

泉州市普通高中 2017 级高二年下学期质量跟踪监测

2019.7

高二理科数学（选修 22+ 选修 23）

注意事项：

1. 本试卷共 6 页.
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡上指定的位置.
3. 全部答案在答题卡上完成，答在本试卷上无效
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 复数 $\frac{2+i}{i}$ 的虚部为（ ）

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

2. 曲线 $y = \sin x$ 在 $x = \frac{\pi}{6}$ 处的切线的斜率为（ ）

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
- C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 为了了解手机品牌的选择是否和年龄的大小有关，随机抽取部分华为手机使用者和苹果机使用者进行统计，统计结果如下表：

年龄 \ 手机品牌	华为	苹果	合计
30 岁以上	40	20	60
30 岁以下（含 30 岁）	15	25	40
合计	55	45	100

附：

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.10	0.05	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

根据表格计算得 K^2 的观测值 $k\approx 8.249$ ，据此判断下列结论正确的是（ ）

- A.没有任何把握认为“手机品牌的选择与年龄大小有关”
- B.可以在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下认为“手机品牌的选择与年龄大小有关”
- C.可以在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为“手机品牌的选择与年龄大小有关”
- D.可以在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为“手机品牌的选择与年龄大小无关”

4.甲、乙、丙、丁 4 个人跑接力赛，则甲乙两人必须相邻的排法有（ ）

- A.6 种
- B.12 种
- C.18 种
- D.24 种

5.在用反证法证明命题“三个正数 a, b, c 满足 $a + b + c \leq 6$ ，则 a, b, c 中至少有一个不大于 2”时，下列假设正确的是（ ）

- A.假设 a, b, c 都大于 2
- B.假设 a, b, c 都不大于 2
- C.假设 a, b, c 至多有一个不大于 2
- D.假设 a, b, c 至少有一个大于 2

6.用数学归纳法证明不等式“ $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2^n}>\frac{n+2}{2}$ （ $n\geq 2, n\in\mathbf{N}^*$ ）”的过程中，由 $n=k$ 推导 $n=k+1$

时，不等式的左边增加的式子是（ ）

A. $\frac{1}{2^{k+1}}$

B. $\frac{1}{2^{k-1}}$

C. $\frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{2^{k+2}} + \dots + \frac{1}{2^{k+k}}$

D. $\frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{2^{k+2}} + \dots + \frac{1}{2^{k+1}}$

7. 连续两次抛掷一枚质地均匀的骰子，在已知两次的点数均为偶数的条件下，两次的点数之和不大于 8 的概率为（ ）

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{5}{9}$

D. $\frac{2}{3}$

8. 若 $a = \int_0^1 x \ln x dx$, $b = \int_0^1 \cos x dx$, $c = \int_0^1 e^x dx$, 则（ ）

