

2022-2023 学年安徽省安庆市第十中学七校联考高考数学试题一模试卷

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_{2018} < S_{2020} < S_{2019}$, 设 $b_n = a_n a_{n+1} a_{n+2}$, 则数列 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n 取最大值时 n 的值为()

- A. 2020 B. 2019 C. 2018 D. 2017

2. 已知集合 $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$, $B = \{1, m\}$, 若 $A \cup B = A$, 则 $m =$ ()

- A. 0 或 $\sqrt{3}$ B. 0 或 3 C. 1 或 $\sqrt{3}$ D. 1 或 3

3. 小明有 3 本作业本, 小波有 4 本作业本, 将这 7 本作业本混放在一起, 小明从中任取两本, 则他取到的均是自己的作业本的概率为()

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{18}{35}$

4. 直线 $ax + by + \sqrt{2ab} = 0 (ab > 0)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的位置关系是 ()

- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 相交或相切

5. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 过 F 的直线 l 交双曲线的渐近线于 A 、 B 两点, 且直线 l 的倾斜角是渐近线 OA 倾斜角的 2 倍, 若 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$, 则该双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{30}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

6. 抛物线方程为 $y^2 = 4x$, 一直线与抛物线交于 A 、 B 两点, 其弦 AB 的中点坐标为 $(1, 1)$, 则直线的方程为 ()

- A. $2x - y - 1 = 0$ B. $2x + y - 1 = 0$ C. $2x - y + 1 = 0$ D. $-2x - y - 1 = 0$

7. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sin^2(x + \frac{\pi}{3})$, 则 $f(x)$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

8. 已知 $(1+x)^n$ 的展开式中第4项与第8项的二项式系数相等, 则奇数项的二项式系数和为 ().

- A.** 2^{12} **B.** 2^{11} **C.** 2^{10} **D.** 2^9

9. 已知 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (m, m+3)$, $\vec{c} = (m-2, -1)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\vec{b} \cdot \vec{c} = (\quad)$

- A.** -7 **B.** -3 **C.** 3 **D.** 7

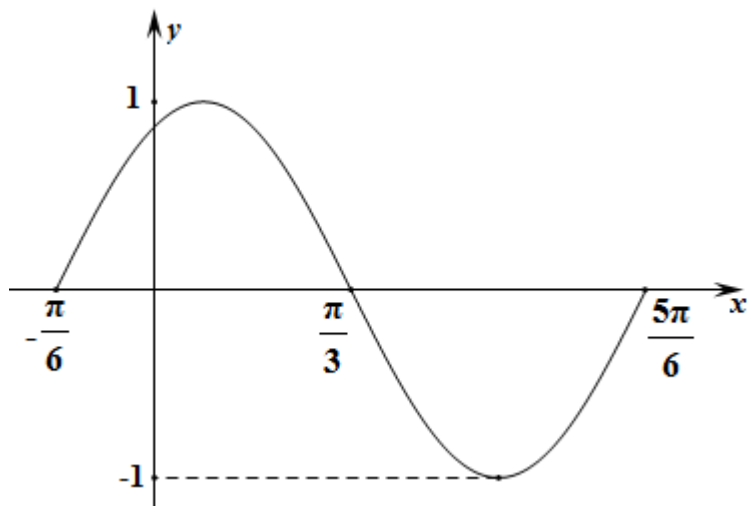
10. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} - ax$, $x \in (0, +\infty)$, 当 $x_2 > x_1$ 时, 不等式 $\frac{f(x_1)}{x_2} < \frac{f(x_2)}{x_1}$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为

()

- A.** $(-\infty, e]$ **B.** $(-\infty, e)$ **C.** $\left(-\infty, \frac{e}{2}\right)$ **D.** $\left(-\infty, \frac{e}{2}\right]$

11. 如图是函数 $y = A\sin(\omega x + \phi)$ $\left(x \in \mathbb{R}, A > 0, \omega > 0, 0 < \phi < \frac{\pi}{2}\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$ 上的图象, 为了得到这个函数的

