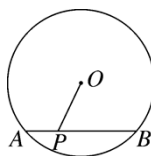
例2 如图, 一条公路的转弯处是一段圆弧(图中的 $\widehat{AB}$), 点 O 是这段弧的圆心, C 是 $\widehat{AB}$ 上一点, $OC \perp AB$, 垂足为 D , $AB = 300\text{m}$, $CD = 50\text{m}$, 则这段弯路的半径是 m。

解析: 本题考查垂径定理的应用, $\because OC \perp AB$, $AB = 300\text{m}$, $\therefore AD = 150\text{m}$. 设半径为 R , 在 $\text{Rt}\triangle ADO$ 中, 根据勾股定理可列方程 $R^2 = (R - 50)^2 + 150^2$, 解得 $R = 250$. 故答案为250.

方法总结: 将实际问题转化为数学问题, 再利用我们学过的垂径定理、勾股定理等知识进行解答.

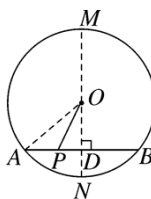
变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第7题

【类型三】 动点问题



例3 如图, $\odot O$ 的直径为 10cm , 弦 $AB = 8\text{cm}$, P 是弦 AB 上的一个动点, 求 OP 的长度范围.

解析: 当点 P 处于弦 AB 的端点时, OP 最长, 此时 OP 为半径的长;当 $OP \perp AB$ 时, OP 最短, 利用垂径定理及勾股定理可求得此时 OP 的长.



解 作直径 $MN \perp$ 弦 AB , 交 AB 于点 D , 由垂径定理, 得 $AD = DB = \frac{1}{2}AB = 4\text{cm}$. 又 $\because \odot O$ 的直径为 10cm , 连接 OA , $\therefore OA = 5\text{cm}$. 在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中, 由勾股定理, 得 $OD = \sqrt{OA^2 - AD^2} = 3\text{cm}$. $\therefore$ 垂线段最短, 半径最长, $\therefore OP$ 的长度范围是 $3\text{cm} \leq OP \leq 5\text{cm}$.

方法总结: 解题的关键是明确 OP 最长、最短时的情况, 灵活利用垂径定理求解. 容易出错的地方是不能确定最值时的情况.

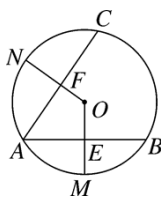
变式训练: 见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第5题

探究点二: 垂径定理的推论的应用

【类型一】 利用垂径定理的推论求角

例4 如图所示, $\odot O$ 的弦 AB 、 AC 的夹角为 50° , M 、 N 分别是 $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{AC}$ 的中点, 则 $\angle MON$

的度数是()



- A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°

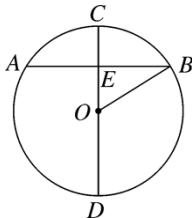
解析: 已知 M 、 N 分别是 AB 、 AC 的中点, 由“平分弧的直径垂直平分弧所对的弦”

得 $OM \perp AB$ 、 $ON \perp AC$, 所以 $\angle AEO = \angle AFO = 90^\circ$, 而 $\angle BAC = 50^\circ$, 由四边形内角和定理得 $\angle MON = 360^\circ - \angle AEO - \angle AFO - \angle BAC = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 130^\circ$. 故选 D.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第 4 题

【类型二】 利用垂径定理的推论求边

例 5 如图, $\odot O$ 的直径 CD 过弦 AB 的中点 E , 且 $CE=2, DE=8$, 则 AB 的长为 ()



- A. 9 B. 8 C. 6 D. 4

解析: $\because CE=2, DE=8, \therefore CD=10, \therefore OB=OC=5, OE=5-2=3$. $\because$ 直径 CD 过弦 AB 的中点 $E, \therefore CD \perp AB, \therefore AE=BE$. 在 $Rt\triangle OBE$ 中, $\because OE=3, OB=5, \therefore BE=4, \therefore AB=2BE=8$. 故选 B.

方法总结: 垂径定理的推论虽是圆的知识, 但也不是孤立的, 它常和三角形等知识综合来解决问题, 我们一定要把知识融会贯通, 在解决问题时才能得心应手.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第 7 题

三、板书设计

1. 垂径定理

垂直于弦的直径平分这条弦, 并且平分这条弦所对的两条弧.

2. 垂径定理的推论

平分弦(不是直径)的直径垂直于弦, 并且平分弦所对的两条弧.

教学反思

教学过程中, 引导学生探究垂径定理及其推论时, 强调垂径定理的得出跟圆的轴对称密切相关. 在练习过程中, 引导学生结合实际运用垂径定理, 使学生养成良好的思维习惯.

