

专题 2-2 费马点与加权费马点详细总结

01

题型·解读

知识点梳理

【常规费马点】

【加权费马点】

题型一 普通费马点最值问题

题型二 加权费马点·单系数型

题型三 加权费马点·多系数型

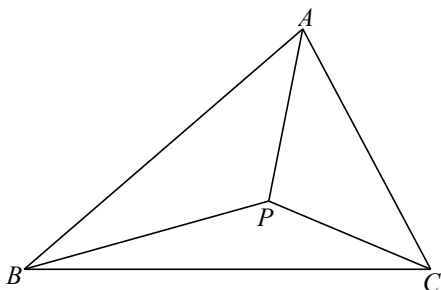
02

满分·技巧

知识点梳理

【常规费马点】

【问题提出】如图 $\triangle ABC$ 所有的内角都小于 120° 度，在 $\triangle ABC$ 内部有一点 P ，连接 PA 、 PB 、 PC ，当 $PA+PB+PC$ 的值最小时，求此时 $\angle APB$ 与 $\angle APC$ 的度数.



【问题处理】如图1，将 $\triangle ACP$ 绕着点 C 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle A'CP'$ ，则 $\triangle ACP \cong \triangle A'CP'$ ， $CP = CP'$ ， $AP = A'P'$ ，又 $\because \angle PCP' = 60^\circ$ ， $\therefore \triangle PCP'$ 是等边三角形， $\therefore PP' = PC$ ， $\therefore PA + PB + PC = P'A' + PB + PP'$ ，

如图2, 当且仅当点 B 、 P 、 P' 、 A' 共线时, $PA+PB+PC$ 最小, 最小值为 $A'B$, 此时 $\angle BPC=\angle APC=\angle APB=120^\circ$

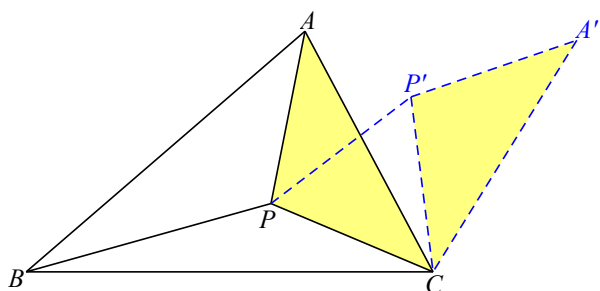


图1

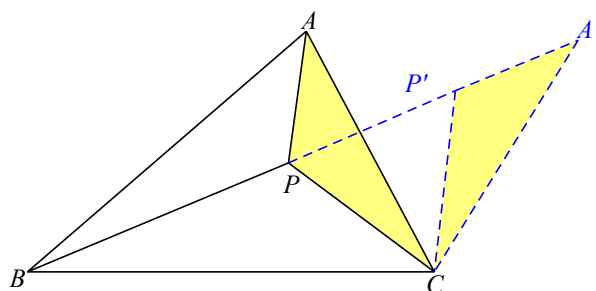


图2

【问题归纳】如费马点就是到三角形的三个顶点的距离之和最小的点. 费马点结论:

- ① 对于一个各角不超过 120° 的三角形, 费马点是对各边的张角都是 120° 的点, 所以三角形的费马点也叫三角形的等角中心;
- ② 对于有一个角超过 120° 的三角形, 费马点就是这个内角的顶点.

【如何作费马点】如图3, 连接 AA' , 我们发现 $\triangle ACA'$ 为等边三角形, 点 P 在 $A'B$ 上, 同理, 我们可以得到等边 $\triangle BAB'$, 点 P 也在 CB' 上, 因此, 我们可以以 $\triangle ABC$ 三角形任意两边为边向外构造等边三角形, 相应连线的交点即为费马点. (最大角小于 120° 时)

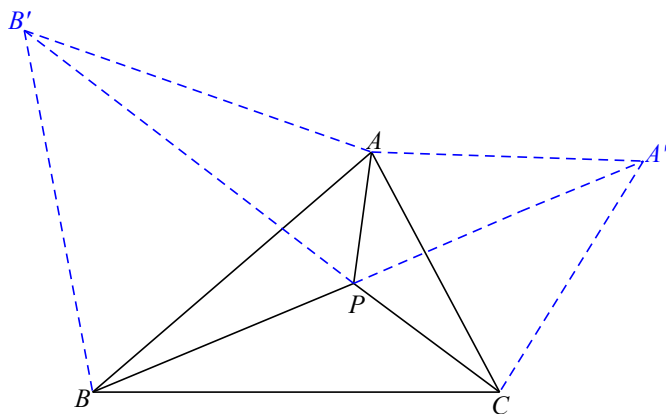
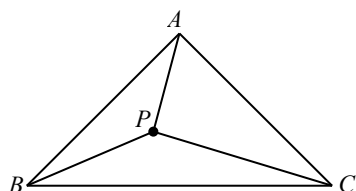


图3

【例1】如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=AC=1$, P 是 $\triangle ABC$ 内一点, 求 $PA+PB+PC$ 的最小值.



【答案】 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

【分析】如图, 以 AC 为边构造等边 $\triangle ACD$, 连接 BD , BD 的长即为 $PA+PB+PC$ 的最小值. 至于点 P 的位

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/187021151156006105>