图象, 只需将 $y = \sin x (x \in \mathbb{R})$ 的图象上的所有的点()



- A. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度单位, 再把所得各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变
- B. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度单位, 再把所得各点的横坐标变为原来的 2 倍, 纵坐标不变
- C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位, 再把所得各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$, 纵坐标不变
- D. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位, 再把所得各点的横坐标变为原来的 2 倍, 纵坐标不变

12. 已知 $p: \exists x_0 > 1, \log_{\frac{1}{2}} x_0 > \frac{1}{2}; q: \forall x \in R, e^x > x$, 则下列说法中正确的是 ()

- A. $p \vee q$ 是假命题
- B. $p \wedge q$ 是真命题
- C. $p \vee (\neg q)$ 是真命题
- D. $p \wedge (\neg q)$ 是假命题

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 设 x_1, x_2, x_3, x_4 为互不相等的正实数，随机变量 X 和 Y 的分布列如下表，若记 DX, DY 分别为 X, Y 的方差，则 DX _____ DY . (填 $>, <, =$)

X	x_1	x_2	x_3	x_4
Y	$\frac{x_1+x_2}{2}$	$\frac{x_2+x_3}{2}$	$\frac{x_3+x_4}{2}$	$\frac{x_4+x_1}{2}$
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

14. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列， S_n 是它的前 n 项和. 若 $a_2 a_3 = 2a_1$ ，且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\frac{3}{4}$ ，则 $S_5 =$ _____.

15. 设复数 z 满足 $i(z+1) = -3+2i$, 则 $\bar{z} =$ _____.

16. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中， PAB 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形， $ABCD$ 为矩形， $AD=2$ ， $PC=PD=\sqrt{22}$. 若四棱锥 $P-ABCD$ 的顶点均在球 O 的球面上，则球 O 的表面积为 _____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 设函数 $f(x) = \frac{1+\ln(x+1)}{x} (x>0)$.

(1) 若 $f(x) > \frac{k}{x+1}$ 恒成立，求整数 k 的最大值；

(2) 求证： $(1+1 \times 2) \cdot (1+2 \times 3) \cdots [1+n \times (n+1)] > e^{2n-3}$.

18. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，直线 l 垂直于 x 轴，垂足为 T ，与抛物线 $y^2 = 4x$ 交于不同的两点 P, Q ，且 $\overrightarrow{F_1 P} \cdot \overrightarrow{F_2 Q} = -5$ ，过 F_2 的直线 m 与椭圆 C 交于 A, B 两点，设 $\overrightarrow{F_2 A} = \lambda \overrightarrow{F_2 B}$ ，且 $\lambda \in [-2, -1]$.

(1) 求点 T 的坐标；

(2) 求 $|\overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB}|$ 的取值范围.

19. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $c \sin B = b \sin(\frac{\pi}{3} - C) + \sqrt{3}b$.

(1) 求角 C 的大小；

(2) 若 $c = \sqrt{7}, a+b=3$ ，求 AB 边上的高.

20. (12分) 已知 $f(x) = x^2 + 2|x-1|$.

(1) 解关于 x 的不等式: $f(x) > \frac{|2x|}{x}$;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 M , 且 $a+b+c=M$ ($a, b, c \in \mathbb{R}^+$), 求证: $\frac{a^2+b^2}{c} + \frac{a^2+c^2}{b} + \frac{c^2+b^2}{a} \geq 2$.

21. (12 分) 设函数 $f(x) = |2x+a| + |2x-3|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \geq 4$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = |4x-1| - |x+2|$.

(1) 解不等式 $f(x) > 2$;

(2) 记函数 $y = f(x) + 5|x+2|$ 的最小值为 k , 正实数 a, b 满足 $a+6b = \frac{k}{9}$, 求证: $\sqrt{\frac{6b+a}{ab}} \geq 2\sqrt{6}$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

根据题意计算 $a_{2019} > 0$, $a_{2020} < 0$, $a_{2019} + a_{2020} > 0$, 计算 $\frac{1}{b_{2018}} < 0$, $\frac{1}{b_{2019}} > 0$, $\frac{1}{b_{2018}} + \frac{1}{b_{2019}} > 0$, 得到答案.