A. $a < b < c$

B. $b < c < a$

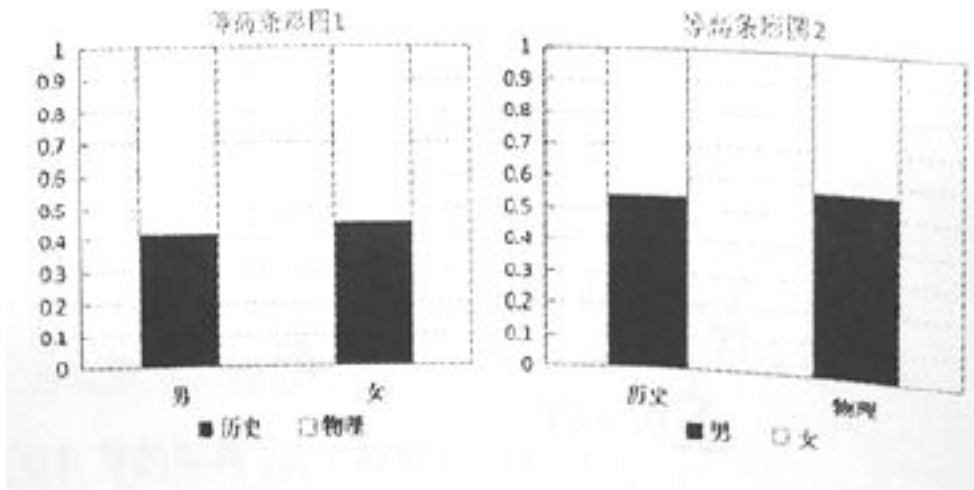
C. $b < a < c$

D. $c < a < b$

9. 2021年起，新高考科目设置采用“3+1+2”模式，普通高中学生从高一升高二时将面临着选择物理还是历史的问题，某校抽取了部分男、女学生调查选科意向，制作出如右图等高条形图，现给出下列结论：

- ①样本中的女生更倾向于选历史；
- ②样本中的男生更倾向于选物理；
- ③样本中的男生和女生数量一样多；
- ④样本中意向物理的学生数量多于意向历史的学生数量.

根据两幅条形图的信息，可以判断上述结论正确的有（ ）



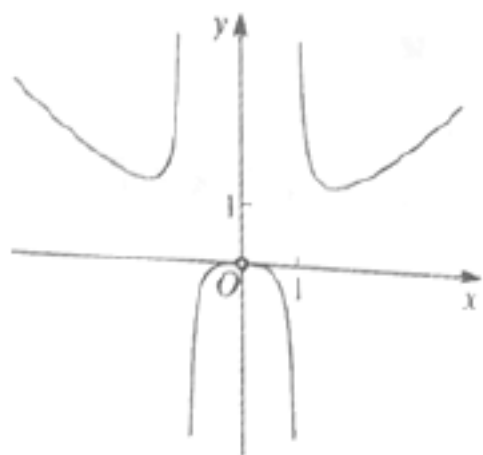
A.1 个

B.2 个

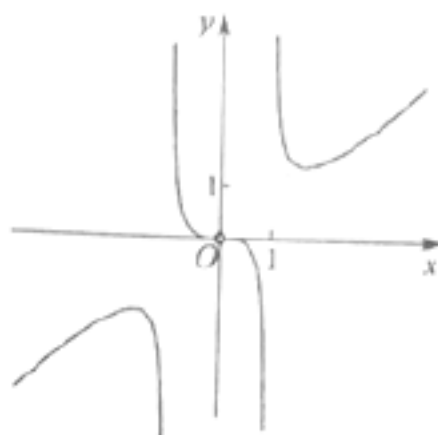
C.3 个

D.4 个

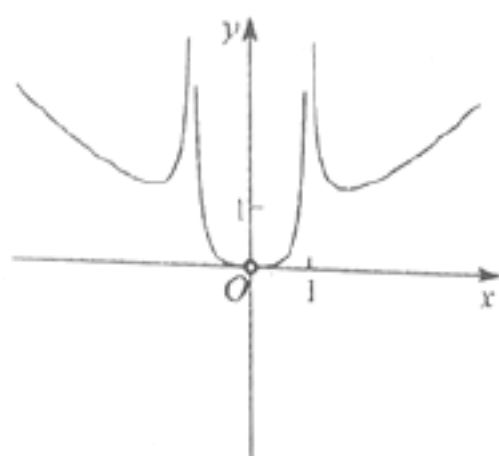
10. 函数 $f(x) = \frac{x^2}{4\ln|x|}$ 的部分图象大致为 ()



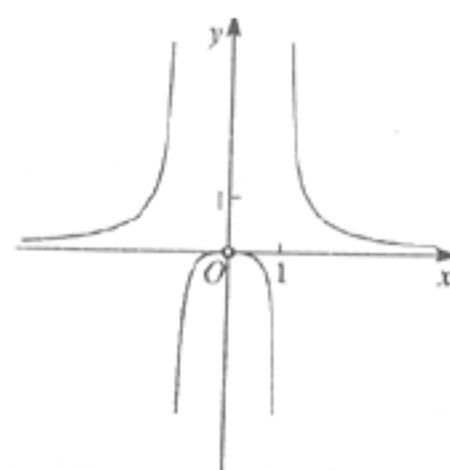
A.



