

2024 届云南省保山市重点中学高考模拟训练题（一）数学试题试卷

注意事项：

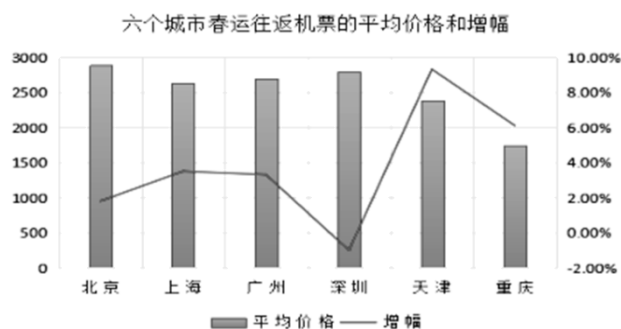
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边， $a \cos C + \sqrt{3}c \sin A = b + c$ ，则 $A =$ （ ）

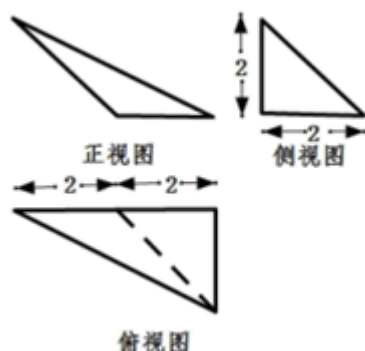
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

2. 下图是民航部门统计的某年春运期间，六个城市售出的往返机票的平均价格（单位元），以及相比于上一年同期价格变化幅度的数据统计图，以下叙述不正确的是（ ）



- A. 深圳的变化幅度最小，北京的平均价格最高
- B. 天津的往返机票平均价格变化最大
- C. 上海和广州的往返机票平均价格基本相当
- D. 相比于上一年同期，其中四个城市的往返机票平均价格在增加

3. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体中的最长棱长为（ ）



- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{7}$

4. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_8=16$ ， $a_6=1$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的公差为 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

5. 双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$ ，那么它的离心率为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

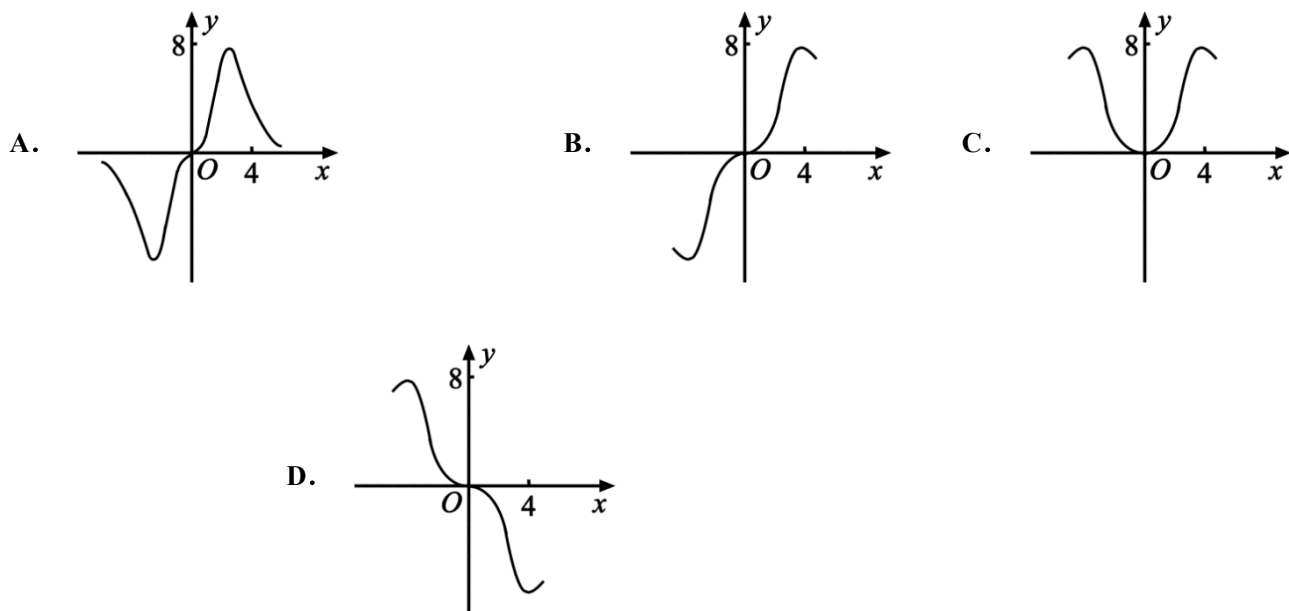
6. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 15 > 0\}$ ， $B = \{x | 0 < x < 7\}$ ，则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cup B$ 等于 ()

