

# 福建省福州市八县市一中 2024 届高三模拟预测数学试题

学校:\_\_\_\_\_姓名:\_\_\_\_\_班级:\_\_\_\_\_考号:\_\_\_\_\_

## 一、单选题

1. 已知线段  $AB$  是圆  $O$  的一条长为 2 的弦, 则  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = ( \quad )$   
A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4
2. 已知点  $M(4,4)$  在抛物线  $C: y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 上,  $F$  为  $C$  的焦点, 则  $|MF| = ( \quad )$   
A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6
3. 中国载人航天工程发射的第十八艘飞船, 简称“神十八”, 于 2024 年 4 月执行载人航天飞行任务. 运送“神十八”的长征二号 F 运载火箭, 在点火第一秒钟通过的路程为 2km, 以后每秒钟通过的路程都增加 3km, 在达到离地面 222km 的高度时, 火箭开始进入转弯程序. 则从点火到进入转弯程序大约需要的时间是  $( \quad )$  秒.  
A. 10                      B. 11                      C. 12                      D. 13
4. 已知一组数据  $x_1, x_2, \dots, x_m$  的平均数为  $\bar{x}$ , 另一组数据  $y_1, y_2, \dots, y_n$  的平均数为  $\bar{y}$  ( $\bar{x} \neq \bar{y}$ ). 若数据  $x_1, x_2, \dots, x_m, y_1, y_2, \dots, y_n$  的平均数为  $\bar{z} = a\bar{x} + (1-a)\bar{y}$ , 其中  $\frac{1}{2} < a < 1$ , 则  $m, n$  的大小关系为  $( \quad )$   
A.  $m < n$               B.  $m > n$               C.  $m = n$               D.  $m, n$  的大小关系不确定
5. 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若面积  $S = \frac{(a+b)^2 - c^2}{3}$ , 则  $\tan \frac{C}{2} = ( \quad )$   
A.  $\frac{24}{7}$                       B.  $\frac{7}{24}$                       C.  $\frac{3}{4}$                       D.  $\frac{4}{3}$
6. 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 点  $E, F$  分别为棱  $AB, AD$  的中点, 过点  $E, F, C_1$  三点作该正方体的截面, 则  $( \quad )$   
A. 该截面多边形是四边形  
B. 该截面多边形与棱  $BB_1$  的交点是棱  $BB_1$  的一个三等分点  
C.  $A_1C \perp$  平面  $C_1EF$

D. 平面  $AB_1D_1 //$  平面  $C_1EF$

7. 关于函数  $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ), 有下列四个说法:

- ①  $f(x)$  的最大值为 3
- ②  $f(x)$  的图象可由  $y = 3\sin x$  的图象平移得到
- ③  $f(x)$  的图象上相邻两个对称中心间的距离为  $\frac{\pi}{2}$
- ④  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称

若有且仅有一个说法是错误的, 则  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) =$  ( )

- A.  $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$       B.  $-\frac{3}{2}$       C.  $\frac{3}{2}$       D.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

8. 已知  $F_1, F_2$  分别是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点, 过点  $F_2$  作  $x$  轴的垂线与椭圆  $C$  在第一象限的交点为  $P$ , 若  $\angle F_1PF_2$  的平分线经过椭圆  $C$  的下顶点, 则椭圆  $C$  的离心率的平方为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$       B.  $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

## 二、多选题

9. 已知复数  $z_1, z_2$  满足:  $|z_1 + \sqrt{3}| + |z_1 - \sqrt{3}| = 4, |z_2 - 2i| = 1$ , 则 ( )

- A.  $|z_2|$  的最小值是 1      B.  $|\bar{z}_1|$  的最大值是 2
- C.  $\left|\frac{z_2}{z_1}\right|$  的最大值是 3      D.  $|z_1 - z_2|$  的最大值是 4

10. 已知实数  $x, y, z$  满足:  $2^x = \frac{1}{\sqrt{y}} = \log_2 z$ , 则下列不等式中可能成立的是 ( )

- A.  $y < x < z$       B.  $x < y < z$
- C.  $y < z < x$       D.  $x < z < y$

11. 定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x)$  同时满足 ①  $f(x+1) - f(x) = 2x + 2, x \in \mathbb{R}$ ; ② 当  $x \in [0, 1]$  时,

