

2023-2024 学年贵州省都匀市第一中学高三第一次模拟（期末）考试数学试题试卷

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 在三棱锥 $P-ABC$ 中， $AB=BC=5$ ， $AC=6$ ， P 在底面 ABC 内的射影 D 位于直线 AC 上，且 $AD=2CD$ ， $PD=4$. 设三棱锥 $P-ABC$ 的每个顶点都在球 Q 的球面上，则球 Q 的半径为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{689}}{8}$ B. $\frac{\sqrt{689}}{6}$ C. $\frac{5\sqrt{26}}{8}$ D. $\frac{5\sqrt{26}}{6}$

2. 已知全集 $\square = \{\square \mid \square^2 \leq 4, \square \in \square\}$ ， $\square = \{1, 2\}$ ，则 $\square \square \square =$ （ ）

- A. $\{-1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{-2, -1, 0\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

3. 已知复数 z 满足 $z \cdot (1+2i) = 5$ (i 为虚数单位)，则在复平面内复数 z 对应的点位于（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F ，对称轴与准线的交点为 T ， P 为 C 上任意一点，若 $|PT| = 2|PF|$ ，则 $\angle PTF =$ （ ）

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

5. 已知实数集 $\mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x \mid 1 < x < 3\}$ ，集合 $B = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}\right\}$ ，则 $A \cap (C_{\mathbf{R}}B) =$ （ ）

- A. $\{x \mid 1 < x \leq 2\}$ B. $\{x \mid 1 < x < 3\}$ C. $\{x \mid 2 \leq x < 3\}$ D. $\{x \mid 1 < x < 2\}$

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_2 x|, & x > 0 \\ x^2 + 2x + 2, & x \leq 0 \end{cases}$ ，方程 $f(x) - a = 0$ 有四个不同的根，记最大的根的所有取值为集合 D ，则“函

数 $F(x) = f(x) - kx$ ($x \in D$) 有两个零点”是“ $k > \frac{1}{2}$ ”的（ ）。

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x) & x \leq 0 \\ f(x-5) & x > 0 \end{cases}$ ，则 $f(2019) =$ （ ）

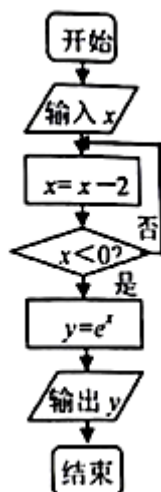
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

8.

小明有 3 本作业本，小波有 4 本作业本，将这 7 本作业本混放在一起，小明从中任取两本.则他取到的均是自己的作业本的概率为()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{18}{35}$

9. 根据如图所示的程序框图，当输入的 x 值为 3 时，输出的 y 值等于 ()



- A. 1 B. e C. e^{-1} D. e^{-2}

10. 记 n 个两两无交集的区间的并集为 n 阶区间如 $(-\infty, 1] \cup [2, 3]$ 为 2 阶区间，设函数 $f(x) = \frac{x}{\ln|x|}$ ，则不等式

$f[f(x)] + 3 \leq 0$ 的解集为 ()

- A. 2 阶区间 B. 3 阶区间 C. 4 阶区间 D. 5 阶区间

11. “ $a \leq 0$ ”“是函数 $f(x) = |(ax-1)x|$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内单调递增”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

12. 已知 m, n 是两条不重合的直线， α 是一个平面，则下列命题中正确的是 ()

- A. 若 $m // \alpha, n // \alpha$ ，则 $m // n$ B. 若 $m // \alpha, n \subset \alpha$ ，则 $m // n$
C. 若 $m \perp n, m \perp \alpha$ ，则 $n // \alpha$ D. 若 $m \perp \alpha, n // \alpha$ ，则 $m \perp n$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 ，过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形，则该圆柱的表面积为_____.

14. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形， $PA \perp$ 面 $ABCD, PA = AB = 4, E, F, H$ 分别是棱 PB, BC, PD 的中点，过 E, F, H 的平面交棱 CD 于点 G ，则四边形 $EFGH$ 面积为_____.

15. 曲线 $y = (x^2 + 1)e^x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为__.

16. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 2$, $S_n = \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)a_{n+1}$, $b_n = \log_2 a_n$, 则数列 $\left\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 $T_n =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

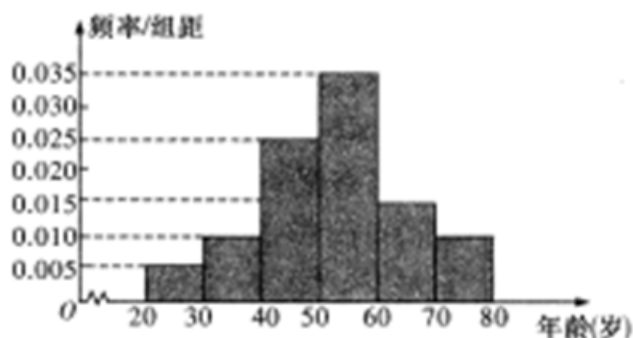
17. (12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 + \ln x$.

(1) 若函数 $g(x) = f(x) + (a-1)\ln x$ 的图象与 x 轴有且只有一个公共点，求实数 a 的取值范围；

(2) 若 $f(x) - (2m-1)x < (1-m)x^2$ 对任意 $x \in (1, +\infty)$ 成立，求实数 m 的取值范围。

18. (12 分) 设 a 为实数, 在极坐标系中, 已知圆 $\rho = 2a \sin \theta$ ($a > 0$) 与直线 $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ 相切, 求 a 的值。

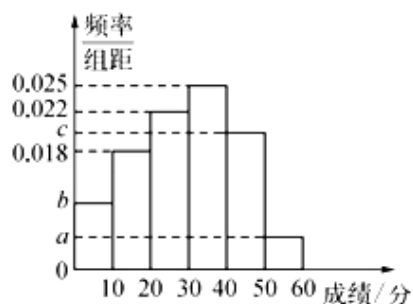
19. (12 分) 2019 年是中华人民共和国成立 70 周年. 为了让人民了解建国 70 周年的风雨历程, 某地的民调机构随机选取了该地的 100 名市民进行调查, 将他们的年龄分成 6 段 $[20, 30)$, $[30, 40)$, $\dots$, $[70, 80]$, 并绘制了如图所示的频率分布直方图.



(1) 现从年龄在 $[20, 30)$, $[30, 40)$, $[40, 50)$ 内的人员中按分层抽样的方法抽取 8 人, 再从这 8 人中随机选取 3 人进行座谈, 用 X 表示年龄在 $[30, 40)$ 内的人数, 求 X 的分布列和数学期望;

(2) 若用样本的频率代替概率, 用随机抽样的方法从该地抽取 20 名市民进行调查, 其中有 k 名市民的年龄在 $[30, 50)$ 的概率为 $P(X=k)$ ($k=0, 1, 2, \dots, 20$). 当 $P(X=k)$ 最大时, 求 k 的值.

20. (12 分) 为调研高中生的作文水平. 在某市普通高中的某次联考中, 参考的文科生与理科生人数之比为 1:4, 且成绩分布在 $[0, 60]$ 的范围内, 规定分数在 50 以上 (含 50) 的作文被评为“优秀作文”, 按文理科用分层抽样的方法抽取 400 人的成绩作为样本, 得到成绩的频率分布直方图, 如图所示. 其中 a, b, c 构成以 2 为公比的等比数列.



(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 填写下面 2×2 列联表, 能否在犯错误的概率不超过 0.01 的情况下认为“获得优秀作文”与“学生的文理科”有关?

	文科生	理科生	合计
获奖	6		
不获奖			
合计			400

(3) 将上述调查所得的频率视为概率, 现从全市参考学生中, 任意抽取 2 名学生, 记“获得优秀作文”的学生人数为 X , 求 X 的分布列及数学期望.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

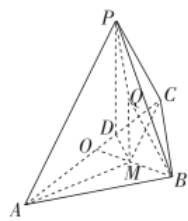
21. (12 分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $2 \cos B = \frac{2a-b}{c}$.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长的最小值.