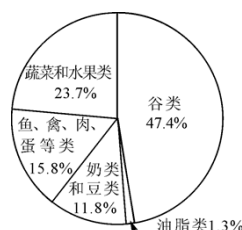
24.2 圆的基本性质

第3课时 圆心角、弧、弦、弦心距间关系

学习目标

1. 结合图形了解圆心角的概念,掌握圆心角的相关性质;
2. 能够发现圆心角、弧、弦、弦心距间关系,并会初步运用这些关系解决有关问题(重点,难点).

教学过程



一、情境导入

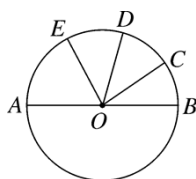
人类为了获得健康和长寿,经过不断的实践探索,到十九世纪末才提出“生命在于运动”的口号.要健康长寿,更重要的是每天要摄取均衡的营养包括蛋白质、糖类、脂肪、维生素、矿物质、纤维和水.根据中国营养学会公布的“中国居民平衡膳食指南”,每人每日摄取量如图.你能求出各扇形的圆心角吗?

二、合作探究

探究点:圆心角定理及其推论

【类型一】 圆心角与弧的关系

例1 如图,已知: AB 是 $\odot O$ 的直径, C 、 D 是 $\widehat{AB}$ 的三等分点, $\angle AOE = 60^\circ$, 则 $\angle COE$ 的大小是()



- A. 40°
B. 60°
C. 80°
D. 120°

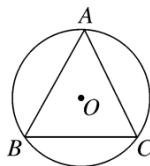
解析: $\because C$ 、 D 是 $\widehat{AB}$ 的三等分点, $\therefore \widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$, $\therefore \angle BOC = \angle COD = \angle DOE$. $\because \angle AOE = 60^\circ$, $\therefore \angle BOC = \angle COD = \angle DOE = \frac{1}{3} \times (180^\circ - 60^\circ) = 40^\circ$, $\therefore \angle COE = 80^\circ$. 故选 C.

方法总结: 在同圆或等圆中,如果两个圆心角,两条弧,两条弦中有一组量相等,那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

变式训练：见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第6题

【类型二】 圆心角与弦、弦心距间的关系

例2 如图所示，在 $\odot O$ 中， $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC}$ ， $\angle B = 70^\circ$ ，则 $\angle A =$ _____.

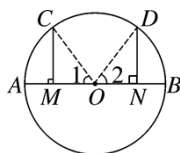


解析：由 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC}$ ，得这两条弧所对的弦 $AB = AC$ ，所以 $\angle B = \angle C$ 。因为 $\angle B = 70^\circ$ ，所以 $\angle C = 70^\circ$ 。由三角形的内角和定理可得 $\angle A$ 的度数为 40° 。故答案为 40° 。

方法总结：在应用弧、弦、圆心角之间的关系定理时，注意根据具体的需要选择有关部分，本题只需由两弧相等，得到两弦相等就可以了。

变式训练：见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第1题

【类型三】 圆心角定理及其推论的应用

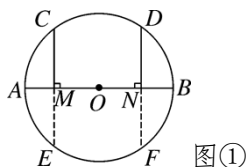


例3 如图所示，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径， M, N 分别是 OA, OB 的中点， $CM \perp AB$ ， $DN \perp AB$ ，垂足分别为 M, N 。求证： $\angle 1 = \angle 2$ 。

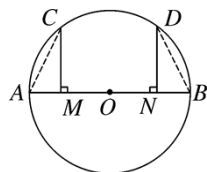
解析：根据圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系，可先证明它们所对的圆心角相等或它们所对的弦相等。

证法1：如图所示，连接 OC, OD ，则 $OC = OD$ 。 $\because OA = OB$ ，又 M, N 分别是 OA, OB 的中点， $\therefore OM = ON$ 。又 $\because CM \perp AB, DN \perp AB$ ， $\therefore \angle CMO = \angle DNO = 90^\circ$ 。 $\therefore \text{Rt}\triangle CMO \cong \text{Rt}\triangle DNO$ ， $\therefore \angle 1 = \angle 2$ ， $\therefore \overset{\frown}{CM} = \overset{\frown}{DN}$ 。

证法2：如图①所示，分别延长 CM, DN 交 $\odot O$ 于点 E, F 。 $\because OA = OB, OM = ON$ ， $\therefore OM = ON$ 。又 $\because OM \perp CE, ON \perp DF$ ， $\therefore CE = DF$ ， $\therefore \overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{DF}$ 。又 $\because \overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{CM} + \overset{\frown}{ME}$ ， $\overset{\frown}{DF} = \overset{\frown}{DN} + \overset{\frown}{NF}$ ， $\therefore \overset{\frown}{CM} = \overset{\frown}{DN}$ ， $\therefore \angle 1 = \angle 2$ 。