B.



C.



D.

11. 2019 年 5 月 15 日, 亚洲文明对话大会在北京开幕, 为了保障大会安全顺利地进行, 某部门将 5 个安保小组全部安排到指定的三个不同区域内值勤, 则每个区域至少有一个安保小组的排法有 ()

A.150 种

B.240 种

C.300 种

D.360 种

12. 设函数 $f(x)$ 满足: $xf'(x) + 2f(x) = xex$, $f(1) = \frac{e}{2}$, 则 $x > 0$ 时, $f(x)$ ()

A.有极大值, 无极小值

B.有极小值, 无极大值

C.既有极大值, 又有极小值

D.既无极大值, 又无极小值

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知随机变量 $X: N(1, \sigma^2)$, 且 $P(-2 < X \leq 1) = 0.4$, 则 $P(X > -2) = \underline{\quad}$.

14. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^6$ 展开式中的常数项为_____.

15. 若不等式 $\frac{a}{3}x^3 - \frac{a}{2}x^2 + 1 < 0$ 有且只有 1 个正整数解，则实数 a 的取值范围是_____.

16. 在一栋 6 层楼房里，每个房间的门牌号均为三位数，首位代表楼层号，后两位代表房间号，如 218 表示的是第 2 层第 18 号房间，现已知有宝箱藏在如下图 18 个房间里的某一间，其中甲同学只知道楼层号，乙同学只知道房间号，不知道楼层号，现有以下甲乙两人的一段对话：

甲同学说：我不知道，你肯定也不知道；

乙同学说：本来我也不知道，但是现在我知道了；

甲同学说：我也知道了.

根据上述对话，假设甲乙都能做出正确的推断，则藏有宝箱的房間的门牌号是_____.

611	619	629
507	518	526
408	415	425
311	318	325
208	211	219
101	107	126

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

17. (10 分)

已知复数 $z_1 = a + bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$), $z_2 = c + di$ ($c, d \in \mathbf{R}$).

(1) 当 $a = 1, b = 2, c = 3, d = 4$ 时，求 $|z_1|, |z_2|, |z_1 \cdot z_2|$;

(2) 根据 (1) 的计算结果猜想 $|z_1| \cdot |z_2|$ 与 $|z_1 \cdot z_2|$ 的关系，并证明该关系的一般性

18. (12 分)

已知 $(1 + mx)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$ 中， $m \neq 0$ ，且 $a_6 + 14a_3 = 0$.

(1) 求 m ;

(2) 求 $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$.

19.（12 分）

从某地区随机抽测 120 名成年女子的血清总蛋白含量（单位：h/L），由测量结果得如图频数分布表：

- （1）①仔细观察表中数据，算出该样本平均数 $\bar{x}=\underline{\hspace{1cm}}$ ；
- ②由表格可以认为，该地区成年女子的血清总蛋白含量 Z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$.其中 μ 近似为样本平均数 $\bar{x}$ ， σ 近似为样本标准差 s .经计算，该样本标准差 $s\approx 4$.

医学上， Z 过高或过低都为异常， Z 的正常值范围通常取关于 μ 对称的区间 $(\mu - k, \mu + k)$ ，且 Z 位于该区间的概率为**95%**，试用该样本估计该地区血清总蛋白正常值范围.

120 名成年女人的血清总蛋白含量的频数分布表			
分组	频数 f	区间中点值 x	$f \times x$
[64,66)	2	65	130
[66,68)	8	67	536
[68,70)	12	69	828
[70,72)	15	71	1065
[72,74)	25	73	1825
[74,76)	24	75	1800
[76,78)	16	77	1232
[78,80)	10	79	790
[80,82)	7	81	567

[82,84)	1	83	83
合计	120		8856

(1) 结合（1）中的正常值范围，若该地区有 5 名成年女子检测血清总蛋白含量，测得数据分别为 83.2，80，73，59.5，77，从中随机抽取2 名女子，设血清总蛋白含量不在正常值范围的人数为*X*，求 *X* 的分布列和数学期望.

