

贵阳市清华中学2024-2025学年高二上学期10月阶段考试数学试卷

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、选择题

1. 在平面直角坐标系 Oxy 中，直线 $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ 的倾斜角等于()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

2. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $M(1, -2, 3)$ 关于 yOz 平面对称的点的坐标是()

- A. $(-1, -2, 3)$ B. $(1, -2, -3)$ C. $(-1, 2, -3)$ D. $(1, 2, -3)$

3. 王伟在“国庆”节七天假期中每天的运动时长（单位：分钟）统计数据如下表，则()

日期	10月1日	10月2日	10月3日	10月4日	10月5日	10月6日	10月7日
运动时长	58	92	100	70	80	45	60

- A. 王伟这七天每天运动时长的平均数是73
B. 王伟这七天每天运动时长的中位数是75
C. 王伟这七天每天运动时长的第80百分位数是92
D. 王伟这七天每天运动时长的极差是45

4. 下列三角函数式的值不等于 $\frac{1}{2}$ 的是()

A. $\cos 75^\circ \cos 15^\circ - \sin 75^\circ \sin 15^\circ$

B. $2 \sin 75^\circ \cos 75^\circ$

C. $2 \cos^2 30^\circ - 1$

D. $\frac{\tan 22.5^\circ}{1 - \tan^2 22.5^\circ}$

5. 下列函数中，其图像不关于原点对称的是()

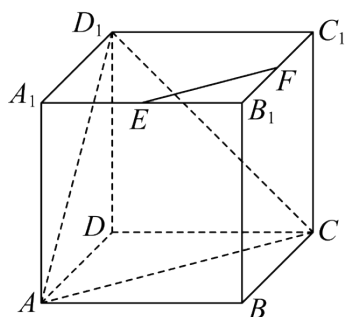
A. $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$

B. $f(x) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

C. $f(x) = \frac{e^{-x} - e^x}{2}$

D. $f(x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$

6. 如图, 在棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 A_1B_1, B_1C_1 的中点, 则直线 EF 到平面 D_1AC 的距离为()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

7. 已知 $a = \log_3 2$, $b = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$, $c = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{3}}$, 则实数 a, b, c 的大小关系正确的是()

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < b < a$ D. $c < a < b$

8. 口袋中有2个红球和2个白球(形状和大小完全相同), 从中随机不放回地依次摸出2个球, 设事件 A = “第1次摸出的是红球”, B = “第2次摸出的是红球”, C = “摸出的两个球均为红球”, D = “摸出的两个球颜色不同”则下列说法正确的是()

A. A 与 B 互斥

B. C 与 D 互为对立

C. $B \subseteq C$

D. A 与 D 相互独立

二、多项选择题

9. 经过点 $P(-1, 2)$, 且在两坐标轴上的截距相等的直线的方程是()

- A. $x + y - 1 = 0$ B. $x - y + 3 = 0$ C. $2x + y = 0$ D. $x + 2y - 3 = 0$

10. 若 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 是空间的一个基底, 则下列各组中能构成空间一个基底的有()

A. $\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}$

B. $\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}$

C. $\vec{a} + 2\vec{b}, 2\vec{b} + 3\vec{c}, 3\vec{a} - 9\vec{c}$

D. $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}, \vec{b}, \vec{c}$

11. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $\vec{AE} = \frac{1}{4}\vec{AA_1}$, $\vec{CF} = \frac{3}{4}\vec{CC_1}$, 则()

A. $\angle EBF$ 为钝角

B. $AD_1 \perp A_1C$

C. $ED \parallel$ 平面 B_1D_1F

D. 直线 EF 与平面 BB_1C_1C 所成角的正弦值为 $\frac{2}{3}$

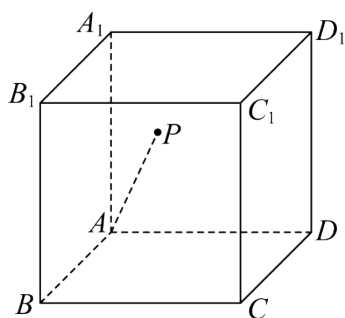
三、填空题

12. 已知直线 $l_1: ax + (2a-1)y - 1 = 0$ 与直线 $l_2: x - ay + 3 = 0$ 互相垂直, 则实数 a 的值为_____.