- A. $[-5, 7)$ B. $[-3, 7)$ C. $(-3, 7)$ D. $(-5, 7)$

7. 体育教师指导 4 个学生训练转身动作，预备时，4 个学生全部面朝正南方向站成一排.训练时，每次都让 3 个学生“向后转”，若 4 个学生全部转到面朝正北方向，则至少需要“向后转”的次数是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. 函数 $y = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$ 在 $[-6, 6]$ 的图像大致为



9. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x + y \geq -1 \\ x - 2y \leq -1 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \end{cases}$ ，则 $2x - 3y + 4$ 的最大值为 ()

- A. -1 B. -2 C. 3 D. 2

10. 我们熟悉的卡通形象“哆啦 A 梦”的长宽比为 $\sqrt{2} : 1$

在东方文化中通常称这个比例为“白银比例”，该比例在设计和建筑领域有着广泛的应用.已知某电波塔自下而上依次建有第一展望台和第二展望台，塔顶到塔底的高度与第二展望台到塔底的高度之比，第二展望台到塔底的高度与第一展望台到塔底的高度之比皆等于“白银比例”，若两展望台间高度差为 100 米，则下列选项中与该塔的实际高度最接近的是（ ）

- A. 400 米** **B. 480 米**
C. 520 米 **D. 600 米**

11. 抛物线方程为 $y^2 = 4x$, 一直线与抛物线交于 A, B 两点, 其弦 AB 的中点坐标为 $(1, 1)$, 则直线的方程为 ()

- A.** $2x - y - 1 = 0$ **B.** $2x + y - 1 = 0$ **C.** $2x - y + 1 = 0$ **D.** $-2x - y - 1 = 0$

12. 已知函数 $f(x) = 3\sin(\omega x + \varphi)$, ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$), 若 $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0$, 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒有 $f(x) \leq \left|f\left(\frac{\pi}{3}\right)\right|$, 在

区间 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个 x_1 使 $f(x_1) = 3$, 则 ω 的最大值为 ()

- A. $\frac{123}{4}$ B. $\frac{111}{4}$ C. $\frac{105}{4}$ D. $\frac{117}{4}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 抛物线 $y^2 = 4x$ 上到其焦点的距离为1的点的个数为_____.

14. 已知抛物线 $C: y^2 = 16x$ 的对称轴与准线的交点为 M ，直线 $l: y = kx - 4k$ 与 C 交于 A, B 两点，若

$|AM| = 4|BM|$, 则实数 $k =$ _____.

15. 能说明“若 $f(x+1) < f(x)$ 对于任意的 $x \in (0, +\infty)$ 都成立, 则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数”为假命题的一个函数是 _____.

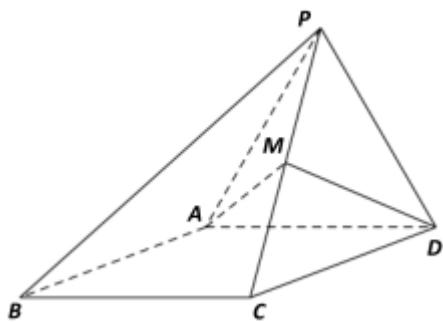
16. 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 2, 侧棱长为 $\sqrt{3}$, D 为 BC 中点, 则三棱锥 $A-B_1DC_1$ 的体积为 _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图,四棱锥 $P-ABCD$,侧面 PAD 是边长为 2 的正三角形,且与底面垂直,底面 $ABCD$ 是 $\angle ABC = 60^\circ$ 的菱形, M 为棱 PC 上的动点,且 $\frac{PM}{PC} = \lambda (\lambda \in [0,1])$.

(I)求证: $\triangle PBC$ 为直角三角形;

(II) 试确定 λ 的值, 使得二面角 $P-AD-M$ 的平面角余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

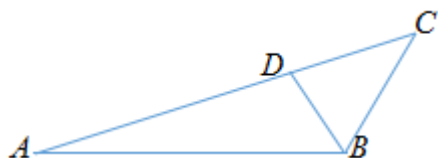


18. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x - x$, $g(x) = (x+k)\ln(x+k) - x$.

(1) 若 $k=1$, $f'(t) = g'(t)$, 求实数 t 的值.