图①



图②

证法 3: 如图②所示,连接 AC, BD 。由证法 1,知 $CM=DN$ 。又 $\because AM=BN, \angle AMC=\angle BND=90^\circ$, $\therefore \text{Rt}\triangle AMC \cong \text{Rt}\triangle BND$. $\therefore AC=BD$, $\therefore$ **Error!**。

方法归纳: 在同圆或等圆中,要证明圆心角、弧、弦、弦心距这四组量中的某一组量相等,通常是转化成证明另外三组量中的某一组量相等。

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第 9 题

三、板书设计

1. 圆心角定理

在同圆或等圆中,相等的圆心角所对的弧相等,所对的弦相等,所对的弦的弦心距相等。

2. 圆心角定理推论

在同圆或等圆中,如果两个圆心角以及这两个角所对的弧、所对的弦、所对的弦的弦心距中,有一组量相等,那么其余各组量都分别相等。

教学反思

教学过程中,向学生强调弧、弦、圆心角及弦心距之间的关系,引导学生探究时,要鼓励学生大胆猜想,使其体会数学中转化思想的魅力之处,进而培养学生的逻辑思维能力。

24.2 圆的基本性质

第4课时 圆的确定

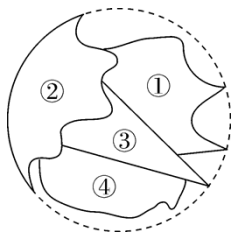
学习目标

1. 理解并掌握确定圆的条件;
2. 理解三角形的外接圆,三角形外心的概念,能够运用其性质进行计算(重点,难点);
3. 理解反证法的思想,能够运用反证法证明命题(难点).

教学过程

一、情境导入

小明不慎把家中的一块圆形玻璃打碎了,其中四块碎片如图所示,为了配到与原来大小一样的圆形玻璃,小明带到商店去的一块玻璃应该是哪一块?



二、合作探究

探究点一:确定圆的条件

例1 已知:不在同一直线上的三个已知点 A, B, C (如图), 求作: $\odot O$, 使它经过点 A, B, C .

A

B

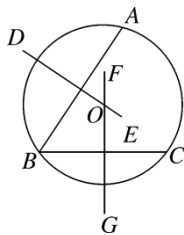
C

解析: 根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等, 作出边 AB 、 BC 的垂直平分线相交于点 O , 以 O 为圆心, 以 OA 为半径, 作出圆即可.

解: (1) 连接 AB 、 BC ;

(2) 分别作出线段 AB 、 BC 的垂直平分线 DE 、 GF , 两垂直平分线相交于点 O , 则点 O 就是所求作的 $\odot O$ 的圆心;

(3) 以点 O 为圆心, OC 长为半径作圆, 则 $\odot O$ 就是所求作的圆.



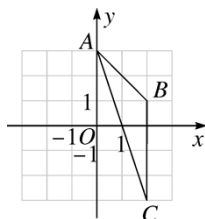
方法总结: 作经过三点的圆, 即作这三点构成的三角形的外接圆, 根据三角形的外接圆的性质可知, 其圆心为三边垂直平分线的交点, 依据此作图即可求解.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第5题

探究点二：三角形的外接圆

【类型一】 与圆的内接三角形有关的坐标的计算

例2 如图， $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心坐标是_____.



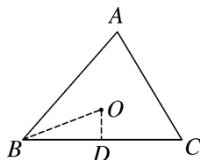
解析：由图可知 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心在 BC 的垂直平分线上，即外接圆圆心在直线 $y = -1$ 上，也在线段 AB 的垂直平分线上，即外接圆圆心在直线 $y = x + 1$ 上，则有 $\begin{cases} y = -1 \\ y = x + 1 \end{cases}$ 解得 $x = -2, y = -1$ ，则两线交点坐标为 $(-2, -1)$ ，故填 $(-2, -1)$.

方法总结：解题时可根据外接圆的圆心的性质：三角形外接圆圆心为三角形三边的垂直平分线的交点，列出相应的等式关系求解.

变式训练：见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第3题

【类型二】 与圆的内接三角形有关线段的计算

例3 如图，在 $\triangle ABC$ 中， O 是它的外心， $BC = 24\text{cm}$ ， O 到 BC 的距离是 5cm ，求 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径.



解：连接 OB ，过点 O 作 $OD \perp BC$ ，则 $OD = 5\text{cm}$ ， $BD = \frac{1}{2}BC = 12\text{cm}$. 在 $\text{Rt}\triangle OBD$ 中， $OB = \sqrt{OD^2 + BD^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\text{cm}$. 即 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 13cm .