13. 已知圆 $C_1: (x+1)^2 + y^2 = 16$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 2mx + 6y + m^2 + 8 = 0$ 相交, 则实数 m 的取值范围是_____.

14. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, 若空间中的动点 P 满足

$\vec{AP} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AD} + \nu \vec{AA_1}$, $\lambda, \mu, \nu \in [0, 1]$, 则下列命题正确的是_____. (请用正确命题的序号作答)



①若 $\lambda = \mu = \nu = \frac{1}{2}$, 则二面角 $P-AB-C$ 的平面角为 $\frac{\pi}{4}$;

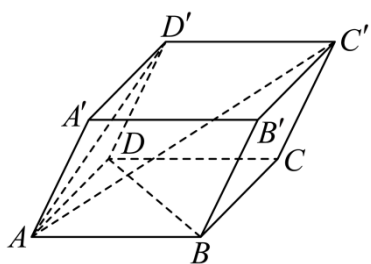
②若 $\lambda = \mu = \nu = \frac{1}{2}$, 则点 P 到平面 AB_1C 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$;

③若 $\lambda + \mu + \nu = \frac{1}{2}$, 则三棱锥 $P-BDA_1$ 的体积为 $\frac{1}{6}$;

④若 $\lambda + \mu - \nu = \frac{1}{2}$, 则动点 P 的轨迹构成的平面图形的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

四、解答题

15. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 2$, $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle BAA' = \angle DAA' = 60^\circ$. 求:



(1) AC' 的长;

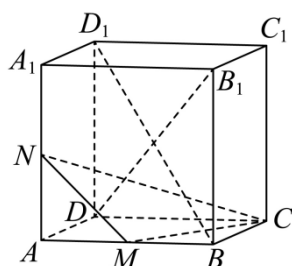
(2) AD' 与 BD 所成角的余弦值

16. 已知圆 C 的圆心 M 在直线 $y = -2x$ 上, 并且经过点 $P(0, -1)$, 与直线 $x - y - 1 = 0$ 相切

(1) 求圆 C 的方程;

(2) 经过点 $(2, 1)$ 的直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点, 若 $|AB| = 2$, 求直线 l 的方程

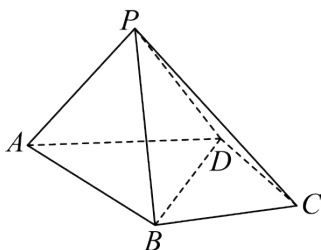
17. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AA_1 = \sqrt{2}AD = 2$, M 是 AB 的中点, N 是棱 AA_1 上一点



(1) 若 N 是 AA_1 的中点, 求证: $DB_1 \perp$ 平面 MNC ;

(2) 若 $BD_1 \parallel$ 平面 MNC , 求 AN 的长

18. 如图, 四棱锥 $P - ABCD$ 中, $\triangle ABD$ 是等边三角形, $PA = PB = PD$, $BC = CD$.