$|f(x)| \leq 1$ , 则 ( )

- A.  $f(0) = -1$       B.  $f(x)$  为偶函数

C.  $\exists n \in \mathbb{N}^*$ , 使得  $f(n) > 2024n$

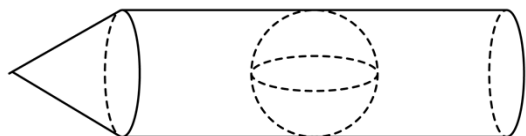
D.  $\forall x \in \mathbb{R}, |f(x)| < x^2 + |x| + 3$

三、填空题

12. 已知集合  $A = \left\{ x \mid \frac{3+2x}{x-2} \leq 0, x \in \mathbb{R} \right\}$  与集合  $B = \{x \mid x > 0, x \in \mathbb{Z}\}$ , 求集合  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_

13. 已知在伯努利试验中, 事件  $A$  发生的概率为  $p (0 < p < 1)$ , 我们称将试验进行至事件  $A$  发生  $r$  次为止, 试验进行的次数  $X$  服从负二项分布, 记  $X \sim NB(r, p)$ . 若  $X \sim NB\left(5, \frac{1}{3}\right)$ , 则  $P(X=6) =$  \_\_\_\_\_.

14. 如图, 一个密闭容器水平放置, 圆柱底面直径为 2, 高为 10, 圆锥母线长为 2, 里面有一个半径为 1 的小球来回滚动, 则小球无法碰触到的空间部分的体积为\_\_\_\_\_.



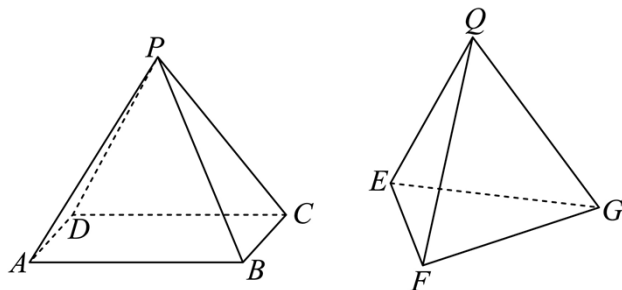
四、解答题

15. 已知数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = 1$ , 设  $b_n = 2^{a_n}$ , 且  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足:  $3S_n = b_{n+1} - 2$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n$ ;

(2) 令  $T_n = a_1 + a_4 + \dots + a_{3n-2}$ , 求证:  $\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} + \dots + \frac{1}{T_n} < \frac{4}{3}$ .

16. 如图, 有一个正方形为底面的正四棱锥  $P-ABCD$ , 各条边长都是 1; 另有一个正三角形为底面的正三棱锥  $Q-EFG$ , 各条边长也都是 1.



(1) 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 求  $AC$  与平面  $PBC$  所成角的正弦值, 并求二面角  $A-PB-C$  的平面角的正弦值;

(2) 现把它俩其中的两个三角形表面用胶水黏合起来, 如黏合面  $PBC$  和面  $QEF$ . 试问: 由此而得的组合体有几个面? 请说明理由.

17. 已知函数  $f(x) = x \ln x - ax (a \in \mathbf{R})$  在点  $(e, f(e))$  处的切线平行于直线  $x - y = 0$ .

(1) 若  $f(x) \geq mx - e^2$  对任意的  $x \in (0, +\infty)$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围;

(2) 若  $x_0$  是函数  $h(x) = f(x) + x^2$  的极值点, 求证:  $f(x_0) + 3x_0 > 0$ .

18. 已知某种机器的电源电压  $U$  (单位: V) 服从正态分布  $N(220, 20^2)$ . 其电压通常有 3 种状态: ① 不超过 200V; ② 在 200V~240V 之间 ③ 超过 240V. 在上述三种状态下, 该机器生产的零件为不合格品的概率分别为 0.15, 0.05, 0.2.