(2) 若 $a, b \in \mathbb{R}^+$, $f(a) + g(b) \geq f(0) + g(0) + ab$, 求正实数 k 的取值范围.

19. (12 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > BC$, $\angle ABC = 120^\circ$, $AB = 3$, $\angle ABC$ 的角平分线与 AC 交于点 D , $BD = 1$.



(I) 求 $\sin A$;

(II) 求 $\triangle BCD$ 的面积.

20. (12 分) 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 它的四个顶点构成的四边形面积为 $2\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 P 是直线 $x = a^2$ 上任意一点, 过点 P 作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的两条切线, 切点分别为 M , N , 求证: 直线 MN 恒过一个定点.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x+2| + |x-3|$.

(1) 解不等式 $f(x) \leq 3x - 2$;

(2) 若函数 $f(x)$ 最小值为 M , 且 $2a + 3b = M$ ($a > 0, b > 0$), 求 $\frac{1}{2a+1} + \frac{3}{b+1}$ 的最小值.

22. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右准线方程为 $x=2$, 且两焦点与短轴的一个

个顶点构成等腰直角三角形.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 假设直线 $l: \square = \square\square + \square$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点. ①若 A 为椭圆的上顶点, M 为线段 AB 中点, 连接 OM 并延长交椭圆 C 于 N , 并且 $\overrightarrow{ON} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{OM}$, 求 OB 的长 ②若原点 O 到直线 l 的距离为 1, 并且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \square$, 当 $\frac{4}{5} \leq \square \leq \frac{5}{6}$

时, 求 $\triangle OAB$ 的面积 S 的范围.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

原式由正弦定理化简得 $\sqrt{3} \sin C \sin A = \cos A \sin C + \sin C$, 由于 $\sin C \neq 0$, $0 < A < \pi$ 可求 A 的值.

【详解】

解: 由 $a \cos C + \sqrt{3}c \sin A = b + c$ 及正弦定理得 $\sin A \cos C + \sqrt{3} \sin C \sin A = \sin B + \sin C$.

因为 $B = \pi - A - C$, 所以 $\sin B = \sin A \cos C + \cos A \sin C$ 代入上式化简得 $\sqrt{3} \sin C \sin A = \cos A \sin C + \sin C$.

由于 $\sin C \neq 0$, 所以 $\sin\left(A - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

又 $0 < A < \pi$, 故 $A = \frac{\pi}{3}$.

故选: C.

【点睛】

本题主要考查正弦定理解三角形, 三角函数恒等变换等基础知识; 考查运算求解能力, 推理论证能力, 属于中档题.

2、D

【解析】

根据条形图可折线图所包含的数据对选项逐一分析, 由此得出叙述不正确的选项.

【详解】

对于 A 选项, 根据折线图可知深圳的变化幅度最小, 根据条形图可知北京的平均价格最高, 所以 A 选项叙述正确.

对于 B 选项, 根据折线图可知天津的往返机票平均价格变化最大, 所以 B 选项叙述正确.

对于 C 选项, 根据条形图可知上海和广州的往返机票平均价格基本相当, 所以 C 选项叙述正确.

对于 D 选项，根据折线图可知相比于上一年同期，除了深圳外，另外五个城市的往返机票平均价格在增加，故 D 选项叙述错误.

故选：D

【点睛】

本小题主要考查根据条形图和折线图进行数据分析，属于基础题.

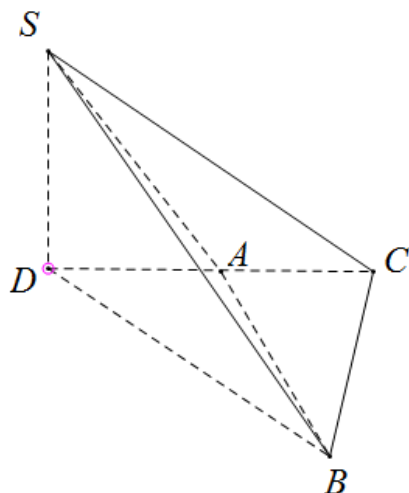
3、C

【解析】

根据三视图，可得该几何体是一个三棱锥 $S-ABC$ ，并且平面 $SAC \perp$ 平面 ABC ， $AC \perp BC$ ，过 S 作 $SD \perp AC$ ，连接 BD ， $AD = 2$ ， $AC = 2$ ， $BC = 2$ ， $SD = 2$ ，再求得其它的棱长比较下结论.