附：若 $Z：N\left(\mu,\sigma^2\right)$ ，则

$$P\left(\mu-1.96\sigma<Z<\mu+1.96\sigma\right)=0.95\;.$$

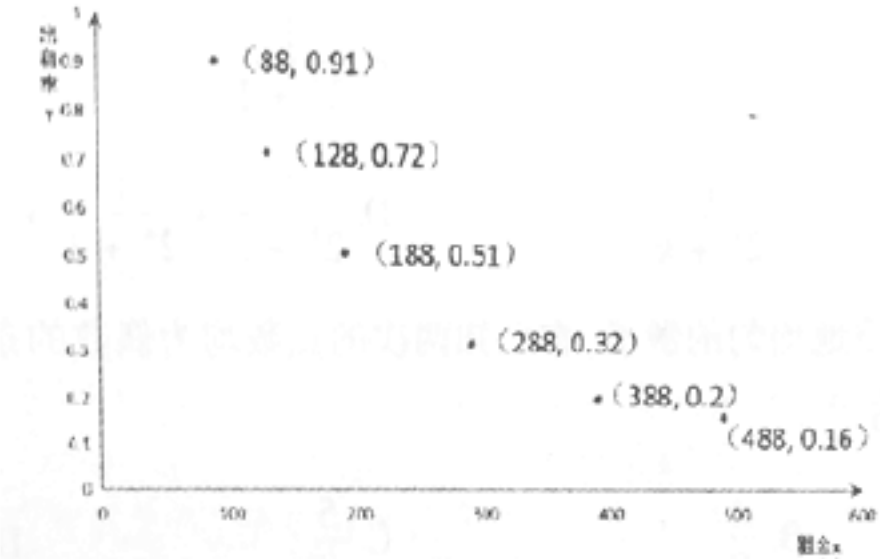
20.（12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-ax+1$.

- (1) 当 $a=1$ 时，证明： $f(x)\leq 0$ ；
- (2) 若 $f(x)$ 在 $[2,3]$ 的最大值为 2，求 a 的值.

21.（12 分）

在国家积极推动美丽乡村建设的政策背景下，各地根据当地生态资源打造了众多特色纷呈的乡村旅游胜地. 某人意图将自己位于乡村旅游胜地的房子改造成民宿用于出租，在旅游淡季随机选取 100 天，对当地已有的六间不同价位的民宿进行跟踪，统计其出租率 $y\left(\frac{100\text{天中出租的天数}}{100}\right)$ ，设民宿租金为 x （单位：元/日），得到如下数据散点图：



(1) 若用“出租率”近似估计旅游淡季民宿每天租出去的概率，求租金为388 元的那间民宿在淡季内的三天中至少有 2 天闲置的概率；

(2) ①根据散点图判断， $y = bx + a$ 与 $y = c \ln x + d$ 哪个更适合于此模型（给出判断即可，不必说明理由）？根据判断结果求回归方程；

②若该地一年中旅游淡季约为 280 天，在此期间无论民宿是否出租，每天都要付出 $9.9\% x$ 的固定成本，若民宿出租，则每天需要再付出 $10\% x$ 的日常支出成本. 试用①中模型进行分析，旅游淡季民宿租金定为多少元时，该民宿在这 280 天的收益 W 达到最大？

附：
$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i \bar{v}_i}{\sum_{i=1}^n u_i \bar{u}_i^2}, \quad \bar{v} = \bar{u}$$

记 $z_i = \ln x_i$, $\bar{x} = 261.3$, $\bar{y} = 0.47$, $\bar{z} = 5.4$, $\sum_{i=1}^n x_i \bar{x} y_i \bar{y} = 221$, $\sum_{i=1}^n x_i \bar{x}^2 = 121333.3$,

$\sum_{i=1}^n z_i \bar{z} y_i \bar{y} = 0.99$, $\sum_{i=1}^n z_i \bar{z}^2 = 2.2$, $e^5 = 148$, $e^{5.1} = 164$, $e^{5.2} = 181$.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = x e^x + a$.