【详解】

S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_{2018} < S_{2020} < S_{2019}$,

故 $a_{2019} > 0$, $a_{2020} < 0$, $a_{2019} + a_{2020} > 0$, $b_n = a_n a_{n+1} a_{n+2}$, 故 $\frac{1}{b_n} = \frac{1}{a_n a_{n+1} a_{n+2}}$,

当 $n \leq 2017$ 时, $\frac{1}{b_n} > 0$, $\frac{1}{b_{2018}} = \frac{1}{a_{2018} a_{2019} a_{2020}} < 0$, $\frac{1}{b_{2019}} = \frac{1}{a_{2019} a_{2020} a_{2021}} > 0$,

$$\frac{1}{b_{2018}} + \frac{1}{b_{2019}} = \frac{1}{a_{2018}a_{2019}a_{2020}} + \frac{1}{a_{2019}a_{2020}a_{2021}} = \frac{a_{2019} + a_{2020}}{a_{2018}a_{2019}a_{2020}a_{2021}} > 0,$$

当 $n \geq 2020$ 时, $\frac{1}{b_n} < 0$, 故前 2019 项和最大.

故选: B.

【点睛】

本题考查了数列和的最值问题, 意在考查学生对于数列公式方法的综合应用.

2、B

【解析】

因为 $A \cup B = A$, 所以 $B \subseteq A$, 所以 $m = 3$ 或 $m = \sqrt{m}$.

若 $m = 3$, 则 $A = \{1, 3, \sqrt{3}\}$, $B = \{1, 3\}$, 满足 $A \cup B = A$.

若 $m = \sqrt{m}$, 解得 $m = 0$ 或 $m = 1$. 若 $m = 0$, 则 $A = \{1, 3, 0\}$, $B = \{1, 3, 0\}$, 满足 $A \cup B = A$. 若 $m = 1$,

$A = \{1, 3, 1\}$, $B = \{1, 1\}$ 显然不成立, 综上 $m = 0$ 或 $m = 3$, 选 B.

3、A

【解析】

利用 $P = \frac{n_A}{n}$ 计算即可, 其中 n_A 表示事件 A 所包含的基本事件个数, n 为基本事件总数.

【详解】

从 7 本作业本中任取两本共有 C_7^2 种不同的结果, 其中, 小明取到的均是自己的作业本有 C_3^2 种不同结果,

由古典概型的概率计算公式, 小明取到的均是自己的作业本的概率为 $\frac{C_3^2}{C_7^2} = \frac{1}{7}$.

故选: A.

【点睛】

本题考查古典概型的概率计算问题, 考查学生的基本运算能力, 是一道基础题.

4、D

【解析】

由几何法求出圆心到直线的距离, 再与半径作比较, 由此可得出结论.

【详解】

解: 由题意, 圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的圆心为 $O(0, 0)$, 半径 $r = 1$,

$$\because \text{圆心到直线的距离为 } d = \frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

$$Q a^2 + b^2 \geq 2ab,$$

$$\therefore d \leq 1,$$

故选：D.

【点睛】

本题主要考查直线与圆的位置关系，属于基础题.

5、B

【解析】

先求出直线 l 的方程为 $y = \frac{2ab}{a^2 - b^2} (x - c)$ ，与 $y = \pm \frac{b}{a} x$ 联立，可得 A, B 的纵坐标，利用 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$ ，求出 a, b 的关系，即可求出该双曲线的离心率.

