

2025 届安徽省凤阳县二中高三（最后冲刺）数学试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 某地区高考改革，实行“3+2+1”模式，即“3”指语文、数学、外语三门必考科目，“1”指在物理、历史两门科目中必选一门，“2”指在化学、生物、政治、地理以及除了必选一门以外的历史或物理这五门学科中任意选择两门学科，则一名学生的不同选科组合有（ ）

- A. 8 种 B. 12 种 C. 16 种 D. 20 种

2. 已知点 P 在椭圆 $\tau: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上，点 P 在第一象限，点 P 关于原点 O 的对称点为 A ，点 P 关于 x 轴的对称点为 Q ，设 $\overrightarrow{PD} = \frac{3}{4} \overrightarrow{PQ}$ ，直线 AD 与椭圆 τ 的另一个交点为 B ，若 $PA \perp PB$ ，则椭圆 τ 的离心率 $e =$ （ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

3. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则“ $a_1 < 0$ ”是“ $S_{2021} < 0$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知函数 $f(x) = me^{mx} - \ln x$ ，当 $x > 0$ 时， $f(x) > 0$ 恒成立，则 m 的取值范围为（ ）

- A. $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$ B. $\left(\frac{1}{e}, e\right)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, e)$

5. 已知集合 $A = \left\{x \mid y = \lg \sin x + \sqrt{9 - x^2}\right\}$ ，则 $f(x) = \cos 2x + 2 \sin x$ ， $x \in A$ 的值域为（ ）

- A. $\left[1, \frac{3}{2}\right]$ B. $\left(1, \frac{3}{2}\right]$ C. $\left(-1, \frac{1}{2}\right]$ D. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 2\right)$

6. 若 $x > 0, y > 0$ ，则“ $x + 2y = 2\sqrt{2xy}$ ”的一个充分不必要条件是

- A. $x = y$ B. $x = 2y$
C. $x = 2$ 且 $y = 1$ D. $x = y$ 或 $y = 1$

7. 已知复数 z 满足 $z \cdot (1 + 2i) = 5$ (i 为虚数单位)，则在复平面内复数 z 对应的点位于（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

8. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F, G 分别为棱 A_1D_1, D_1D, A_1B_1 的中点, 给出下列命题 ① $AC_1 \perp EG$;

② $GC \parallel ED$; ③ $B_1F \perp$ 平面 BGC_1 ; ④ EF 和 BB_1 成角为 $\frac{\pi}{4}$. 正确命题的个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

9. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y \geq 0 \\ x+y \leq 2 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z=2x+y$ 的最大值为

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. 若平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, 满足 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=4, \vec{a} \cdot \vec{b}=4, |\vec{c}-\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}$, 则 $|\vec{c}-\vec{b}|$ 的最大值为 ()

- A. $5\sqrt{2}+\sqrt{3}$ B. $5\sqrt{2}-\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{13}+\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{13}-\sqrt{3}$

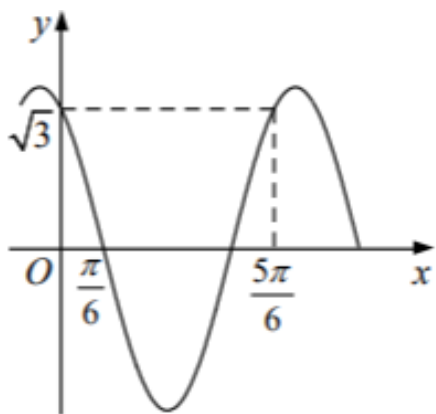
11. 学业水平测试成绩按照考生原始成绩从高到低分为 A, B, C, D, E 五个等级. 某班共有 36 名学生且全部选考物理、化学两科, 这两科的学业水平测试成绩如图所示. 该班学生中, 这两科等级均为 A 的学生有 5 人, 这两科中仅有一科等级为 A 的学生, 其另外一科等级为 B , 则该班 ()

等级 科目	A	B	C	D	E
物理	10	16	9	1	0
化学	8	19	7	2	0

- A. 物理化学等级都是 B 的学生至多有 12 人
 B. 物理化学等级都是 B 的学生至少有 5 人
 C. 这两科只有一科等级为 B 且最高等级为 B 的学生至多有 18 人
 D. 这两科只有一科等级为 B 且最高等级为 B 的学生至少有 1 人

12. 函数 $g(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, 0 < \varphi < 2\pi$) 的部分图象如图所示, 已知 $g(0) = g\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$, 函数 $y = f(x)$