22. (10 分) 已知点 $P(0,1)$, 直线 $y = x + t$ ($t < 0$) 与抛物线 $y^2 = 2x$ 交于不同两点 A, B , 直线 PA, PB 与抛物线的另一交点分别为两点 C, D , 连接 CD , 点 P 关于直线 CD 的对称点为点 Q , 连接 AQ, BQ .

故选：A



【点睛】

本题考查球的组合体，考查空间想象能力，考查计算求解能力，是中档题

2、C

【解析】

先求出集合 U，再根据补集的定义求出结果即可．

【详解】

由题意得 $U = \{x | x^2 \leq 4, x \in \mathbb{R}\} = \{x | -2 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{R}\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，

$\therefore A = \{1, 2\}$ ，

$\therefore \complement_U A = \{-2, -1, 0\}$ ．

故选 C．

【点睛】

本题考查集合补集的运算，求解的关键是正确求出集合 U 和熟悉补集的定义，属于简单题．

3、D

【解析】

根据复数运算，求得 z，再求其对应点即可判断．

【详解】

$Q \ z = \frac{5}{1+2i} = 1-2i$ ，故其对应点的坐标为 $(1, -2)$ ．

其位于第四象限．

故选：D．

【点睛】

本题考查复数的运算，以及复数对应点的坐标，属综合基础题．

4、C

【解析】

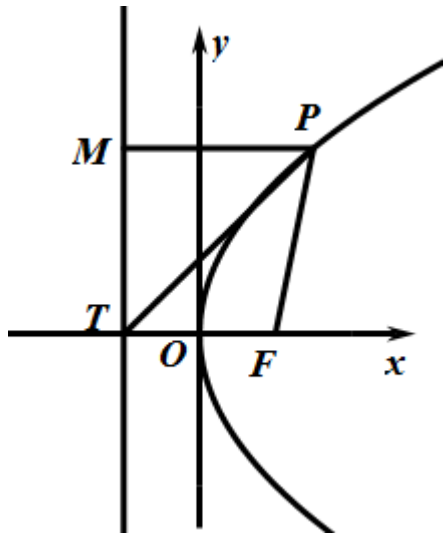
如图所示：作 PM 垂直于准线交准线于 M，则 $|PM| = |PF|$ ，故 $|PT| = 2|PM|$ ，得到答案．

【详解】

如图所示：作 PM 垂直于准线交准线于 M ，则 $|PM| = |PF|$ ，

在 $Rt\triangle PTM$ 中， $|PT| = 2|PM|$ ，故 $\angle PTM = 30^\circ$ ，即 $\angle PTF = 60^\circ$ 。

故选：C。



【点睛】

本题考查了抛物线中角度的计算，意在考查学生的计算能力和转化能力。

5、A

【解析】

$\sqrt{x-2} > 0$ 可得集合 B ，求出补集 $C_R B$ ，再求出 $A \cap (C_R B)$ 即可。

【详解】

由 $\sqrt{x-2} > 0$ ，得 $x > 2$ ，即 $B = (2, +\infty)$ ，

所以 $C_R B = (-\infty, 2]$ ，

所以 $A \cap (C_R B) = (1, 2]$ 。

故选：A

【点睛】

本题考查了集合的补集和交集的混合运算，属于基础题。

6、A

【解析】

作出函数 $f(x)$ 的图象，得到 $D = (2, 4]$ ，把函数 $F(x) = f(x) - kx$ ($x \in D$) 有零点转化为 $y = kx$ 与 $y = f(x)$ 在 $(2, 4]$ 上有交点，利用导数求出切线斜率，即可求得 k 的取值范围，再根据充分、必要条件的定义即可判断。

【详解】

作出函数 $f(x) = \begin{cases} |\log_2 x|, & x > 0 \\ x^2 + 2x + 2, & x \leq 0 \end{cases}$ 的图象如图，