【详解】

$$\text{双曲线 } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > b > 0) \text{ 的渐近线方程为 } y = \pm \frac{b}{a} x,$$

$\because$ 直线 l 的倾斜角是渐近线 OA 倾斜角的 2 倍，

$$\therefore k_l = \frac{2ab}{a^2 - b^2},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的方程为 } y = \frac{2ab}{a^2 - b^2} (x - c),$$

$$\text{与 } y = \pm \frac{b}{a} x \text{ 联立，可得 } y = -\frac{2abc}{3a^2 - b^2} \text{ 或 } y = \frac{2abc}{a^2 + b^2},$$

$$\because \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB},$$

$$\therefore \frac{2abc}{a^2 + b^2} = 2 \cdot \frac{2abc}{3a^2 - b^2},$$

$$\therefore a = \sqrt{3} b,$$

$$\therefore c = 2b,$$

$$\therefore e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

故选 B.

【点睛】

本题考查双曲线的简单性质，考查向量知识，考查学生的计算能力，属于中档题.

6、A

【解析】

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 利用点差法得到 $\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4}{2} = 2$, 所以直线 AB 的斜率为 2, 又过点 $(1, 1)$, 再利用点斜式

即可得到直线 AB 的方程.

【详解】

解: 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, $\therefore y_1 + y_2 = 2$,

又 $\begin{cases} y_1^2 = 4x_1 \\ y_2^2 = 4x_2 \end{cases}$, 两式相减得: $y_1^2 - y_2^2 = 4(x_1 - x_2)$,

$$\therefore (y_1 + y_2)(y_1 - y_2) = 4(x_1 - x_2),$$

$$\therefore \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4}{2} = 2,$$

$\therefore$ 直线 AB 的斜率为 2, 又 $\therefore$ 过点 $(1, 1)$,

$\therefore$ 直线 AB 的方程为: $y - 1 = 2(x - 1)$, 即 $2x - y - 1 = 0$,

故选: A.

【点睛】

本题考查直线与抛物线相交的中点弦问题, 解题方法是“点差法”, 即设出弦的两端点坐标, 代入抛物线方程相减后可把弦所在直线斜率与中点坐标建立关系.

7、A

【解析】

先通过降幂公式和辅助角法将函数转化为 $f(x) = 1 - \frac{1}{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 再求最值.

【详解】

已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$,

$$= \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{1 - \cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right)}{2},$$

$$= 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\cos 2x}{2} - \frac{\sqrt{3} \sin 2x}{2} \right) = 1 - \frac{1}{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right),$$

因为 $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \in [-1, 1]$,

所以 $f(x)$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$.

故选: A

【点睛】

本题主要考查倍角公式及两角和与差的三角函数的逆用, 还考查了运算求解的能力, 属于中档题.

8、D

【解析】

因为 $(1+x)^n$ 的展开式中第 4 项与第 8 项的二项式系数相等, 所以 $C_n^3 = C_n^7$, 解得 $n = 10$,

所以二项式 $(1+x)^{10}$ 中奇数项的二项式系数和为 $\frac{1}{2} \times 2^{10} = 2^9$.

考点: 二项式系数, 二项式系数和.

9、B

【解析】

由平行求出参数 m , 再由数量积的坐标运算计算.

【详解】

由 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 得 $2m - (m+3) = 0$, 则 $m = 3$,

$\vec{b} = (3, 6)$, $\vec{c} = (1, -1)$, 所以 $\vec{b} \cdot \vec{c} = 3 - 6 = -3$.

故选: B.

【点睛】

本题考查向量平行的坐标表示, 考查数量积的坐标运算, 掌握向量数量积的坐标运算是解题关键.

10、D

【解析】

由 $\frac{f(x_1)}{x_2} < \frac{f(x_2)}{x_1}$ 变形可得 $x_1 f(x_1) < x_2 f(x_2)$, 可知函数 $g(x) = xf(x)$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 为增函数, 由

$g'(x) = e^x - 2ax \geq 0$ 恒成立, 求解参数即可求得取值范围.

【详解】

Q $x \in (0, +\infty)$,

$\therefore x_1 f(x_1) < x_2 f(x_2)$, 即函数 $g(x) = xf(x) = e^x - ax^2$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 时是单调增函数.