的图象可由 $y = g(x)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度而得到, 则函数 $f(x)$ 的解析式为 ()



- A. $f(x) = 2\sin 2x$ B. $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
- C. $f(x) = -2\sin x$ D. $f(x) = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

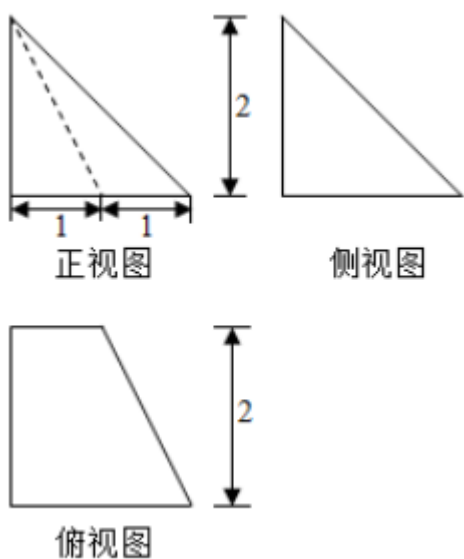
13. 已知实数 x, y 满足 $(2x - y)^2 + 4y^2 = 1$, 则 $2x + y$ 的最大值为_____.

14. 在边长为 4 的菱形 $ABCD$ 中, $A=60^\circ$, 点 P 在菱形 $ABCD$ 所在的平面内. 若 $PA=3, PC=\sqrt{21}$, 则

$\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PD} =$ _____.

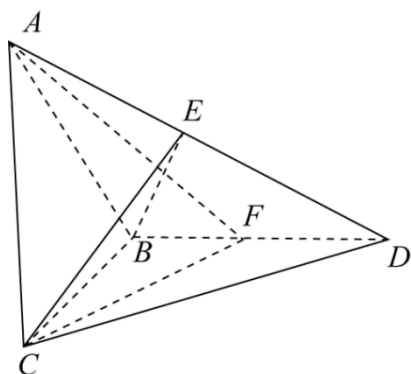
15. 在编号为 1, 2, 3, 4, 5 且大小和形状均相同的五张卡片中, 一次随机抽取其中的三张, 则抽取的三张卡片编号之和是偶数的概率为_____.

16. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积是_____ cm^3 ; 最长棱的长度是_____ cm .



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 如图所示, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB=BC=BD=2$, $AD=2\sqrt{3}$, $\angle CBA=\angle CBD=\frac{\pi}{2}$, 点 E 为 AD 中点.



- (1) 求证: 平面 $ACD \perp$ 平面 BCE ;
- (2) 若点 F 为 BD 中点, 求平面 BCE 与平面 ACF 所成锐二面角的余弦值.
18. (12分) 以直角坐标系 xOy 的原点为极坐标系的极点, x 轴的正半轴为极轴. 已知曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho = 4\cos\theta + 8\sin\theta$, P 是 C_1 上一动点, $\vec{OP} = 2\vec{OQ}$, 点 Q 的轨迹为 C_2 .
- (1) 求曲线 C_2 的极坐标方程, 并化为直角坐标方程;
- (2) 若点 $M(0,1)$, 直线 l 的参数方程 $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = 1 + t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l 与曲线 C_2 的交点为 A, B , 当 $|MA| + |MB|$ 取最小值时, 求直线 l 的普通方程.
19. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - \ln(x+m) + m, m \in R$.
- (1) 若 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的极值点, 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 当 $m \leq 2$ 时, 证明: $f(x) > m$
20. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且点 $(n, S_n) (n \in N^*)$ 在函数 $y = 2^{x+1} - 2$ 的图像上;
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_1 = 0, b_{n+1} + b_n = a_n$, 求 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (3) 在第(2)问的条件下, 若对于任意的 $n \in N^*$, 不等式 $b_n < \lambda b_{n+1}$ 恒成立, 求实数 λ 的取值范围;
21. (12分) 已知函数 $f(x) = \ln x - xe^x + ax (a \in R)$.
- (1) 若函数 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若 $a=1$, 求 $f(x)$ 的最大值.

22. (10 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$, $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n^2 + n$, $\{b_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 且 $b_3 = \frac{1}{25}$, $b_1 + b_2 + b_3 = \frac{31}{25}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{a_n - 4b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

分两类进行讨论: 物理和历史只选一门; 物理和历史都选, 分别求出两种情况对应的组合数, 即可求出结果.

