

第3节 万有引力理论的成就

【知识梳理】

一、计算地球的质量

1. 原理

若不考虑地球自转的影响，地面上质量为 m 的物体所受的重力近似等于地球对物体的__引力__。

2. 关系式： $mg = G \frac{mM}{R^2}$

3. 结果：

地球的质量为： $M = \frac{gR^2}{G} = 5.96 \times 10^{24} \text{ kg}$

二、计算天体的质量

1. 计算太阳的质量

(1)原理：将行星的运动近似看作匀速圆周运动，行星做圆周运动的向心力由万有引力来提供。

(2)关系式： $G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$

(3)结果： $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ 。

2. 其他行星的质量计算

利用绕行星运转的卫星，若测出该卫星与行星间的距离和转动周期，同样可得出行星的质量。

三、发现未知天体

1. 海王星的发现

英国剑桥大学的学生亚当斯和法国年轻的天文学家勒维耶根据天王星的观测资料，利用万有引力定律计算出天王星外“新”行星的轨道。1846年9月23日，德国的伽勒在勒维耶预言的位置附近发现了这颗行星——海王星。

2. 其他天体的发现

近 100 年来，人们在海王星的轨道之外又发现了冥王星、阋神星等几个较大的天体。

【方法突破】

一、天体质量和密度的计算

■方法归纳

求天体质量和密度的几种方法

	情景及求解思路	结果
天体 质量 的计 算	① 已知所求星体的半径 R 及其表面的重力加速度 g ，则 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$	$M=\frac{gR^2}{G}$
	② 质量为 m 的行星绕所求星体做匀速圆周运动，万有引力提供行星所需的向心力，即 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2r=m(\frac{2\pi}{T})^2r$	① $M=\frac{rv^2}{G}$ ② $M=\frac{r^3\omega^2}{G}$ ③ $M=\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$
	$\rho=\frac{M}{V}=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$	$\rho=\frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}$ 当星球绕中心天体表面运行时， $r=R$ ： $\rho=\frac{3\pi}{GT^2}$

【例 1】“科学真是迷人”，天文学家已经测出月球表面的加速度 g 、月球的半径 R 和月球绕地球运转的周期 T 等数据，根据万有引力定律就可以“称量”月球的质量了。已知引力常数 G ，用 M 表示月球的质量。关于月球质量，下列说法正确的是（ ）

- A. $M=\frac{gR^2}{G}$ B. $M=\frac{GR^2}{g}$ C. $M=\frac{4\pi^2R^3}{GT^2}$ D. $M=\frac{T^2R^3}{4\pi^2G}$

【针对训练 1】2020 年 7 月 23 日，我国在海南文昌发射中心成功发射“天问一号”火星探测器。假设“天问一号”

绕火星做匀速圆周运动，除了引力常量外，至少还需要两个物理量才能计算出火星的质量，这两个物理量可以是“天问一号”的（ ）

- A. 运行周期和轨道半径 B. 质量和轨道半径
C. 质量和角速度 D. 运行周期和角速度

二、应用万有引力定律分析计算天体运动的问题

■方法归纳

1. 两条思路

(1) 万有引力提供天体运动的向心力，质量为 m 的行星绕质量为 M 的星体在半径为 r 的轨道上做匀速圆周运动时，由牛顿第二定律及圆周运动知识得 $G\frac{Mm}{r^2} = ma_n = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m(\frac{2\pi}{T})^2 r$ 。

(2) 黄金替换：质量为 m 的物体在地球(星体)表面受到的万有引力等于其重力，即 $G\frac{Mm}{R^2} = mg$ 。可以得到： $GM = gR^2$ 由于 G 和 M (地球质量)这两个参数往往不易记住，而 g 和 R 容易记住。所以粗略计算时，一般都采用上述代换，这就避开了万有引力常量 G 值和地球的质量 M 值，非常方便。

2. 行星运动的线速度、角速度、周期与轨道半径的关系

(1) 线速度 v ：由 $G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ 得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ ，可见， r 越大， v 越小； r 越小， v 越大。