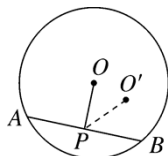
方法总结：由外心的定义可知外接圆的半径等于 OB ，过点 O 作 $OD \perp BC$ ，易得 $BD = 12\text{cm}$. 由此可求它的外接圆的半径.

变式训练：见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第4题

探究点三：反证法

例4 用反证法证明：一个圆只有一个圆心.

解析：反证法的步骤中，第一步是假设结论不成立，反面成立，可据此得出假设与已知定理矛盾，进而得出答案.



证明：假设 $\odot O$ 有两个圆心 O 及 O' ，在圆内任作一弦 AB ，设弦 AB 的中点为 P ，连结 $OP, O'P$ ，则 $OP \perp AB, O'P \perp AB$ ，过直线 AB 上一点 P ，同时有两条直线 $OP, O'P$ 都垂直于 AB ，与垂线的性质矛盾，故一个圆只有一个圆心.

方法总结：此题主要考查了反证法，解此题关键要懂得反证法的步骤. 反证法的步骤是：(1) 假设结论不成立；(2) 从假设出发推出矛盾；(3) 假设不成立，则结论成立.

变式训练：见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第9题

三、板书设计

1. 确定圆的条件

不在同一直线上的三个点确定一个圆.

2. 三角形的外接圆

经过三角形三个顶点的圆叫做三角形的外接圆,外接圆的圆心叫做三角形的外心,三角形的外心到三角形的三个顶点的距离相等.

3. 反证法证明的一般步骤

(1)反设;(2)推理;(3)结论.

教学反思

教学过程中,强调三角形的外接圆的圆心到三角形三个顶点的距离相等,它是三角形三边垂直平分线的交点.在圆中充分利用这一点可解决相关的计算问题。

24.3 圆周角

第1课时 圆周角定理及推论

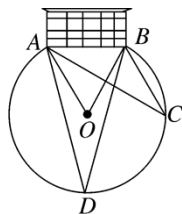
学习目标

1. 理解圆周角的概念, 学会识别圆周角;
2. 了解圆周角与圆心角的关系, 能够理解和掌握圆周角定理及推论, 并进行简单的计算与证明(重点, 难点).

教学过程

一、情境导入

你喜欢看足球比赛吗? 你踢过足球吗? 第六届东亚四强赛于 2015 年在武汉举行, 共有来自亚洲的 8 支球队参加赛事, 共进行 24 场比赛决定冠军队伍.



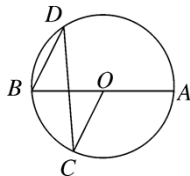
比赛如图所示, 甲队员在圆心 O 处, 乙队员在圆上 C 处, 丙队员带球突破防守把球传给乙, 乙依然把球传给了甲, 你知道为什么吗? 你能用数学知识解释一下吗?

二、合作探究

探究点一: 圆周角定理

【类型一】 利用圆周角定理求角

例1 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 为圆上两点, $\angle AOC = 130^\circ$, 则 $\angle D$ 等于()



- A. 25°
- B. 30°
- C. 35°
- D. 50°

解析: 本题考查同弧所对圆周角与圆心角的关系. $\because \angle AOC = 130^\circ$, $\angle AOB = 180^\circ$, $\therefore \angle BOC = 50^\circ$, $\therefore \angle D = 25^\circ$. 故选 A.

方法总结: 在同圆或等圆中, 同弧和等弧所对的圆周角相等, 一条弧所对的圆周角是它所对的圆心角的一半.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第 4 题

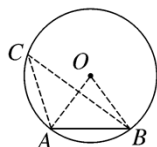
【类型二】 同弦所对圆周角中的分类讨论思想

例2 已知 $\odot O$ 的弦 AB 长等于 $\odot O$ 的半径, 求此弦 AB 所对的圆周角的度数.

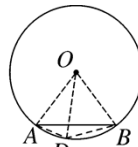
解析: 弦 AB 的长恰好等于 $\odot O$ 的半径, 则 $\triangle OAB$ 是等边三角形, 则 $\angle AOB = 60^\circ$.

而弦 AB 所对的弧有两段, 一段是优弧, 一段是劣弧, 因此本题要分类讨论.

解: 分下面两种情况: 如图①所示, 连接 OA, OB , 在 $\odot O$ 上任取一点 C , 连接 CA, CB . $\because AB=OA=OB, \therefore \angle AOB=60^\circ, \therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=30^\circ$. 即弦 AB 所对的圆周角等于 30° .



图①



图②

如图②所示, 连接 OA, OB , 在劣弧上任取一点 D , 连接 AD, OD, BD , 则 $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD, \angle ABD=\frac{1}{2}\angle AOD. \therefore \angle BAD+\angle ABD=\frac{1}{2}(\angle BOD+\angle AOD)=\frac{1}{2}\angle AOB$. $\because AB$ 的长等于 $\odot O$ 的半径, $\therefore \triangle AOB$ 为等边三角形, $\angle AOB=60^\circ. \therefore \angle BAD+\angle ABD=30^\circ, \angle ADB=180^\circ-(\angle BAD+\angle ABD)=150^\circ$, 即弦 AB 所对的圆周角为 150° .