【详解】

若一名学生只选物理和历史中的一门, 则有 $C_2^1 C_4^2 = 12$ 种组合;

若一名学生物理和历史都选, 则有 $C_4^1 = 4$ 种组合;

因此共有 $12 + 4 = 16$ 种组合.

故选 C

【点睛】

本题主要考查两个计数原理, 熟记其计数原理的概念, 即可求出结果, 属于常考题型.

2、C

【解析】

设 $P(x_1, y_1)$, 则 $A(-x_1, -y_1)$, $Q(x_1, -y_1)$, $D\left(x_1, -\frac{y_1}{2}\right)$, 设 $B(x_2, y_2)$, 根据 $PA \perp PB$ 化简得到 $3a^2 = 4c^2$, 得到

答案.

【详解】

设 $P(x_1, y_1)$, 则 $A(-x_1, -y_1)$, $Q(x_1, -y_1)$, $\overrightarrow{PD} = \frac{3}{4} \overrightarrow{PQ}$, 则 $D\left(x_1, -\frac{y_1}{2}\right)$, 设 $B(x_2, y_2)$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \\ \frac{x_2^2}{a^2} + \frac{y_2^2}{b^2} = 1 \end{cases}, \text{两式相减得到: } \frac{(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)}{a^2} = -\frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{b^2},$$

$$k_{PB} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}, \quad k_{AD} = k_{AB}, \quad \text{即} \frac{y_1}{4x_1} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2}, \quad k_{PA} = \frac{y_1}{x_1} = \frac{4(y_1 + y_2)}{x_1 + x_2},$$

$$PA \perp PB, \text{ 故 } k_{PA} \cdot k_{PB} = -1, \text{ 即 } -4 \frac{b^2}{a^2} = -1, \text{ 故 } 3a^2 = 4c^2, \text{ 故 } e = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

故选: C.

【点睛】

本题考查了椭圆的离心率,意在考查学生的计算能力和转化能力.

3、C

【解析】

根据等比数列的前 n 项和公式,判断出正确选项.

【详解】

由于数列 $\{a_n\}$ 是等比数列,所以 $S_{2021} = a_1 \cdot \frac{1-q^{2021}}{1-q}$, 由于 $\frac{1-q^{2021}}{1-q} > 0$, 所以

$a_1 < 0 \Leftrightarrow S_{2021} < 0$, 故“ $a_1 < 0$ ”是“ $S_{2021} < 0$ ”的充分必要条件.

故选: C

【点睛】

本小题主要考查充分、必要条件的判断,考查等比数列前 n 项和公式,属于基础题.

4、A

【解析】

分析可得 $m > 0$, 显然 $me^{mx} - \ln x > 0$ 在 $(0, 1]$ 上恒成立, 只需讨论 $x > 1$ 时的情况即

可, $f(x) > 0 \Leftrightarrow me^{mx} > \ln x \Leftrightarrow mxe^{mx} > e^{\ln x} \ln x$, 然后构造函数 $g(x) = xe^x (x > 0)$, 结合 $g(x)$ 的单调性, 不等式等价于 $mx > \ln x$, 进而求得 m 的取值范围即可.

【详解】

由题意, 若 $m \leq 0$, 显然 $f(x)$ 不是恒大于零, 故 $m > 0$.

$m > 0$, 则 $me^{mx} - \ln x > 0$ 在 $(0, 1]$ 上恒成立;

当 $x > 1$ 时, $f(x) > 0$ 等价于 $me^{mx} > \ln x$,

因为 $x > 1$, 所以 $mx e^{mx} > e^{\ln x} \ln x$.

设 $g(x) = x e^x (x > 0)$, 由 $g'(x) = e^x (1 + x)$, 显然 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

因为 $mx > 0, \ln x > 0$, 所以 $mx e^{mx} > e^{\ln x} \ln x$ 等价于 $g(mx) > g(\ln x)$, 即 $mx > \ln x$, 则 $m > \frac{\ln x}{x}$.

设 $h(x) = \frac{\ln x}{x} (x > 0)$, 则 $h'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2} (x > 0)$.

令 $h'(x) = 0$, 解得 $x = e$, 易得 $h(x)$ 在 $(0, e)$ 上单调递增, 在 $(e, +\infty)$ 上单调递减,

从而 $h(x)_{\max} = h(e) = \frac{1}{e}$, 故 $m > \frac{1}{e}$.

故选: A.

【点睛】

本题考查了不等式恒成立问题, 利用函数单调性是解决本题的关键, 考查了学生的推理能力, 属于基础题.