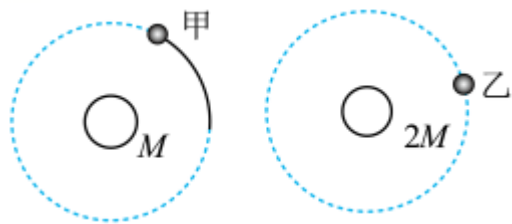
(2) 角速度 ω ：由 $G\frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r$ 得 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ ，可见， r 越大， ω 越小； r 越小， ω 越大。

(3) 周期 T ：由 $G\frac{Mm}{r^2} = m(\frac{2\pi}{T})^2 r$ 得 $T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ ，可见， r 越大， T 越大； r 越小， T 越小。

(4) 向心加速度 a_n ：由 $G\frac{Mm}{r^2} = ma_n$ 得 $a_n = \frac{GM}{r^2}$ ，可见， r 越大， a_n 越小； r 越小， a_n 越大。

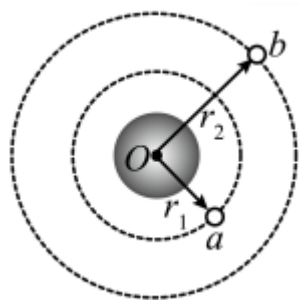
以上结论可总结为“一定四定，越远越慢”。

【例 2】如图所示，甲、乙两颗卫星以相同的轨道半径分别绕质量为 M 和 $2M$ 的行星做匀速圆周运动。下列说法正确的是（ ）



- A. 甲的向心加速度比乙的大
- B. 甲的运行周期比乙的大
- C. 甲的角速度比乙的大
- D. 甲的线速度比乙的大

【针对训练 2】如图所示，若两颗人造卫星 a 和 b 均绕地球做匀速圆周运动， a 、 b 到地心 O 的距离分别为 r_1 、 r_2 ， $r_1 < r_2$ ，环绕速度大小分别为 v_1 、 v_2 ，则（ ）



- A. $v_1 > v_2$
- B. $v_1 < v_2$
- C. $v_1 = v_2$
- D. 都有可能

【对点检测】

一、随堂检测

1. 2020 年 10 月 26 日，我国通过“一箭三星”方式，成功发射了“遥感三十号”07 组卫星。其中某颗质量为 m 的人造地球卫星绕地球沿圆轨道运行，其轨道半径为 r 时，周期为 T ，则地球的质量 M 为（ ）

- A. $\frac{4\pi^2 r}{GT^2}$
- B. $\frac{4\pi^2 r^3}{GT}$
- C. $\frac{4\pi r^3}{GT^2}$
- D. $\frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$

2. 1789 年英国物理学家卡文迪许测出引力常量 G ，因此卡文迪许被人们称为“能称出地球质量的人”。若已知引力常量为 G ，地球表面处的重力加速度为 g ，地球半径为 R ，地球上一个昼夜的时间为 T_1 （地球自转周期），一年的时间为 T_2 （地球公转周期），地球中心到月球中心的距离为 L_1 ，地球中心到太阳中心的距离为 L_2 。下列说法正确的是（ ）

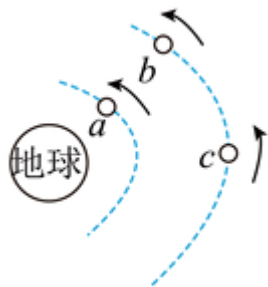
A. 地球的质量 $m_{\text{地}} = \frac{GR^2}{g}$

B. 太阳的质量 $m_{\text{太}} = \frac{4\pi^2 L_2^3}{GT_2^2}$

C. 月球的质量 $m_{\text{月}} = \frac{4\pi^2 L_1^2}{GT_1^2}$

D. 由题中数据可求月球的密度

3. 如图所示, a , b , c 是在地球大气层外圆形轨道上运行的 3 颗人造卫星, 下列说法正确的是 ()



