华师一附中 2024 届高三数学独立作业（2）

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合 $A=\{x \mid 0<\log_2 x<2\}$，$B=\{y \mid y=3^x+2, x\in R\}$，则 A一B 等于（　）

A．$\{x \mid 2<x<4\}$　　B．$\{x \mid 1<x<4\}$　　C．$\{x \mid 1<x<2\}$　　D．$\{x \mid x>1\}$

2. 已知复数 z 满足 $(1-i)z=2$，则 $\left|z^2\right|=$（　　）.

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{2}$　　D. 2

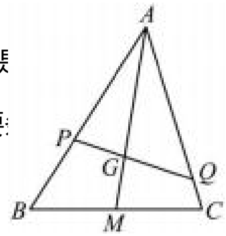
3. 若抛物线 $C: x^2=2py(p>0)$ 上的点 P 到焦点的距离为 8，到 x 轴的距离为 6，则抛物线 C 的标准方程是（　）

A．$x^2=4y$　　B．$x^2=6y$　　C．$x^2=8y$　　D．$x^2=16y$

4. 把 1，2，3，4，5 这 5 个数排成一列，则满足先增后减（例如：1，3，5，4，2）的数列的个数是（　　）.

A. 6　　B. 10　　C. 14　　D. 20

5.设甲：$\sin^2\alpha+\sin^2\beta=1$，乙：$\sin\alpha+\cos\beta=0$，则（　）



A．甲是乙的充分条件但不是必要条件　　B．甲是乙的必要条件但不

C．甲是乙的充要条件　　D．甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要

6. 如图，在 ΔABC 中，M 为线段 BC 的中点，G 为线段 AM 上一点，$\overrightarrow{AG}=2\overrightarrow{GM}$，过点 G 的直线分别交直线 AB，AC 于 P，Q 两点，$\overrightarrow{AB}=x\overrightarrow{AP}(x>0)$，$\overrightarrow{AC}=y\overrightarrow{AQ}(y>0)$，则 $\frac{4}{x}+\frac{1}{y+1}$ 的最小值为（　　）.

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{9}{4}$　　C. 3　　D. 9

7. 已知异面直线 a，b 的夹角为 θ，若过空间中一点 P，作与两异面直线夹角均为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线可以作 4 条，则 θ 的取值范围是(　　　)

A. $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$　　B. $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3}\right]$　　C. $\left(0,\frac{\pi}{3}\right]$　　D. $\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$

8．将函数$y=\sin x$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再将横坐标缩短为原来的$\frac{1}{\omega}(\omega>0)$得到函数

$y=f(x)$的图象.若$y=f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$上的最大值为$\frac{\omega}{5}$，则$\omega$的取值个数为（）

A. 1　　　　B. 2　　　　C. 3　　　　D. 4

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9．若函数$f(x) = alnx + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}$($a$ 子 0) 既有极大值也有极小值，则(　　)

A．$bc > 0$　　　　B．$ab > 0$　　　　C．$b^2 + 8ac > 0$　　　　D．$ac > 0$

10．已知集合$\left\{x \middle| x^2 + ax + \bar{b} = 0, a > 0\right\}$有且仅有两个子集，则下面正确的是（　）

A．$a^2 - b^2 < 4$　　B. $a^2 + \frac{1}{b} > 4$

C．若不等式$x^2 + ax - b < 0$的解集为(x_1, x_2)，则$x_1x_2 > 0$

D．若不等式$x^2 + ax + b < c$ 的解集为(x_1, x_2)，且$|x_1 - x_2| = 4$，则$c = 4$

11．下列命题正确的是（　）

A．已知函数$f(x) = ae^x - \ln x$在区间$(1, 2)$上单调递增，则 a 的最小值为e^{-1}

B．若随机变量$\xi \sim N(2, \delta^2)$，$P(\xi < 4) = 0.84$，则$P(2 < \xi < 4) = 0.16$

C．相关系数 r 的绝对值越接近 1，两个随机变量的线性相关程度越强

D．在做回归分析时，残差图中残差点分布的带状区域的宽度越宽表示回归效果越差

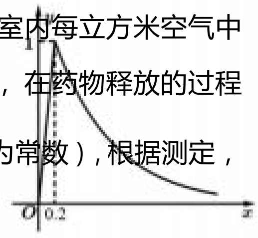
12．若$(ax - 4)(x^2 + b) > 0$对任意x e$(-$构$, 0]$恒成立，其中a，b是整数，则$a+b$ 的可能取值为（　）

A．-6　　　　B．-7　　　　C．-8　　　　D．-17

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知$\left(x - \frac{1}{x^3}\right)^n$ (n e$\mathbf{N}_+, 3 < n < 16$) 的展开式中含有常数项，则n 的一个可能取值是______.

14．为了做好疫情防控期间的校园消毒工作，某学校对教室进行消毒，室内每立方米空气中的含药量 y（单位：毫克）随时间 x（单位：小时）的变化情况如图所示，在药物释放的过程中，y 与 x 成正比；药物释放完毕后，y 与 x 的函数关系式为$y = \left(\frac{1}{32}\right)^{x-a}$（$a$ 为常数），根据测定，当空气中每立方米的含药量降低到$\frac{1}{4}$毫克以下时，学生方可进教室学习



那么从药物释放开始，至少需要经过___________小时后，学生才能回

到教室.

15．已知椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$，$F_1,F_2$为两个焦点，$O$为原点，$P$为椭圆上一点，$\cos\angle F_1PF_2=\frac{3}{5}$，则$|PO|=$___

16．已知函数$f(x)=\begin{cases} e^x, x<0 \\ \ln x, x>0 \end{cases}$（$e$为自然对数的底数），则函数$F(x)=f[f(x)]-\frac{1}{e^2}f(x)-1$的零点个数为___________

四、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 在ΔABC中，内角 A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\sin A=\frac{3}{5}$，$\cos B=\frac{5}{13}$.

（1）求$\sin C$；（2）若$a=13$，求ΔABC的面积.

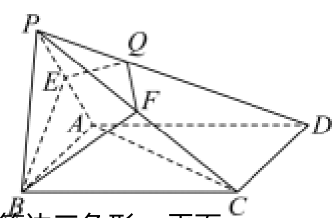
18. 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$a_1=2$，$a_{n+1}=S_n+n$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）设单调递增等差数列$\{b_n\}$满足$b_2=3$，且a_1+b_1，a_2+b_2，$a_3+\frac{1}{2}b_3$成等比数列.

（i）求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（泣）设$T_n=\frac{1}{b_1^2}+\frac{1}{b_2^2}+\cdots+\frac{1}{b_n^2}$，试确定$T_n$与$\frac{3}{4}$的大小关系，并给出证明.



19. 如图，四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是平行四边形，侧面PAB是等边三角形，平面

$PAB \perp$ 平面 $ABCD$， $BC = 2AB$， $\angle ABC = 60^{\circ}$ ．