则 $g'(x) = e^x - 2ax \geq 0$ 恒成立.

$$\therefore 2a \leq \frac{e^x}{x}.$$

$$\text{令 } m(x) = \frac{e^x}{x}, \text{ 则 } m'(x) = \frac{(x-1)e^x}{x^2}$$

$x \in (0, 1)$ 时, $m'(x) < 0$, $m(x)$ 单调递减, $x \in (1, +\infty)$ 时 $m'(x) > 0$, $m(x)$ 单调递增.

$$\therefore 2a \leq m(x)_{\min} = m(1) = e, \therefore a \leq \frac{e}{2}$$

故选:D.

【点睛】

本题考查构造函数,借助单调性定义判断新函数的单调性问题,考查恒成立时求解参数问题,考查学生的分析问题的能力
和计算求解的能力,难度较难.

11、A

【解析】

由函数的最大值求出 A , 根据周期求出 ω , 由五点画法中的点坐标求出 φ , 进而求出 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的解析式, 与
 $y = \sin x (x \in \mathbb{R})$ 对比结合坐标变换关系, 即可求出结论.

【详解】

由图可知 $A = 1$, $T = \pi$, $\therefore \omega = 2$,

$$\text{又 } -\frac{\pi}{6}\omega + \varphi = 2k\pi (k \in \mathbb{Z}), \therefore \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}),$$

$$\text{又 } 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}, \therefore \varphi = \frac{\pi}{3}, \therefore y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right),$$

$\therefore$ 为了得到这个函数的图象,

只需将 $y = \sin x (x \in \mathbb{R})$ 的图象上的所有点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个长度单位,

得到 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象,

再将 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象上各点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变) 即可.

故选:A

【点睛】

本题考查函数的图象求解析式, 考查函数图象间的变换关系, 属于中档题.

12、D

【解析】

举例判断命题 p 与 q 的真假，再由复合命题的真假判断得答案。

【详解】

当 $x_0 > 1$ 时， $\log_{\frac{1}{2}} x_0 < 0$ ，故 p 命题为假命题；

记 $f(x) = e^x - x$ 的导数为 $f'(x) = e^x - 1$ ，

易知 $f(x) = e^x - x$ 在 $(-\infty, 0)$ 上递减，在 $(0, +\infty)$ 上递增，

$\therefore f(x) > f(0) = 1 > 0$ ，即 $\forall x \in R, e^x > x$ ，故 q 命题为真命题；

$\therefore p \wedge (\neg q)$ 是假命题

故选 D

【点睛】

本题考查复合命题的真假判断，考查全称命题与特称命题的真假，考查指数函数的图象与性质，是基础题。

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、>

【解析】

根据方差计算公式，计算出 DX, DY 的表达式，由此利用差比较法，比较出两者的大小关系。

【详解】

$$EX = \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)，故$$

$$DX = \frac{1}{4}[(x_1 - EX)^2 + (x_2 - EX)^2 + (x_3 - EX)^2 + (x_4 - EX)^2] = \frac{1}{4}\left[\sum_{i=1}^4 x_i^2 - 4(EX)^2\right]。$$

$$EY = \frac{1}{4}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{x_2 + x_3}{2} + \frac{x_3 + x_4}{2} + \frac{x_4 + x_1}{2}\right) = \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = EX，$$

$$DY = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{x_1 + x_2}{2} - EX\right)^2 + \left(\frac{x_2 + x_3}{2} - EX\right)^2 + \left(\frac{x_3 + x_4}{2} - EX\right)^2 + \left(\frac{x_4 + x_1}{2} - EX\right)^2\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2 + x_3}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_3 + x_4}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_4 + x_1}{2}\right)^2 - 4(EX)^2\right]。$$

要比较 DX, DY 的大小，只需比较 $\sum_{i=1}^4 x_i^2$ 与 $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2 + x_3}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_3 + x_4}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_4 + x_1}{2}\right)^2$ ，两者作差并化简得

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/187063150050006100>