【详解】

如图所示：



由三视图得：该几何体是一个三棱锥 $S-ABC$ ，且平面 $SAC \perp$ 平面 ABC ， $AC \perp BC$ ，

过 S 作 $SD \perp AC$ ，连接 BD ，则 $AD = 2$ ， $AC = 2$ ， $BC = 2$ ， $SD = 2$ ，

所以 $BD = \sqrt{DC^2 + BC^2} = \sqrt{20}$ ， $SB = \sqrt{SD^2 + BD^2} = 2\sqrt{6}$ ， $SA = \sqrt{SD^2 + AD^2} = 2\sqrt{2}$ ，

$SC = \sqrt{SD^2 + AC^2} = 2\sqrt{5}$ ，

该几何体中的最长棱长为 $2\sqrt{6}$ 。

故选：C

【点睛】

本题主要考查三视图还原几何体，还考查了空间想象和运算求解的能力，属于中档题.

4、D

【解析】

根据等差数列公式直接计算得到答案.

【详解】

依题意, $S_8 = \frac{8(a_1 + a_8)}{2} = \frac{8(a_3 + a_6)}{2} = 16$, 故 $a_3 + a_6 = 4$, 故 $a_3 = 3$, 故 $d = \frac{a_6 - a_3}{3} = -\frac{2}{3}$, 故选: D.

【点睛】

本题考查了等差数列的计算, 意在考查学生的计算能力.

5、D

【解析】

根据双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$, 列出方程, 求出 m 的值即可.

【详解】

$\because$ 双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1 (m > c)$ 的一条渐近线方程为 $x + 2y = 0$,

可得 $\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{2}$, $\therefore m = 4$,

$\therefore$ 双曲线的离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选: D.

【点睛】

本小题主要考查双曲线离心率的求法, 属于基础题.

6、B

【解析】

解不等式确定集合 A , 然后由补集、并集定义求解.

【详解】

由题意 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 15 > 0\} = \{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$,

$\therefore \complement_{\mathbb{R}} A = \{x \mid -3 \leq x \leq 5\}$,

$(\complement_{\mathbb{R}} A) \cup B = \{x \mid -3 \leq x < 7\}$.

故选: B.

【点睛】

本题考查集合的综合运算，以及一元二次不等式的解法，属于基础题型。

7、B

【解析】

通过列举法，列举出同学的朝向，然后即可求出需要向后转的次数.

【详解】

“正面朝南”“正面朝北”分别用“ $\wedge$ ”“ $\vee$ ”表示，

利用列举法，可得下表，

原始状态	第 1 次“向后转”	第 2 次“向后转”	第 3 次“向后转”	第 4 次“向后转”
$\wedge\wedge\wedge\wedge$	$\wedge\vee\vee\vee$	$\vee\vee\wedge\wedge$	$\wedge\wedge\wedge\vee$	$\vee\vee\vee\vee$

可知需要的次数为 4 次.

故选：B.

【点睛】

本题考查的是求最小推理次数，一般这类题型构造较为巧妙，可通过列举的方法直观感受，属于基础题.

8、B

【解析】

由分子、分母的奇偶性，易于确定函数为奇函数，由 $f(4)$ 的近似值即可得出结果.

【详解】

设 $y = f(x) = \frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}}$ ，则 $f(-x) = \frac{2(-x)^3}{2^{-x} + 2^x} = -\frac{2x^3}{2^x + 2^{-x}} = -f(x)$ ，所以 $f(x)$ 是奇函数，图象关于原点成中心对称，

排除选项 C. 又 $f(4) = \frac{2 \times 4^3}{2^4 + 2^{-4}} > 0$ ，排除选项 D； $f(6) = \frac{2 \times 6^3}{2^6 + 2^{-6}} \approx 7$ ，排除选项 A，故选 B.

【点睛】

本题通过判断函数的奇偶性，缩小考察范围，通过计算特殊函数值，最后做出选择. 本题较易，注重了基础知识、基本计算能力的考查.