5、A

【解析】

先求出集合 $A = (0, 3]$, 化简 $f(x) = -2\sin^2 x + 2\sin x + 1$, 令 $\sin x = t \in (0, 1]$, 得 $g(t) = -2t^2 + 2t + 1$ 由二次函数的性质即可得值域.

【详解】

由 $\begin{cases} \sin x > 0 \\ 9 - x^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < x \leq 3$, 得 $A = (0, 3]$, $f(x) = \cos 2x + 2\sin x = -2\sin^2 x + 2\sin x + 1$, 令 $\sin x = t$,

$\forall x \in (0, 3]$, $\therefore t \in (0, 1]$, 所以得 $g(t) = -2t^2 + 2t + 1$, $g(t)$ 在 $(0, \frac{1}{2})$ 上递增, 在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 上递减,

$g(1) = 1, g(\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$, 所以 $g(t) \in [1, \frac{3}{2}]$, 即 $f(x)$ 的值域为 $[1, \frac{3}{2}]$

故选 A

【点睛】

本题考查了二次不等式的解法、二次函数最值的求法, 换元法要注意新变量的范围, 属于中档题

6、C

【解析】

$\because x > 0, y > 0$,

$\therefore x + 2y \geq 2\sqrt{2xy}$, 当且仅当 $x = 2y$ 时取等号.

故“ $x = 2$, 且 $y = 1$ ”是“ $x + 2y = 2\sqrt{2xy}$ ”的充分不必要条件. 选 C.

7、D

【解析】

根据复数运算，求得 z ，再求其对应点即可判断.

【详解】

$$Qz = \frac{5}{1+2i} = 1-2i, \text{ 故其对应点的坐标为 } (1, -2).$$

其位于第四象限.

故选：D.

【点睛】

本题考查复数的运算，以及复数对应点的坐标，属综合基础题.

8、C

【解析】

建立空间直角坐标系，利用向量的方法对四个命题逐一分析，由此得出正确命题的个数.

【详解】

设正方体边长为2，建立空间直角坐标系如下图所示， $A(2,0,0), C_1(0,2,2), G(2,1,2),$

$C(0,2,0), E(1,0,2), D(0,0,0), B_1(2,2,2), F(0,0,1), B(2,2,0).$

①， $\overrightarrow{AC_1} = (-2, 2, 2), \overrightarrow{EG} = (1, 1, 0), \overrightarrow{AC_1} \cdot \overrightarrow{EG} = -2 + 2 + 0 = 0$ ，所以 $AC_1 \perp EG$ ，故①正确.

②， $\overrightarrow{GC} = (-2, 1, -2), \overrightarrow{ED} = (-1, 0, -2)$ ，不存在实数 λ 使 $\overrightarrow{GC} = \lambda \overrightarrow{ED}$ ，故 $GC \nparallel ED$ 不成立，故②错误.

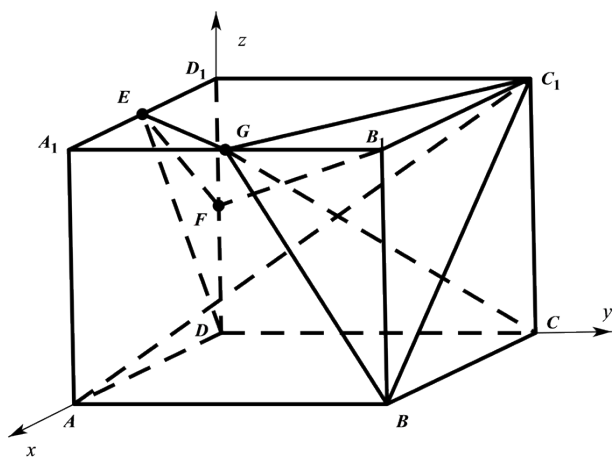
③， $\overrightarrow{B_1F} = (-2, -2, -1), \overrightarrow{BG} = (0, -1, 2), \overrightarrow{BC_1} = (-2, 0, 2), \overrightarrow{B_1F} \cdot \overrightarrow{BG} = 0, \overrightarrow{B_1F} \cdot \overrightarrow{BC_1} = 2 \neq 0$ ，故 $B_1F \perp$ 平面 BGC_1 不成立，故③错误.