A. b , c 的线速度大小相等, 且大于 a 的线速度

B. b , c 的向心加速度相等, 且大于 a 的向心加速度

C. c 加速可以追上同轨道上的 b , b 减速可以等候同一轨道上的 c

D. b , c 卫星的周期大小相等, 且大于 a 的周期

4. 已知卫星绕地球做匀速圆周运动, 其轨道半径为 r , 运动周期为 T , 地球半径为 R , 引力常量为 G , 则下列说法正确的是 ()

A. 地球表面的重力加速度大小为 $\frac{4\pi^2 R}{T^2}$

B. 地球的质量大小为 $\frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$

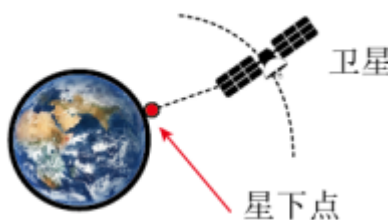
C. 卫星的向心加速度大小为 $\frac{4\pi^2 r}{T^2}$

D. 地球的平均密度大小为 $\frac{3\pi}{GT^2}$

二、课后检测

5. 一地球卫星周期为 T , 已知地球半径为 R , 地球表面的重力加速度为 g , 引力常量为 G , 忽略地球自转, 下列说法正确的是 ()

- A. 地球的质量为 $\frac{GR^2}{g}$ B. 该卫星距地面高度为 $\sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}}$
- C. 该卫星的线速度为 $\sqrt[3]{\frac{2\pi gR^2}{T}}$ D. 该卫星的向心加速度为 $\sqrt[3]{\frac{16\pi^4 gR^2}{T^4}}$
6. 距离地面高度为 h ，地球表面重力加速度为 g ，地球半径为 R ，地球自转周期为 T_1 ，近地卫星周期为 T_2 ，万有引力常量为 G ，则下列关于地球质量及密度表达式正确的是()
- A. 地球的质量为 $\frac{4\pi^2 h^3}{GT_1^2}$ B. 地球的质量为 $\frac{gR^2}{G}$
- C. 地球的平均密度为 $\frac{3\pi h^3}{GT_1^2 R^3}$ D. 地球的平均密度为 $\frac{3\pi}{GT_2^2}$
7. 人造地球卫星在地球表面附近绕地心做匀速圆周运动，设地球半径为 R ，地面处的重力加速度为 g ，人造地球卫星()
- A. 绕行的线速度最大值为 $\sqrt{gR}$ B. 绕行的周期小于 $2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$
- C. 在距地面高为 R 处的绕行速度为 $\sqrt{\frac{Rg}{2}}$ D. 在距地面高为 R 处的周期为 $2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$
8. 卫星的“星下点”是指卫星的瞬时位置和地球中心的连线与地球表面的交点，可用地理经、纬度来表示，对于位于“星下点”处的地面观察者来说，卫星就在天顶，如图所示，将“星下点”的轨迹画在地图上便是星下点轨迹图。已知某颗卫星的星下点轨迹图是一个点。地球自转的周期为 T ，地球半径为 R ，地球表面的重力加速度为 g ，卫星的运动可视为匀速圆周运动，则()



- A. 该卫星的角速度 $\omega = \frac{2\pi}{T}$ B. 该卫星的线速度 $v = \frac{2\pi R}{T}$
- C. 该卫星的轨道半径 $r = \sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}}$ D. 该卫星可能位于北京的正上方

【提升训练】

9. 神舟九号”飞船与“天宫一号”目标飞行器已成功实现了自动交会对接。设地球半径为 R ，地球表面重力加速度为 g ，对接成功后，“神舟九号”和“天宫一号”一起绕地球运行的轨道可视为圆周轨道，轨道离地球表面的高度约为 $\frac{1}{19}R$ ，运行周期为 T ，则 ()