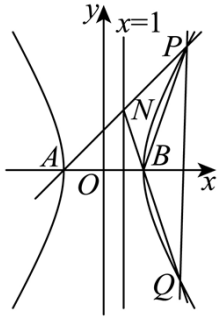
(1) 求该机器生产的零件为不合格品时, 电压不超过 200V 的概率;

(2) 从该机器生产的零件中随机抽取  $n (n \geq 2)$  件, 记其中恰有 2 件不合格品的概率为  $p_n$ ,

求  $p_n$  取得最大值时  $n$  的值.

附: 若  $Z \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 取  $P(\mu - \sigma < Z < \mu + \sigma) = 0.68$ ,  $P(\mu - 2\sigma < Z < \mu + 2\sigma) = 0.95$ .

19. 如图, 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为 2, 点  $\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}, 2\right)$  在  $C$  上,  $A, B$  为双曲线的左、右顶点,  $P$  为  $C$  右支上的动点, 直线  $AP$  和直线  $x=1$  交于点  $N$ , 直线  $NB$  交  $C$  的右支于点  $Q$ .



(1) 求  $C$  的方程;

(2) 探究直线  $PQ$  是否过定点, 若过定点, 求出该定点坐标; 否则, 请说明理由;

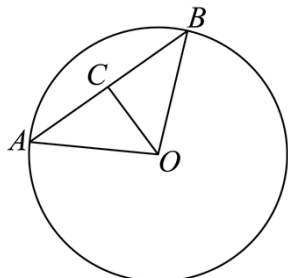
(3) 设  $S_1, S_2$  分别为  $\triangle VABN$  和  $\triangle NPQ$  的外接圆面积, 求  $\sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$  的取值范围.

参考答案:

1. B

【分析】取  $AB$  中点  $C$ ，连接  $OC$ ，根据向量的相关计算性质计算即可.

【详解】取  $AB$  中点  $C$ ，连接  $OC$ ，



易知  $OC \perp AB$ ，所以  $\vec{AO} \cdot \vec{AB} = (\vec{AC} + \vec{CO}) \cdot \vec{AB} = 1 \times 2 \times 1 + 0 = 2$ .

故选：B.

2. C

【分析】将点  $M(4,4)$  代入抛物线可得  $p=2$ ，即可根据焦半径公式求解.

【详解】将  $M(4,4)$  代入  $y^2 = 2px$  可得  $16 = 8p$ ，所以  $p=2$ ，

故  $|MF| = 4 + \frac{p}{2} = 5$ ，

故选：C

3. C

【分析】由题意结合等差数列的定义求出通项公式  $a_n$ ，再由前  $n$  项和公式计算即可.

【详解】设出每一秒钟的路程为数列  $\{a_n\}$ ，

由题意可知  $\{a_n\}$  为等差数列，

则数列首项  $a_1 = 2$ ，公差  $d = 3$ ，

所以  $a_n = a_1 + (n-1)d = 2 + (n-1) \times 3 = 3n - 1$ ，

由求和公式有  $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{(3n-1+2)n}{2} = 222$ ，解得  $n = 12$ ，

故选：C.

4. B

【分析】根据平均数的定义表示  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ ，结合已知列等式，作差比较即可.

【详解】由题意可知  $x_1 + x_2 + \dots + x_m = m\bar{x}$ ,  $y_1 + y_2 + \dots + y_n = n\bar{y}$ ,

$x_1 + x_2 + \dots + x_m + y_1 + y_2 + \dots + y_n = (m+n)\bar{z}$ , 于是  $m\bar{x} + n\bar{y} = (m+n)\bar{z}$ ,

又  $\bar{z} = a\bar{x} + (1-a)\bar{y}$ , 所以  $m\bar{x} + n\bar{y} = (m+n)\bar{z} = (m+n)[a\bar{x} + (1-a)\bar{y}]$ ,

所以  $m = (m+n)a, n = (m+n)(1-a)$ , 两式相减得  $m - n = (m+n)(2a-1) > 0$ ,

所以  $m > n$ .

故选: B

5. D

【分析】先利用余弦定理的变形:  $a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C$ , 结合三角形的面积公式

$S = \frac{1}{2}ab \sin C$ , 可把条件转化为:  $4 \cos C + 4 = 3 \sin C$ , 再根据同角三角函数的基本关系和三

角形中  $\sin C > 0$ , 可求得  $\sin C, \cos C, \tan C$ , 利用倍角公式计算即可得出结果.