(1) 若 $x = 1$ 是 $f(x)$ 的一个极值点，判断 $f(x)$ 的单调性；

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，证明： $x_1 - x_2 < 4$.

保密★启用前

泉州市普通高中 2018-2019学年度第二学期教学质量跟踪检测

数学（选修 2-2+选修 2-3）参考答案

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 【答案】A

【解析】解法一：因为 $\frac{2+i}{i} = \frac{(2+i) \cdot (-i)}{i \cdot (-i)} = \frac{1-2i}{1}$ ，所以复数 $\frac{2+i}{i}$ 的虚部为 -2 ，故选A.

解法二：因为 $\frac{2+i}{i} = \frac{-2i2+i}{i} = 1-2i$ ，所以复数 $\frac{2+i}{i}$ 的虚部为 -2 ，故选A.

2. 【答案】D

【解析】因为 $y' = (\sin x)' = \cos x$ ，所以所求切线的斜率为 $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，故选D.

3. 【答案】C

【解析】因为 $6.635 < 8.249 < 10.828$ ，所以可以在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为“手机品牌的选择与年龄大小有关”，故选C.

4. 【答案】B

【解析】因为甲乙两人必须相邻，看成一个整体，所以甲乙两人必须相邻的排法有 $A_2^2 A_3^3 = 12$ 种，故选B.

5. 【答案】A

【解析】因为“ a, b, c 至少有一个不大于 2”的否定是“ a, b, c 都大于 2”，故选A.

6. 【答案】D

【解析】当 $n = k$ 时，左边 $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2^k}$ ，

当 $n = k+1$ 时，左边 $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{2^{k+2}} + \dots + \frac{1}{2^{k+1}}$ ，

所以由 $n = k$ 推导 $n = k+1$ 时，不等式的左边增加的式子是 $\frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{2^{k+2}} + \dots + \frac{1}{2^{k+1}}$ ，故选D.

7. 【答案】D

【解析】记 $A = \{\text{两次的点数均为偶数}\}$ ， $B = \{\text{两次的点数之和不大于8}\}$ ，因为 $n(A) = 3 \times 3 = 9$ ，

$n(AB) = 6$ ，所以 $P(B|A) = \frac{n(AB)}{n(A)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ ，故选D.

8. 【答案】C

【解析】解法一：因为 $a = \int_0^1 (x+1)dx = \left(\frac{1}{2}x^2 + x \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2}$ ， $b = \int_0^1 \cos x dx = (\sin x) \Big|_0^1 = \sin 1 < 1$ ， $c = \int_0^1 e^x dx = e^x \Big|_0^1 = e - 1 > \frac{3}{2}$ ，所以 $b < a < c$ ，故选C.

解法二：作出三个积分函数的图象如下，由积分的几何意义结合图象易得 $b < a < c$ ，故选C.

9. 【答案】B

【解析】由图 2 知样本中的男生数量多于女生数量，由图1 有物理意愿的学生数量多于有历史意愿的学生数量，样本中的男生更倾向物理，女生也更倾向物理，所以②③正确，故选B.

10. 【答案】A

【解析】因为 $f(x) = \frac{x^2}{4\ln|x|}$ 是偶函数，排除B，当 $0 < x < 1$ 时， $\ln|x| < 0$ ， $f(x) = \frac{x^2}{4\ln|x|} < 0$ ，排除C，

当 $x \rightarrow +\infty$ 时 $f(x) \rightarrow +\infty$ ，排除D，故选A.

另：当 $x > 1$ 时， $f(x) = \frac{x^2}{4\ln x}$ ， $f'(x) = \left(\frac{x^2}{4\ln x} \right)' = \frac{4x(2\ln x - 1)}{(4\ln x)^2}$ ，

所以当 $x \in (\sqrt{e}, +\infty)$ 时，

$f'(x) > 0$ ，函数 $f(x)$ 单调递增，同样排除D.