④， $\overrightarrow{EF} = (-1, 0, -1), \overrightarrow{BB_1} = (0, 0, 2)$ ，设 EF 和 BB_1 成角为 θ ，则 $\cos \theta = \frac{|\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{BB_1}|}{|\overrightarrow{EF}| \cdot |\overrightarrow{BB_1}|} = \frac{|-2|}{\sqrt{2} \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，由于

$\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ ，所以 $\theta = \frac{\pi}{4}$ ，故④正确.

综上所述，正确的命题有2个.

故选：C



【点睛】

本小题主要考查空间线线、线面位置关系的向量判断方法，考查运算求解能力，属于中档题.

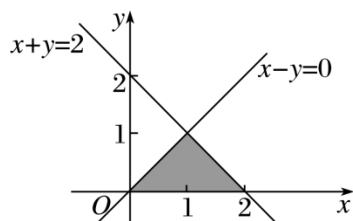
9、D

【解析】

作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，利用数形结合即可得到结论.

【详解】

作出不等式组表示的平面区域如下图所示中阴影部分所示，



$z = 2x + y$ 等价于 $y = -2x + z$ ，作直线 $y = -2x$ ，向上平移，

易知当直线经过点 $(2,0)$ 时 z 最大，所以 $z_{\max} = 2 \times 2 + 0 = 4$ ，故选 D.

【点睛】

本题主要考查线性规划的应用，利用目标函数的几何意义，结合数形结合的数学思想是解决此类问题的基本方法.

10、C

【解析】

可根据题意把要求的向量重新组合成已知向量的表达，利用向量数量积的性质，化简为三角函数最值.

【详解】

由题意可得：

$$\vec{c} - \vec{b} = (\vec{c} - \vec{a} + \vec{b}) + (\vec{a} - 2\vec{b}),$$

$$Q |\vec{a} - 2\vec{b}|^2 = (\vec{a} - 2\vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 + 4 \times 16 - 4 \times 4 = 52$$

$$\therefore |\vec{a} - 2\vec{b}| = 2\sqrt{13},$$

$$\begin{aligned} \therefore |\vec{c} - \vec{b}|^2 &= (\vec{c} - \vec{b})^2 = [(\vec{c} - \vec{a} + \vec{b}) + (\vec{a} - 2\vec{b})]^2 = |(\vec{c} - \vec{a} + \vec{b}) + (\vec{a} - 2\vec{b})|^2 \\ &= |\vec{c} - \vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} - 2\vec{b}|^2 + 2 \cdot |\vec{c} - \vec{a} + \vec{b}| \cdot |\vec{a} - 2\vec{b}| \cdot \cos \langle \vec{c} - \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - 2\vec{b} \rangle \\ &= 3 + 52 + 2 \times \sqrt{3} \times 2\sqrt{13} \times \cos \langle \vec{c} - \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - 2\vec{b} \rangle \\ &= 55 + 4\sqrt{39} \times \cos \langle \vec{c} - \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} - 2\vec{b} \rangle \\ &\geq 55 + 4\sqrt{39} \end{aligned}$$

$$Q \ 55 + 4\sqrt{39} = 52 + 2 \times 2\sqrt{13} \times \sqrt{3} + 3 = (2\sqrt{13} + \sqrt{3})^2,$$

故选：C

【点睛】

本题主要考查根据已知向量的模求未知向量的模的方法技巧,把要求的向量重新组合成已知向量的表达是本题的关键点.本题属中档题.

11、D

【解析】

根据题意分别计算出物理等级为A，化学等级为B的学生人数以及物理等级为B，化学等级为A的学生人数，结合表格中的数据分析，可得出合适的选项.

【详解】

根据题意可知，36名学生减去5名全A和一科为A另一科为B的学生 $10 - 5 + 8 - 5 = 8$ 人（其中物理A化学B的有5人，物理B化学A的有3人），

表格变为：

	A	B	C	D	E
物理	$10 - 5 - 5 = 0$	$16 - 3 = 13$	9	1	0
化学	$8 - 5 - 3 = 0$	$19 - 5 = 14$	7	2	0

对于A选项，物理化学等级都是B的学生至多有13人，A选项错误；

对于B选项，当物理C和D，化学都是B时，或化学C和D，物理都是B时，物理、化学都是B的人数最少，至少为 $13 - 7 - 2 = 4$ （人），B选项错误；

对于C选项，在表格中，除去物理化学都是B的学生，剩下的都是一科为B且最高等级为B的学生，因为都是B的学生最少4人，所以一科为B且最高等级为B的学生最多为 $13 + 9 + 1 - 4 = 19$ （人），

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/178023060045007045>