【详解】因为  $S = \frac{1}{2}ab \sin C$ , 所以  $\frac{1}{2}ab \sin C = \frac{(a+b)^2 - c^2}{3} = \frac{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab}{3}$ ,

又由  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C$ ,

所以  $\frac{1}{2}ab \sin C = \frac{2ab \cos C + 2ab}{3} \Rightarrow 4 \cos C + 4 = 3 \sin C$ .

所以  $4 \cos C = 3 \sin C - 4 \Rightarrow (4 \cos C)^2 = (3 \sin C - 4)^2 \Rightarrow 16 \cos^2 C = 9 \sin^2 C - 24 \sin C + 16 \Rightarrow$

$16(1 - \sin^2 C) = 9 \sin^2 C - 24 \sin C + 16$

所以  $25 \sin^2 C - 24 \sin C = 0$ , 又因为在  $\triangle ABC$  中,  $\sin C \neq 0$ , 所以  $\sin C = \frac{24}{25}$ .

又因为  $4 \cos C = 3 \sin C - 4$ , 解得:  $\cos C = -\frac{7}{25}$ , 所以  $\tan C = -\frac{24}{7}$ ,  $C$  为钝角,

$\tan C = \frac{2 \tan \frac{C}{2}}{1 - \tan^2 \frac{C}{2}} = -\frac{24}{7}$ , 结合  $\frac{C}{2}$  为锐角, 解得:  $\tan \frac{C}{2} = \frac{4}{3}$  或  $-\frac{3}{4}$  (舍).

故选: D

6. B

【分析】将线段  $EF$  向两边延长, 分别与棱  $CB$  的延长线, 棱  $CD$  的延长线交于  $G, H$ , 连

$C_1G, C_1H$  分别与棱  $BB_1, DD_1$  交于  $P, Q$ , 可判断 A; 利用相似比可得  $\frac{BP}{CC_1} = \frac{BG}{GC} = \frac{1}{3}$ , 可判断

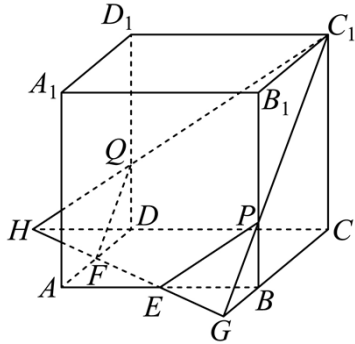
B; 证明  $A_1C \perp$  平面  $BC_1D$  即可判断 C; 通过证明  $A_1C \perp$  平面  $AB_1D_1$ , 可判断 D.

【详解】对于 A，将线段  $EF$  向两边延长，分别与棱  $CB$  的延长线，棱  $CD$  的延长线交于  $G, H$ ，

连  $C_1G, C_1H$  分别与棱  $BB_1, DD_1$  交于  $P, Q$ ，得到截面多边形  $C_1PEFQ$  是五边形，A 错误；

对于 B，易知  $\triangle AEF$  和  $\triangle BEG$  全等且都是等腰直角三角形，所以  $GB = AF = \frac{1}{2}BC$ ，

所以  $\frac{BP}{CC_1} = \frac{BG}{GC} = \frac{1}{3}$ ，即  $\frac{BP}{BB_1} = \frac{1}{3}$ ，点  $P$  是棱  $BB_1$  的一个三等分点，B 正确；



对于 C，因为  $A_1B_1 \perp$  平面  $BCC_1B_1$ ， $BC_1 \subset$  平面  $BCC_1B_1$ ，所以  $A_1B_1 \perp BC_1$ ，

又  $BC_1 \perp B_1C$ ， $A_1B_1 \perp B_1C = B_1, A_1B_1, B_1C \subset$  平面  $A_1B_1C$ ，所以  $BC_1 \perp$  平面  $A_1B_1C$ ，

因为  $A_1C \subset$  平面  $A_1B_1C$ ，所以  $A_1C \perp BC_1$ ，同理可证  $A_1C \perp BD$ ，