综上所述, 弦 AB 所对的圆周角的度数是 30° 或 150° .

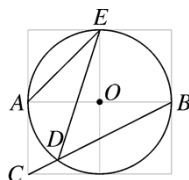
方法总结: 本题考查了等边三角形的判定和性质、圆周角定理和圆内接四边形的性质. 要注意的是弦 AB 所对的圆周角有两种情况, 需分类讨论, 解题时可分别作图, 结合图形求解, 以免漏解.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第3题

探究点二: 圆周角定理的推论

【类型一】 利用圆周角定理的推论1 解题

例3 如图所示, 边长为1的小正方形构成的网格中, 半径为1的 $\odot O$ 的圆心 O 在格点上, 则 $\angle AED$ 的正切值等于 ()



- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

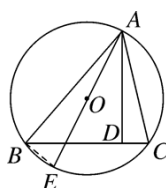
解析: 根据同弧或等弧所对的圆周角相等来求解, $\because \angle E=\angle ABD, \therefore \tan \angle AED=\tan \angle ABD=\frac{1}{2}$. 故选 D.

方法总结: 解题的关键是在同圆或等圆中, 相等的两条弧所对的圆周角也相等. 注意与三角函数的结合.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第3题

【类型二】 利用圆周角定理的推论2 解题

例4 如图所示, 已知 $\triangle ABC$ 的顶点在 $\odot O$ 上, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, AE 是 $\odot O$ 的直径, 求证: $\angle BAE=\angle CAD$.



解析:连接 BE 构造 $\text{Rt}\triangle ABE$, 由 AD 是 $\triangle ABC$ 的高得 $\text{Rt}\triangle ACD$, 要证 $\angle BAE = \angle CAD$, 只要证出它们的余角 $\angle E$ 与 $\angle C$ 相等, 而 $\angle E$ 与 $\angle C$ 是同弧 AB 所对的圆周角.

证明: 连接 BE , $\because AE$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ABE = 90^\circ$, $\therefore \angle BAE + \angle E = 90^\circ$. $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的高, $\therefore \angle ADC = 90^\circ$, $\therefore \angle CAD + \angle C = 90^\circ$. $\therefore \angle E = \angle C$. $\therefore \angle BAE + \angle E = 90^\circ$, $\angle CAD + \angle C = 90^\circ$, $\therefore \angle BAE = \angle CAD$.

方法总结: 涉及直径时, 通常是利用“直径所对的圆周角是直角”来构造直角三角形, 并借助直角三角形的性质来解决问题.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第 7 题

三、板书设计

1. 圆周角的概念

2. 圆周角定理

一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半.

3. 圆周角定理的推论

推论 1: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 相等的圆周角所对的弧也相等.

推论 2: 半圆或直径所对的圆周角是直角; 90° 的圆周角所对的弦是直径.

教学反思

教学过程中, 经历圆周角定理及其推论的探究, 使学生掌握圆周角的相关性质; 配合练习, 巩固所学知识, 结合实际应用来提升学生的思维能力.

24.3 圆周角

第2课时 圆内接四边形

学习目标

1. 理解圆内接多边形的概念;
2. 掌握圆内接四边形的性质, 并能够运用其进行简单的计算与证明(重点、难点).

教学过程

一、情境导入



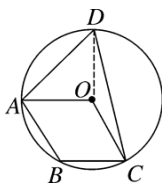
如图是一个圆形笑脸, 给你一个三角板, 你有办法确定这个圆形笑脸的圆心吗?

二、合作探究

探究点: 与圆内接四边形有关的计算

【类型一】 利用圆内接四边形的性质进行计算

例1 如图, 点 A, B, C, D 在 $\odot O$ 上, 点 O 在 $\angle D$ 的内部, 四边形 $OABC$ 为平行四边形, 则 $\angle OAD + \angle OCD =$ _____ 度.



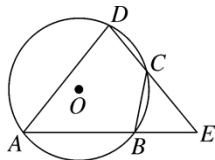
解析: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是圆内接四边形, $\therefore \angle B + \angle ADC = 180^\circ$. $\because$ 四边形 $OABC$ 为平行四边形, $\therefore \angle AOC = \angle B$. 又由题意可知 $\angle AOC = 2\angle ADC$. $\therefore \angle ADC = 180^\circ \div 3 = 60^\circ$. 连接 OD , 可得 $AO = OD$, $CO = OD$. $\therefore \angle OAD = \angle ODA$, $\angle OCD = \angle ODC$. $\therefore \angle OAD + \angle OCD = \angle ODA + \angle ODC = \angle ADC = 60^\circ$.