(1) 证明: $BD \perp PC$;

(2) 若 $BD = 2\sqrt{3}$, $CD = PA = \sqrt{7}$, 求平面 PAB 与平面 PCD 夹角的余弦值

19. 已知动点 $M(x, y)$ 与点 $P(3, 0)$ 的距离是它与原点 O 的距离的 2 倍

(1) 求动点 M 的轨迹 E 的方程;

(2) 求 $x - y$ 的最小值;

(3) 经过原点 O 的两条互相垂直的直线分别与轨迹 E 相交于 A, B 两点和 C, D

两点，求四边形 $ACBD$ 的面积 S 的最大值

参考答案

1. 答案：D

解析：设直线 $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ 的倾斜角为 $\alpha (0 \leq \alpha < \pi)$,

由直线 $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$, 可得斜率为 $k = -\frac{\sqrt{3}}{3}$,

即 $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, 所以 $\alpha = \frac{5\pi}{6}$, 故D正确

故选：D

2. 答案：A

解析：在空间直角坐标系中，

某点关于 yOz 平面的对称点在 y 轴、 z 轴上的坐标均不变，

x 轴上的坐标变为对应的相反数即可，

所以 $M(1, -2, 3)$ 关于 yOz 平面的对称点的坐标为 $(-1, -2, 3)$.

故选：A

3. 答案：C

解析：由题意：平均数为 $\frac{58+92+100+70+80+45+60}{7} = 72\frac{1}{7}$, A错；

从小到大排列为：45, 58, 60, 70, 80, 92, 100, 中位数是70, B错；

$7 \times 80\% = 5.6$, 第80百分位数是第6个数92, C正确；

极差是 $100 - 45 = 55$, D错，

故选：C

4. 答案：A

解析：对于选项A, 因为 $\cos 75^\circ \cos 15^\circ - \sin 75^\circ \sin 15^\circ$

$= \cos(75^\circ + 15^\circ) = \cos 90^\circ = 0$ 所以选项A正确，

对于选项B, 因为 $2 \sin 75^\circ \cos 75^\circ = \sin 150^\circ = \frac{1}{2}$, 所以选项B错误，

对于选项C, 因为 $2 \cos^2 30^\circ - 1 = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, 所以选项C错误，

对于选项D, 因为 $\frac{\tan 22.5^\circ}{1 - \tan^2 22.5^\circ} = \frac{1}{2} \tan 45^\circ = \frac{1}{2}$, 所以选项D错误，

故选：A.

5. 答案 : B

解析: A: 由 $f(-x) = (-x)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-x} = -\sqrt[3]{x} = -x^{\frac{1}{3}} = -f(x)$ 且定义域为 $\mathbf{R}$

所以函数图像关于原点对称;

B: 由 $f(x) = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\cos x$

则 $f(-x) = -\cos(-x) = -\cos x = f(x)$,

且定义域为 $\mathbf{R}$, 函数图像关于 y 轴对称, 且 $f(0) = -1$

故函数图像不关于原点对称;

C: 由 $f(-x) = \frac{e^{-(-x)} - e^{-x}}{2} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = -\frac{e^{-x} - e^x}{2} = -f(x)$ 且定义域为 $\mathbf{R}$

所以函数图像关于原点对称;

D: 由 $f(-x) = \ln \frac{1+x}{1-x} = -\ln \frac{1-x}{1+x} = -f(x)$ 且定义域为 $(-1, 1)$

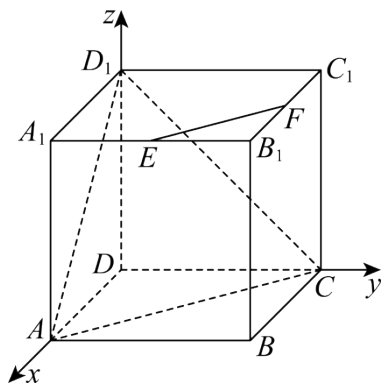
所以函数图像关于原点对称

故选: B

6. 答案 : B

解析: 以 D 为坐标原点, DA, DC, DD_1 所在直线为 x, y, z 轴

建立空间直角坐标系,



则 $D(0, 0, 0), A(1, 0, 0), D_1(0, 0, 1), C(0, 1, 0), E\left(1, \frac{1}{2}, 1\right), F\left(\frac{1}{2}, 1, 1\right)$,

则 $\overrightarrow{AD_1} = (-1, 0, 1), \overrightarrow{AC} = (-1, 1, 0), \overrightarrow{EF} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right)$,