因为  $BD \cap BC_1 = B, BD, BC_1 \subset$  平面  $BC_1D$ ，所以  $A_1C \perp$  平面  $BC_1D$ ，

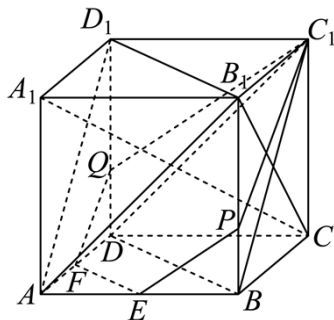
因为平面  $BC_1D$  与平面  $C_1EF$  相交，所以  $A_1C$  与平面  $C_1EF$  不垂直，C 错误；

对于 D，易知  $BC_1 \parallel AD_1, BD \parallel B_1D_1$ ，所以  $A_1C \perp AD_1, A_1C \perp B_1D_1$ ，

又  $AD_1 \cap B_1D_1 = D_1, AD_1, B_1D_1 \subset$  平面  $AB_1D_1$ ，所以  $A_1C \perp$  平面  $AB_1D_1$ ，

结合 C 结论，所以平面  $C_1EF$  与平面  $AB_1D_1$  不平行，D 错误。

故选：B.



7. D

【分析】根据题意，由条件可得②和③相互矛盾，然后分别验证①②④成立时与①③④成立时的结论，即可得到结果.

【详解】说法②可得  $\omega=1$ ，说法③可得  $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{2}$ ，则  $T=\pi=\frac{2\pi}{\omega}$ ，则  $\omega=2$ ，②和③相互矛盾；

当①②④成立时，由题意  $A=3$ ， $\omega=1$ ， $\frac{\pi}{3}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}$ ， $k\in\mathbf{Z}$ .

因为  $\varphi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ ，故  $k=0$ ， $\varphi=\frac{\pi}{6}$ ，即  $f(x)=3\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$ ， $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ；

说法①③④成立时，由题意  $A=3$ ， $\omega=2$ ， $\frac{2\pi}{3}+\varphi=2k\pi+\frac{\pi}{2}$ ， $k\in\mathbf{Z}$ ，

则  $\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{6}\notin\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ ，故不合题意.

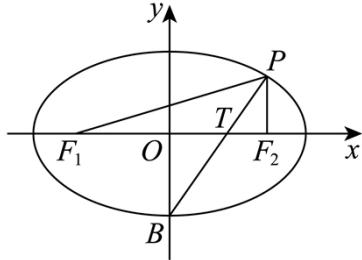
故选：D.

8. D

【分析】将  $x=c$  代入椭圆方程，求出  $P\left(c,\frac{b^2}{a}\right)$ ，求出  $|PF_2|=\frac{b^2}{a}$ ， $|PF_1|=2a-\frac{b^2}{a}$ ，然后得到  $PB$

的直线方程求出  $T$  的坐标，根据面积比进行转化即可得出答案.

【详解】



设  $F_2(c,0)$ ，将  $x=c$  代入椭圆方程，易得  $P\left(c,\frac{b^2}{a}\right)$ ，

则  $|PF_2|=\frac{b^2}{a}$ ， $|PF_1|=2a-\frac{b^2}{a}$ .

记椭圆  $C$  的下顶点为  $B(0,-b)$ ，则  $PB$  的斜率  $k_{PB}=\frac{\frac{b^2}{a}+b}{c}=\frac{b(a+b)}{ac}$ ，

$\therefore$  直线  $PB$  的方程为  $y=\frac{b(a+b)}{ac}x-b$ ，

令  $y=0$  得直线  $PB$  与  $x$  轴的交点为  $T\left(\frac{ac}{a+b},0\right)$ ，

$$\text{则 } |TF_1| = c + \frac{ac}{a+b}, |TF_2| = c - \frac{ac}{a+b},$$

$$\text{又 } \frac{S_{\triangle PF_1T}}{S_{\triangle PF_2T}} = \frac{\frac{1}{2}|PF_1| \cdot |PT| \cdot \sin \angle F_1PT}{\frac{1}{2}|PF_2| \cdot |PT| \cdot \sin \angle F_2PT} = \frac{|PF_1|}{|PF_2|} = \frac{|TF_1|}{|TF_2|},$$

$$\therefore \frac{2a - \frac{b^2}{a}}{\frac{b^2}{a}} = \frac{c + \frac{ac}{a+b}}{c - \frac{ac}{a+b}}, \text{ 即 } a^2 - ab - b^2 = 0,$$

$$\therefore \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \frac{b}{a} - 1 = 0, \text{ 得 } \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{ (舍去负值),}$$

$$\therefore e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{ab}{a^2} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

故选: D.