方法总结: 解决圆中角度计算问题关键是掌握弧的角度、弧所对圆心角的度数和弧所对圆周角度数之间的关系, 巧妙地利用弧的度数作桥梁进行转化, 找出相应的等量关系.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第4题

【类型二】 利用圆内接四边形的性质进行证明

例2 如图, 已知 A, B, C, D 是 $\odot O$ 上的四点, 延长 DC, AB 相交于点 E . 若 $BC = BE$. 求证: $\triangle ADE$ 是等腰三角形.



解析: 由已知易得 $\angle E = \angle BCE$, 由同角的补角相等, 得 $\angle A = \angle BCE$, 则 $\angle E = \angle A$.

证明: $\because BC = BE$, $\therefore \angle E = \angle BCE$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是圆内接四边形, $\therefore \angle A + \angle DCB = 180^\circ$. $\because \angle BCE + \angle DCB = 180^\circ$, $\therefore \angle A = \angle BCE$, $\therefore \angle A = \angle E$, $\therefore AD = DE$, $\therefore \triangle ADE$ 是等腰三角形.

方法总结:在运用圆的内接四边形进行解题时,要牢记圆内接四边形的对角互补.

变式训练:见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第5题

三、板书设计

1. 圆的内接多边形

2. 圆的内接四边形的性质

圆内接四边形的对角互补,且任何一个外角都等于它的内对角.

教学反思

教学过程中,以学生为主体,让学生自己探究圆内接四边形的性质,在探究的过程中体会转化思想.在解决问题时能通过联想进行转化,提升学生的逻辑思维能力。

24.4 直线与圆的位置关系

第1课时 直线与圆的位置关系

学习目标

1. 了解并掌握直线与圆的不同位置关系时的有关概念;
2. 能够运用直线与圆的位置关系解决实际问题(重点、难点).

教学过程

一、情境导入

你看过日出吗,如图是海上日出的一组图片,如果把海平面看做一条直线,太阳看做一个圆,在日出过程中,二者会出现几种位置关系呢?



二、合作探究

探究点:直线与圆的位置关系

【类型一】 根据点到直线的距离判断直线与圆的位置关系

例1 已知 $\odot O$ 的半径为5,点 P 在直线 l 上,且 $OP=5$,直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是()

- A. 相切 B. 相交
C. 相离 D. 相切或相交

解析:分两种情况讨论:(1) $OP \perp$ 直线 l ,则圆心到直线 l 的距离为5,此时直线 l 与 $\odot O$ 相切;(2)若 OP 与直线 l 不垂直,则圆心到直线的距离小于5,此时直线 l 与 $\odot O$ 相交.所以本题选D.

方法总结:判断直线与圆的位置关系,主要看该圆心到直线的距离,所以要判断直线与圆的位置关系,我们先确定圆心到直线的距离.

变式训练:见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第1题

【类型二】 由直线和圆的位置关系确定圆心到直线的距离

例2 已知圆的半径等于5,直线 l 与圆没有交点,则圆心到直线 l 的距离 d 的取值范围是_____.

解析:因为直线 l 与圆没有交点,所以直线 l 与圆相离,所以圆心到直线的距离大于圆的半径,即 $d > 5$.

变式训练:见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第2题

【类型三】 直线与圆的位置关系与一元二次方程的综合

例3 已知 $\odot O$ 的半径为 R ,点 O 到直线 m 的距离为 d , R 、 d 是方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 的两根,当直线 m 与 $\odot O$ 相切时,求 a 的值.

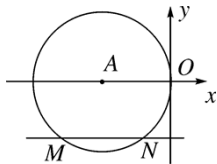
解析:由直线 m 与 $\odot O$ 相切可得出 $d = R$,即方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 有两个相等的根,由 $\Delta = 0$ 即可求出 a 的值.

解: $\because$ 直线 m 与 $\odot O$ 相切, $\therefore d=R$. 即方程 $x^2-2x+a=0$ 有两个相等的根, $\therefore \Delta=4-4a=0$, $\therefore a=1$.

方法总结: 由直线与圆的位置关系可知: 当直线与圆相切时, $d=R$. 再结合一元二次方程根的判别式的知识, 列出关于未知数的方程, 即可得解.