由图可知， $D = (2, 4]$ ，

函数 $F(x) = f(x) - kx$ ($x \in D$) 有 2 个零点，即 $f(x) = kx$ 有两个不同的根，

也就是 $y = kx$ 与 $y = f(x)$ 在 $(2, 4]$ 上有 2 个交点，则 k 的最小值为 $\frac{1}{2}$ ；

设过原点的直线与 $y = \log_2 x$ 的切点为 $(x_0, \log_2 x_0)$ ，斜率为 $\frac{1}{x_0 \ln 2}$ ，

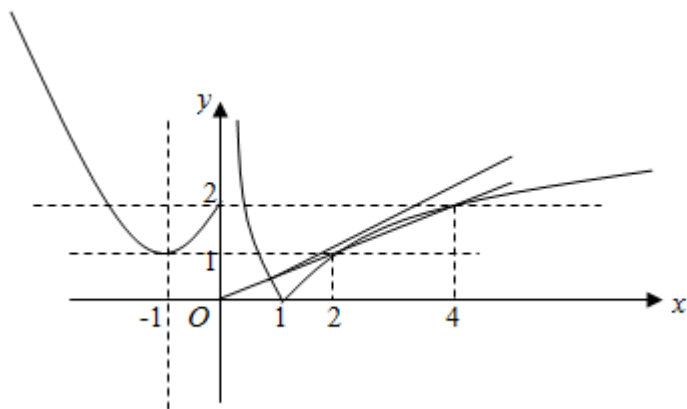
则切线方程为 $y - \log_2 x = \frac{1}{x_0 \ln 2}(x - x_0)$ ，

把 $(0, 0)$ 代入，可得 $-\log_2 x_0 = -\frac{1}{\ln 2}$ ，即 $x_0 = e$ ， $\therefore$ 切线斜率为 $\frac{1}{e \ln 2}$ ，

$\therefore k$ 的取值范围是 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{e \ln 2}\right)$ ，

$\therefore$ 函数 $F(x) = f(x) - kx$ ($x \in D$) 有两个零点”是“ $k > \frac{1}{2}$ ”的充分不必要条件，

故选 A.



【点睛】

本题主要考查了函数零点的判定，考查数学转化思想方法与数形结合的解题思想方法，训练了利用导数研究过曲线上某点处的切线方程，试题有一定的综合性，属于中档题.

7、C

【解析】

推导出 $f(2019) = f(403 \times 5 + 4) = f(4) = f(-1) = \log_2 2$ ，由此能求出 $f(2019)$ 的值.

【详解】

∵定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x) & x \leq 0 \\ f(x-5) & x > 0 \end{cases}$,

∴ $f(2019) = f(403 \times 5 + 4) = f(4) = f(-1) = \log_2 2 = 1$, 故选 C.

【点睛】

本题主要考查函数值的求法, 解题时要认真审题, 注意函数性质的合理运用, 属于中档题.

8、A

【解析】

利用 $P = \frac{n_A}{n}$ 计算即可, 其中 n_A 表示事件 A 所包含的基本事件个数, n 为基本事件总数.

【详解】

从 7 本作业本中任取两本共有 C_7^2 种不同的结果, 其中, 小明取到的均是自己的作业本有 C_3^2 种不同结果,

由古典概型的概率计算公式, 小明取到的均是自己的作业本的概率为 $\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{1}{7}$.

故选: A.

【点睛】

本题考查古典概型的概率计算问题, 考查学生的基本运算能力, 是一道基础题.

9、C

【解析】

根据程序图, 当 $x < 0$ 时结束对 x 的计算, 可得 y 值.

【详解】

由题 $x=3$, $x=x-2=3-1$, 此时 $x > 0$ 继续运行, $x=1-2=-1 < 0$, 程序运行结束, 得 $y = e^{-1}$, 故选 C.

【点睛】

本题考查程序框图, 是基础题.

10、D

【解析】

可判断函数为奇函数, 先讨论当 $x > 0$ 且 $x \neq 1$ 时的导数情况, 再画出函数大致图形, 将所求区间端点值分别看作对应常函数, 再由图形确定具体自变量范围即可求解

【详解】

当 $x > 0$ 且 $x \neq 1$ 时, $f'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$. 令 $f'(x) = 0$ 得 $x = e$. 可得 $f'(x)$ 和 $f(x)$ 的变化情况如下表:

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/177066116033006161>