## 9. ABC

**【分析】** 对于 A, 设  $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ , 依题意可得  $c^2 + (d-2)^2 = 1$ , 可知复数  $z_2$  的对应点  $P$  在以  $C(0,2)$  为圆心, 1 为半径的圆上, 根据复数几何意义可判断 A; 对于 B, 根据题意可得  $\sqrt{(a+\sqrt{3})^2 + b^2} + \sqrt{(a-\sqrt{3})^2 + b^2} = 4$ , 表示复数  $z_1$  的对应点  $Q$  在以  $(\pm\sqrt{3}, 0)$  为焦点, 长轴长为 4 的椭圆上, 根据图形和  $|\overline{z_1}| = |z_1|$  可判断 B; 对于 C, 根据复数除法运算和复数模公式证明  $\left|\frac{z_2}{z_1}\right| = \frac{|z_2|}{|z_1|}$ , 结合图形求得  $1 \leq |z_1| \leq 2, 1 \leq |z_2| \leq 3$ , 然后可判断 C; 对于 D, 根据复数减

法的几何意义可知  $|z_1 - z_2| = |PQ|$ , 结合图形转化为求  $|CQ| + 1$  的最值, 根据点  $P$  在椭圆

$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  上, 利用二次函数性质求解可得.

**【详解】** 设  $z_1 = a + bi, z_2 = c + di, a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,

对于 A, 因为  $|z_2 - 2i| = |c + (d-2)i| = 1$ , 所以  $c^2 + (d-2)^2 = 1$ ,

所以, 复数  $z_2$  的对应点  $P$  在以  $C(0,2)$  为圆心, 1 为半径的圆上,

由图可知, 点  $P$  到原点的最小距离为 1, 即  $|z_2|$  的最小值是 1, A 正确;

对于 B, 因为  $|z_1 + \sqrt{3}| + |z_1 - \sqrt{3}| = \sqrt{(a+\sqrt{3})^2 + b^2} + \sqrt{(a-\sqrt{3})^2 + b^2} = 4$ ,

所以, 复数  $z_1$  的对应点  $Q$  在以  $(\pm\sqrt{3}, 0)$  为焦点, 长轴长为 4 的椭圆上,

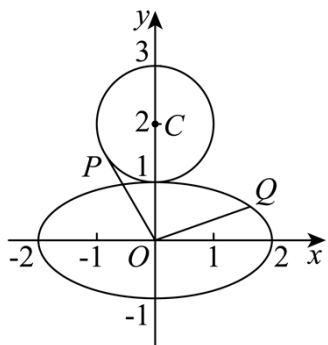
由椭圆几何性质可知，点  $Q$  到原点的最大距离为 2，即  $|z_1|$  的最大值为 2，

又  $|\bar{z}_1| = |z_1|$ ，所以  $|\bar{z}_1|$  的最大值是 2，B 正确；

对于 C，因为  $\frac{z_2}{z_1} = \frac{c+di}{a+bi} = \frac{ac+bd}{a^2+b^2} + \frac{ad-bc}{a^2+b^2}i$ ，

$$\begin{aligned} \text{所以 } \left| \frac{z_2}{z_1} \right| &= \sqrt{\left( \frac{ac+bd}{a^2+b^2} \right)^2 + \left( \frac{ad-bc}{a^2+b^2} \right)^2} = \sqrt{\frac{a^2c^2 + b^2d^2 + b^2c^2 + a^2d^2}{(a^2+b^2)^2}} \\ &= \sqrt{\frac{(a^2+b^2)(c^2+d^2)}{(a^2+b^2)^2}} = \frac{\sqrt{c^2+d^2}}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|z_2|}{|z_1|}, \end{aligned}$$