设平面 D_1AC 的法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$,

$$\text{则} \begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AD_1} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}, \text{ 即} \begin{cases} -x + z = 0 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

令 $x=1$ ，则 $\vec{n}=(1,1,1)$ ，

由于 $\vec{n} \cdot \overrightarrow{EF} = (1,1,1) \cdot \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right) = 0$ ，则 $\vec{n} \perp \overrightarrow{EF}$ ，

又 $EF \not\subset$ 平面 D_1AC ，故 $EF \parallel$ 平面 D_1AC ，

则直线 EF 到平面 D_1AC 的距离即为点 E 到平面 D_1AC 的距离，

$$\text{又 } \overrightarrow{EA} = \left(0, -\frac{1}{2}, -1\right),$$

设点 E 到平面 D_1AC 的距离为 d

$$\text{即得 } d = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{EA}|}{|\vec{n}|} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

即直线 EF 到平面 D_1AC 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

故选：B

7. 答案：C

解析：因为 $a = \log_3 2 > \log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}$

$$b = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} < \frac{1}{2},$$

$$\text{所以 } a > b, \text{ 而 } b = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad c = \left(\frac{1}{25}\right)^{\frac{1}{3}},$$

$$\text{故我们构造指数函数 } f(x) = \left(\frac{1}{25}\right)^x$$

$$\text{得到 } b = f\left(\frac{1}{4}\right), \quad c = f\left(\frac{1}{3}\right)$$

由指数函数性质得 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，

因为 $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ ，所以 $c < b$

综上可得 $c < b < a$ ，故C正确

故选：C

8. 答案：D

解析：令2个红球和2个白球分别为 R_1, R_2, W_1, W_2

从中随机不放回地依次摸出2个球有：

$(R_1, R_2), (R_1, W_1), (R_1, W_2), (R_2, R_1), (R_2, W_1), (R_2, W_2), (W_1, R_1), (W_1, R_2), (W_1, W_2), (W_2, R_1), (W_2, R_2), (W_2, W_1)$ ，共12种，

事件A对应事件为 $(R_1, R_2), (R_1, W_1), (R_1, W_2), (R_2, R_1), (R_2, W_1), (R_2, W_2)$ ，有6种，

事件B对应事件为 $(R_1, R_2), (R_2, R_1), (W_1, R_1), (W_1, R_2), (W_2, R_1), (W_2, R_2)$ ，有6种，

事件C对应事件为 $(R_1, R_2), (R_2, R_1)$ ，有2种，

事件D对应事件为 $(R_1, W_1), (R_1, W_2), (R_2, W_1), (R_2, W_2), (W_1, R_1), (W_1, R_2),$

$(W_2, R_1), (W_2, R_2)$ ，有8种，

综上，A与B不互斥，C与D互斥但不对立

$C \subseteq B$ ，且 $P(A) = \frac{1}{2}, P(D) = \frac{2}{3}$ ，

事件AD对应事件为 $(R_1, W_1), (R_1, W_2), (R_2, W_1), (R_2, W_2)$ ，有4种

故 $P(AD) = \frac{1}{3}$ ，

所以 $P(A)P(D) = P(AD)$

故A、B、C错，D对

故选：D

9. 答案：AC

解析：

①当直线经过原点时，直线方程为 $y = -2x$ ，即 $2x + y = 0$ ；

②当直线不经过原点时，设所求的直线方程为 $x + y + a = 0$

则 $-1 + 2 + a = 0$ ，故 $a = -1$

因此所求的直线方程为 $x + y - 1 = 0$ ，

综上，符合的直线方程为 $2x + y = 0$ 或 $x + y - 1 = 0$ 。

故选：AC

10. 答案：ABD

解析：由已知 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ 不共面，则 $\vec{a}$ ， $2\vec{b}$ ， $3\vec{c}$ 不共面，A选项正确；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/186043020032011005>