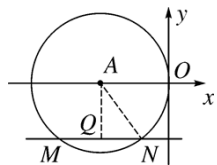
变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第6题

【类型四】 坐标系内直线与圆的位置关系的应用



例4 如图, 在平面直角坐标系中, $\odot A$ 与 y 轴相切于原点 O , 平行于 x 轴的直线交 $\odot A$ 于 M 、 N 两点. 若点 M 的坐标是 $(-4, -2)$, 则点 N 的坐标为 ()

- A. $(-1, -2)$ B. $(1, 2)$
C. $(-1.5, -2)$ D. $(1.5, -2)$

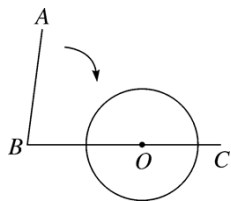


解析: 过点 A 作 $AQ \perp MN$ 于点 Q , 连接 AN , 设半径为 r , 由垂径定理有 $MQ=NQ$, 所以 $AQ=2$, $AN=r$, $NQ=4-r$, 利用勾股定理得 $r^2=4+(4-r)^2$, 解得 $r=2.5$, 可以求出 $NQ=1.5$, 所以 N 点坐标为 $(-1, -2)$. 故选 A.

方法总结: 在圆中如果有弦要求线段的长度, 通常要将经过圆心的半径画出, 利用垂径定理和勾股定理解决问题.

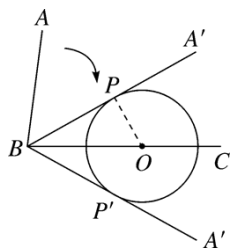
变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第4题

【类型五】 直线与圆的位置关系中的移动问题



例5 如图, $\angle ABC=80^\circ$, O 为射线 BC 上一点, 以点 O 为圆心, OB 长为半径作 $\odot O$, 要使射线 BA 与 $\odot O$ 相切, 应将射线 BA 绕点 B 按顺时针方向旋转 ()

- A. 40° 或 80° B. 50° 或 100°
C. 50° 或 110° D. 60° 或 120°



解析: 如图, ①当 BA' 与 $\odot O$ 相切, 且 BA' 位于 BC 上方时, 设切点为 P , 连接 OP , 则 $\angle OPB=90^\circ$; 在 $\text{Rt}\triangle OPB$ 中, $OB=2OP$, $\therefore \angle A'BO=30^\circ$, $\therefore \angle ABA'=50^\circ$; ②当 BA' 与 $\odot O$ 相切, 且 BA' 位于 BC 下方时同①, 可求得 $\angle A'BO=30^\circ$, 此时 $\angle ABA'=80^\circ+30^\circ=110^\circ$.

故旋转角 α 的度数为 50° 或 110° , 故选 C.

方法总结: 此题主要考查的是切线的性质, 以及解直角三角形的应用, 需注意切线的位置有两种情况, 不要漏解. 当 BA' 与 $\odot O$ 相切时, 可连接圆心与切点, 通过构建的直角三角形, 求出 $\angle A'BO$ 的度数, 然后再根据 BA' 的不同位置分类讨论.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第 6 题

三、板书设计

直线与圆的位置关系

- (1) 相交: 直线与圆有两个交点, 直线 l 与 $\odot O$ 相交 $d < r$;
- (2) 相切: 直线与圆只有一个交点, 直线 l 与 $\odot O$ 相切 $d = r$;
- (3) 相离: 直线与圆没有公共点, 直线 l 与 $\odot O$ 相离 $d > r$.

教学反思

教学过程中, 强调学生从实际生活中感受、体会直线与圆的几种位置关系, 并会用数学语言来描述归纳, 经历将实际问题转化为数学问题的过程, 提升学生独立思考问题的能力。

24.4 直线与圆的位置关系

第2课时 切线的性质和判定

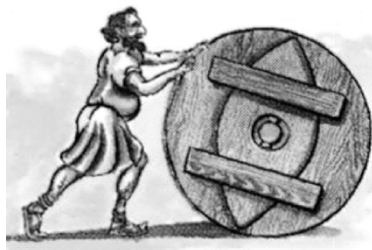
学习目标

1. 掌握判定直线与圆相切的方法,并能运用直线与圆相切的方法进行计算与证明(重点);
2. 掌握直线与圆相切的性质,并能运用直线与圆相切的性质进行计算与证明(重点,难点);
3. 能运用直线与圆的位置关系解决实际问题.

教学过程

一、情境导入

约在 6000 年前,美索不达米亚人做出了世界上第一个轮子——圆形的木盘,你能设计一个办法测量这个圆形物体的半径吗?