由图可知， $1 \leq |z_1| \leq 2, 1 \leq |z_2| \leq 3$ ，所以当  $|z_1|=1, |z_2|=3$  时， $\left| \frac{z_2}{z_1} \right|$  取得最大值 3，C 正确；

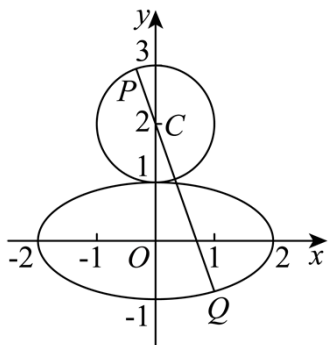


对于 D，因为  $|z_1 - z_2| = |(a-c) + (b-d)i| = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$  表示  $P, Q$  的距离，

所以  $|z_1 - z_2|$  的最大值为  $|CQ| + 1$ ，设  $Q(x, y)$ ，则  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ ，即  $x^2 = 4 - 4y^2$ ，

所以  $|CQ| + 1 = \sqrt{x^2 + (y-2)^2} + 1 = \sqrt{4 - 4y^2 + y^2 - 4y + 4} + 1 = \sqrt{-3y^2 - 4y + 8} + 1$ ，

由二次函数性质可知，当  $y = -\frac{2}{3}$  时， $|CQ| + 1$  取得最大值  $\frac{2\sqrt{21}}{3} + 1$ ，D 错误。

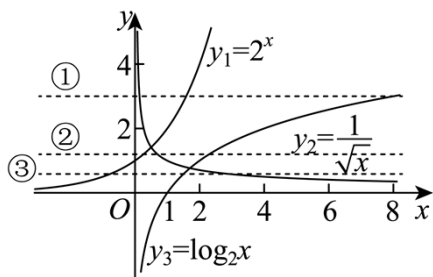


故选：ABC

10. ABD

【分析】在同一坐标系中作出  $y_1 = 2^x, y_2 = \frac{1}{\sqrt{x}}, y_3 = \log_2 x$  的图象，利用函数零点思想，结合图象逐一判断即得.

【详解】



如图在同一坐标系中分别作出函数  $y_1 = 2^x, y_2 = \frac{1}{\sqrt{x}}, y_3 = \log_2 x$  的图象，

依题意直线  $y = k$  与三个函数都有交点，需判断这些交点的横坐标之间有怎样的大小关系.

由图知，有三种不同的情况：当直线  $y = k$  在①位置时，显然有： $y < x < z$ ；

当直线  $y = k$  在②位置时，显然有： $x < y < z$ ；

当直线  $y = k$  在③位置时，显然有： $x < z < y$ .

故选：ABD.

11. ACD

【分析】令  $x = 0$ ，求得  $f(1) = f(0) + 2$ ，求得  $-1 \leq f(0) \leq 1$ ，可判定 A 正确；根据题意求得  $f(1)$  和  $f(-1)$  的值，得到  $f(-1) \neq f(1)$ ，可判定 B 不正确；由  $f(x+1) - f(x) = 2x + 2$ ，结合叠加法，可判定 C 正确；设  $g(x) = f(x) - x^2 - x$ ，得出函数  $g(x)$  是以 1 为周期的周期函数，且  $|g(x)| \leq 3$ ，结合绝对值的性质，可判定 D 正确.

【详解】对于 A 中，因为  $f(x+1) - f(x) = 2x + 2$ ，

令  $x = 0$ ，可得  $f(1) - f(0) = 2$ ，即  $f(1) = f(0) + 2$ ，

又因为  $x \in [0, 1]$  时， $|f(x)| \leq 1$ ，即  $-1 \leq f(x) \leq 1$ ，

则  $\begin{cases} -1 \leq f(0) \leq 1 \\ -1 \leq f(1) \leq 1 \end{cases}$ ，即  $\begin{cases} -1 \leq f(0) \leq 1 \\ -1 \leq f(0) + 2 \leq 1 \end{cases}$ ，可得  $-1 \leq f(0) \leq -1$ ，

所以  $f(0) = -1$ ，所以 A 正确；

对于 B 中，由选项 A 可得  $f(1) = f(0) + 2 = 1$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/187045101163006132>