9、C

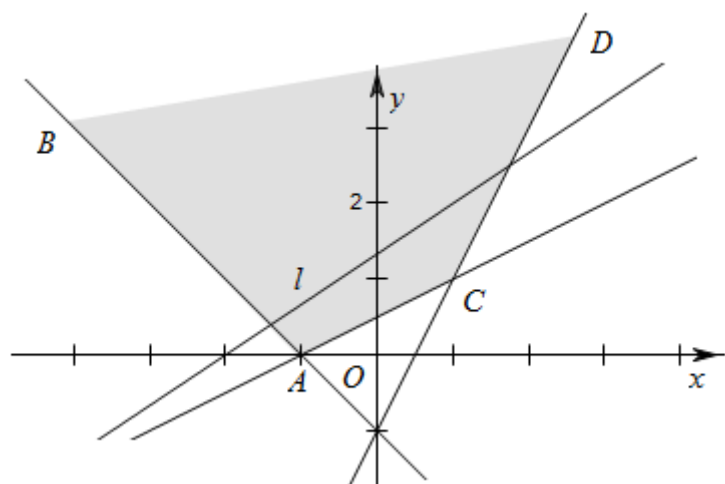
【解析】

作出可行域，直线目标函数对应的直线 l ，平移该直线可得最优解.

【详解】

作出可行域，如图由射线 AB ，线段 AC ，射线 CD 围成的阴影部分（含边界），作直线 $l: 2x - 3y + 4 = 0$ ，平移直线 l ，当 l 过点 $C(1,1)$ 时， $z = 2x - 3y + 4$ 取得最大值 1.

故选：C.



【点睛】

本题考查简单的线性规划问题，解题关键是作出可行域，本题要注意可行域不是一个封闭图形.

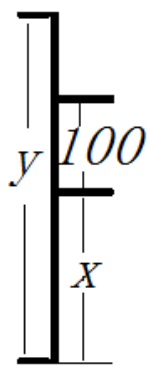
10、B

【解析】

根据题意，画出几何关系，结合各线段比例可先求得第一展望台和第二展望台的距离，进而由比例即可求得该塔的实际高度.

【详解】

设第一展望台到塔底的高度为 x 米，塔的实际高度为 y 米，几何关系如下图所示：



由题意可得 $\frac{100+x}{x} = \sqrt{2}$ ，解得 $x = 100(\sqrt{2} + 1)$ ；

且满足 $\frac{y}{x+100} = \sqrt{2}$ ，

故解得塔高 $y = (x+100)\sqrt{2} = 200(\sqrt{2} + 1) \approx 480$ 米，即塔高约为 480 米.

故选：B

【点睛】

本题考查了对中国文化的理解与简单应用，属于基础题.

11、A

【解析】

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 利用点差法得到 $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4}{2} = 2$, 所以直线 AB 的斜率为 2, 又过点 $(1, 1)$, 再利用点斜式

即可得到直线 AB 的方程.

【详解】

解: 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, $\therefore y_1 + y_2 = 2$,

又 $\begin{cases} y_1^2 = 4x_1 \\ y_2^2 = 4x_2 \end{cases}$, 两式相减得: $y_1^2 - y_2^2 = 4(x_1 - x_2)$,

$\therefore (y_1 + y_2)(y_1 - y_2) = 4(x_1 - x_2)$,

$\therefore \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4}{2} = 2$,

$\therefore$ 直线 AB 的斜率为 2, 又 $\therefore$ 过点 $(1, 1)$,

$\therefore$ 直线 AB 的方程为: $y - 1 = 2(x - 1)$, 即 $2x - y - 1 = 0$,

故选: A.

【点睛】

本题考查直线与抛物线相交的中点弦问题, 解题方法是“点差法”, 即设出弦的两端点坐标, 代入抛物线方程相减后可把弦所在直线斜率与中点坐标建立关系.

12、C

【解析】

根据 $f(x)$ 的零点和最值点列方程组, 求得 ω, φ 的表达式 (用 k 表示), 根据 $f(x_1)$ 在 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个最大值,

求得 ω 的取值范围, 求得对应 k 的取值范围, 由 k 为整数对 k 的取值进行验证, 由此求得 ω 的最大值.

【详解】

由题意知 $\begin{cases} -\frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_1\pi, \\ \frac{\pi}{3}\omega + \varphi = k_2\pi + \frac{\pi}{2}, \end{cases} k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$, 则 $\begin{cases} \omega = \frac{3(2k+1)}{4}, \\ \varphi = \frac{(2k'+1)\pi}{4}, \end{cases}$ 其中 $k = k_1 - k_2$, $k' = k_2 + k_1$.

又 $f(x_1)$ 在 $\left(\frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{5}\right)$ 上有且只有一个最大值, 所以 $\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{15} = \frac{2\pi}{15} \leq 2T$, 得 $0 < \omega \leq 30$, 即 $\frac{3(2k+1)}{4} \leq 30$, 所以

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/185102311112011304>