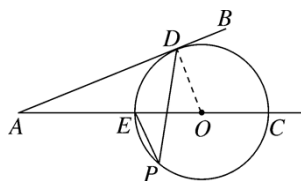


二、合作探究

探究点一:切线的性质

【类型一】 切线的性质的运用

例1 如图,点 O 是 $\angle BAC$ 的边 AC 上的一点, $\odot O$ 与边 AB 相切于点 D , 与线段 AO 相交于点 E , 若点 P 是 $\odot O$ 上一点, 且 $\angle EPD = 35^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数为()



- A. 20° B. 35° C. 55° D. 70°

解析: 连接 OD , $\because \odot O$ 与边 AB 相切于点 D , $\therefore OD \perp AD$, $\therefore \angle ADO = 90^\circ$. $\because \angle EPD = 35^\circ$, $\therefore \angle EOD = 2\angle EPD = 70^\circ$, $\therefore \angle BAC = 90^\circ - \angle EOD = 20^\circ$. 故选 A.

方法总结: 此题考查了切线的性质以及圆周角定理. 解题时要注意运用切线的性质, 注意掌握辅助线的作法, 灵活运用数形结合思想.

变式训练: 见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第4题

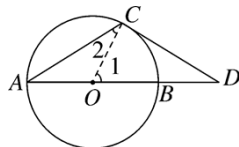
【类型二】 利用切线的性质进行证明和计算

变式训练：见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第8题

探究点二：切线的判定

【类型一】 判定圆的切线

【例4】如图，点D在 $\odot O$ 的直径AB的延长线上，点C在 $\odot O$ 上， $AC=CD$ ， $\angle D=30^\circ$ ，求证：CD是 $\odot O$ 的切线。

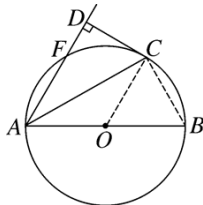


证明：连接OC， $\because AC=CD$ ， $\angle D=30^\circ$ ， $\therefore \angle A=\angle D=30^\circ$ 。 $\because OA=OC$ ， $\therefore \angle 2=\angle A=30^\circ$ ， $\therefore \angle 1=60^\circ$ ， $\therefore \angle OCD=90^\circ$ ， $\therefore OC\perp CD$ ， $\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线。

方法总结：切线的判定方法有三种：①利用切线的定义，即与圆只有一个公共点的直线是圆的切线；②到圆心距离等于半径长的直线是圆的切线；③经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

变式训练：见《练习册》本课时练习“课堂达标训练”第8题

【类型二】 切线的性质与判定的综合应用



【例5】如图，AB是 $\odot O$ 的直径，点F、C是 $\odot O$ 上的两点，且 $AF=FC$ ，连接AC、AF，过点C作 $CD\perp AF$ 交AF的延长线于点D，垂足为D。

(1)求证：CD是 $\odot O$ 的切线；

(2)若 $CD=2$ ，求 $\odot O$ 的半径。

分析：(1)连接OC，由弧相等得到相等的圆周角，根据等角的余角相等推得 $\angle ACD=\angle B$ ，再根据等量代换得到 $\angle ACO+\angle ACD=90^\circ$ ，从而证明CD是 $\odot O$ 的切线；(2)由 $AF=FC$ ，推得 $\angle DAC=\angle BAC=30^\circ$ ，再根据直角三角形中 30° 角所对的直角边等于斜边的一半即可求得AB的长，进而求得 $\odot O$ 的半径。

(1) 证明：连接OC，BC。 $\because AF=FC$ ， $\therefore \angle DAC=\angle BAC$ 。 $\because CD\perp AF$ ， $\therefore \angle ADC=90^\circ$ 。

$\because AB$ 是直径， $\therefore \angle ACB=90^\circ$ 。 $\therefore \angle ACD=\angle B$ 。 $\because BO=OC$ ， $\therefore \angle OCB=\angle OBC$ ， $\therefore \angle ACO+\angle OCB=90^\circ$ ， $\angle OCB=\angle OBC$ ， $\angle ACD=\angle ABC$ ， $\therefore \angle ACO+\angle ACD=90^\circ$ ，即 $OC\perp CD$ 。又 $\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径， $\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 解： $\because \angle DAC=\angle BAC=30^\circ$ ， $\therefore \angle DAC=\angle BAC=30^\circ$ 。 $\because CD\perp AF$ ， $CD=2$ ， $\therefore AC=4$ 。

在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=30^\circ$ ， $AC=4$ ， $\therefore BC=4$ ， $AB=8$ ， $\therefore \odot O$ 的半径为4。

方法总结：若证明切线时有交点，需“连半径，证垂直”然后利用切线的性质构造直角三角形，在解直角三角形时常运用勾股定理求边长。

变式训练：见《练习册》本课时练习“课后巩固提升”第7题

三、板书设计

1. 切线的性质

圆的切线垂直于经过切点的半径.

2. 切线的判定

经过半径外端点并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

教学反思

教学过程中,经历切线性质的探究,从中可得出判定切线的条件,整个学习过程是一个逐层深入的过程.因此教师应当对学生在探究过程中遇到的问题及时进行解决,使学生能更全面的掌握知识。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/176233000203010224>