A. 地球质量为 $\left(\frac{20}{19}\right)^2 \frac{4\pi^2 R^2}{GT^2}$

B. 地球密度为 $\left(\frac{20}{19}\right)^3 \frac{3\pi}{GT^2}$

C. 对接成功后，“神舟九号”飞船的线速度为 $\frac{40\pi R}{19T}$

D. 对接成功后，“神舟九号”飞船的加速度为 g

10. 2021 年 2 月 24 日，“天问一号”探测器成功进入火星停泊轨道，标志着中国正式开始了对火星表面的探测活动。若探测器绕火星做半径为 R 、周期为 T 的匀速圆周运动，已知火星的半径为 R_0 、自转周期为 T_0 ，且火星可视为质量均匀的球体，万有引力常量为 G ，则下列说法正确的是 ()

A. 火星的质量为 $\frac{4\pi^2 R^3}{GT^2}$

B. 火星的密度为 $\frac{4\pi^2 R_0^3}{GT^2 R^3}$

C. 火星极点处的重力加速度为 $\frac{4\pi^2 R_0}{T^2}$

D. 火星赤道处的重力加速度为

$$\frac{4\pi^2 (T_0^2 R^3 - T^2 R_0^3)}{T^2 T_0^2 R_0^2}$$

11. 有一极地卫星绕地球做匀速圆周运动，该卫星的运动周期为 $\frac{T_0}{4}$ ，其中 T_0 为地球的自转周期。已知地球表面的重力加速度为 g ，地球半径为 R 。下列说法正确的是 ()

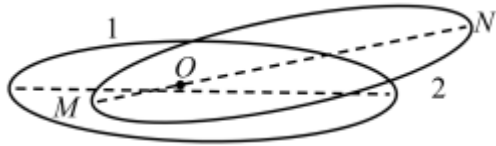
A. 该卫星一昼夜经过赤道上空 4 次

B. 该卫星一昼夜经过赤道上空 8 次

C. 该卫星离地面的高度 $H = \frac{1}{4} \sqrt[3]{\frac{gR^2 T_0^2}{\pi^2}} - R$

D. 如果已知地球的质量和引力常量 G ，就能求出该卫星的质量

12. 如图所示，卫星 1 环绕地球做匀速圆周运动，卫星 2 环绕地球运行的轨道为椭圆，两轨道不在同一平面内。已知圆轨道的直径等于椭圆轨道的长轴，且地球位于圆轨道的圆心以及椭圆轨道的一个焦点上，已知引力常量为 G 、地球的质量为 m ，卫星 1 的轨道半径为 R ， $ON=1.5R$ ，卫星 1 的周期为 T_1 ，环绕速度大小为 v ，加速度大小为 a ，卫星 2 的周期为 T_2 ，在 N 点的速度大小为 v_N ，在 M 点的加速度大小为 a_M 。则下列说法正确的是（ ）



A. $T_1 > T_2$

B. $v < v_N$

C. $a < a_M$

D. $v_N < \sqrt{\frac{2Gm}{3R}}$



优教

第3节 万有引力理论的成就

【知识梳理】

一、计算地球的质量

1. 原理

若不考虑地球自转的影响，地面上质量为 m 的物体所受的重力近似等于地球对物体的__引力__。

2. 关系式： $mg = G \frac{mM}{R^2}$

3. 结果：

地球的质量为： $M = \frac{gR^2}{G} = 5.96 \times 10^{24} \text{ kg}$

三、计算天体的质量

1. 计算太阳的质量

(1)原理：将行星的运动近似看作匀速圆周运动，行星做圆周运动的向心力由万有引力来提供。

(2)关系式： $G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$

(3)结果： $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ 。

2. 其他行星的质量计算

利用绕行星运转的卫星，若测出该卫星与行星间的距离和转动周期，同样可得出行星的质量。

三、发现未知天体

1. 海王星的发现

英国剑桥大学的学生亚当斯和法国年轻的天文学家勒维耶根据天王星的观测资料，利用万有引力定律计算出天王星外“新”行星的轨道。1846年9月23日，德国的伽勒在勒维耶预言的位置附近发现了这颗行星——海王星。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/186120203104010231>

