2020年浙江省高考数学试卷

一、选择题（共10小题）.

1．已知集合$P=\{x|1<x<4\}$，$Q=\{x|2<x<3\}$，则$P\cap Q=$（　　）

A．$\{x|1<x\leqslant 2\}$　　B．$\{x|2<x<3\}$　　C．$\{x|3\leqslant x<4\}$　　D．$\{x|1<x<4\}$

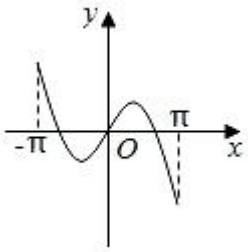
2．已知$a\in R$，若$a-1+(a-2)i$（i为虚数单位）是实数，则$a=$（　　）

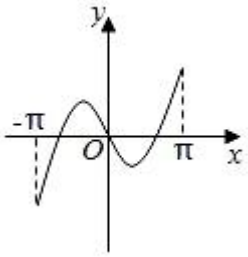
A．1　　B．－1　　C．2　　D．－2

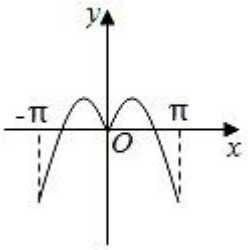
3．若实数x，y满足约束条件$\begin{cases}x-3y+1\leqslant 0\\ x+y-3\geqslant 0\end{cases}$，则$z=x+2y$的取值范围是（　　）

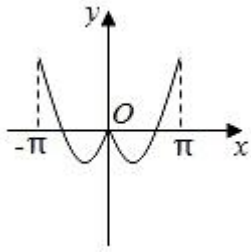
A．（－∞，4]　　B．[4，+∞）　　C．[5，+∞）　　D．（－∞，+∞）

4．函数$y=x\cos x+\sin x$在区间[－π，+π]的图象大致为（　　）

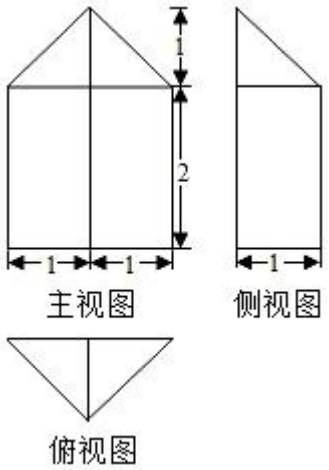
A．

B．

C．

D．

5．某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则该几何体的体积（单位：cm^3）是（　　）



A．$\frac{7}{3}$　　B．$\frac{14}{3}$　　C．3　　D．6

6．已知空间中不过同一点的三条直线 m，n，l，则“m，n，l 在同一平面”是“m，n，l 两两相交”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n，公差 $d\neq 0$，$\frac{a_1}{d}\leqslant 1$．记 $b_1=S_2$，$b_{n+1}=S_{n+2}-S_{2n}$，$n\in\mathrm{N}^*$，下列等式不可能成立的是（　　）

A．$2a_4=a_2+a_6$　　B．$2b_4=b_2+b_6$　　C．$a_4^2=a_2a_8$　　D．$b_4^2=b_2b_8$

8．已知点 O（0，0），A（－2，0），B（2，0）．设点 P 满足$|PA|-|PB|=2$，且 P 为函数 $y=3\sqrt{4-x^2}$图象上的点，则$|OP|=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{22}}{2}$　　B．$\frac{4\sqrt{10}}{5}$　　C．$\sqrt{7}$　　D．$\sqrt{10}$

9．已知 a，$b\in\mathrm{R}$ 且 $ab\neq 0$，若（$x-a$）（$x-b$）（$x-2a-b$）$\geqslant 0$ 在 $x\geqslant 0$ 上恒成立，则（　　）

A．$a<0$　　B．$a>0$　　C．$b<0$　　D．$b>0$

10．设集合 S，T，$S\subseteq\mathrm{N}^*$，$T\subseteq\mathrm{N}^*$，S，T 中至少有两个元素，且 S，T 满足：

①对于任意 x，$y\in S$，若 $x\neq y$，都有 $xy\in T$；

②对于任意 x，$y\in T$，若 $x<y$，则$\frac{y}{x}\in S$；下列命题正确的是（　　）

A．若 S 有 4 个元素，则 $S\cup T$ 有 7 个元素

B．若 S 有 4 个元素，则 $S\cup T$ 有 6 个元素

C．若 S 有 3 个元素，则 $S\cup T$ 有 4 个元素

D．若 S 有 3 个元素，则 $S\cup T$ 有 5 个元素

二、填空题：本大题共 7 小题，共 36 分。多空题每小题 4 分；单空题每小题 4 分。

11．已知数列$\{a_n\}$满足 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$，则 $S_3=$_____．

12．设 $(1+2x)^5=a_1+a_2x+a_3x^2+a_4x^3+a_5x^4+a_6x^5$，则 $a_5=$_____；$a_1+a_2+a_3=$_____．

13．已知 $\tan\theta=2$，则 $\cos 2\theta=$_____；$\tan(\theta-\frac{\pi}{4})=$_____．

14．已知圆锥展开图的侧面积为 2π，且为半圆，则底面半径为_____．

15．设直线 l：$y=kx+b$（$k>0$），圆 C_1：$x^2+y^2=1$，C_2：$(x-4)^2+y^2=1$，若直线 l 与 C_1，C_2 都相切，则 $k=$_____；$b=$_____．

16．一个盒子里有 1 个红 1 个绿 2 个黄四个相同的球，每次拿一个，不放回，拿出红球即停，

设拿出黄球的个数为ξ，则 $P(\xi=0)=$_____；$E(\xi)=$_____.

17．设 $\vec{e_1}$，$\vec{e_2}$ 为单位向量，满足 $|2\vec{e_1}-\vec{e_2}|\leq\sqrt{2}$，$\vec{a}=\vec{e_1}+\vec{e_2}$，$\vec{b}=3\vec{e_1}+\vec{e_2}$，设 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为θ，则 $\cos^2\theta$ 的最小值为_____.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

18．在锐角△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $2b\sin A=\sqrt{3}a$.

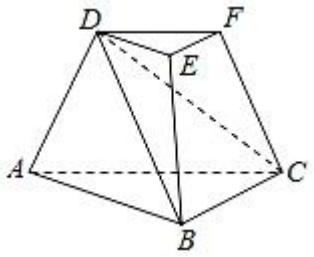
（Ⅰ）求角 B；

（Ⅱ）求 $\cos A+\cos B+\cos C$ 的取值范围.

19．如图，三棱台 $DEF-ABC$ 中，面 $ADFC\perp$ 面 ABC，$\angle ACB=\angle ACD=45°$，$DC=2BC$.

（Ⅰ）证明：$EF\perp DB$；

（Ⅱ）求 DF 与面 DBC 所成角的正弦值.



20．已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$中，$a_1=b_1=c_1=1$，$c_{n+1}=a_{n+1}-a_n$，$c_{n+1}=\frac{b_n}{b_{n+2}}\cdot c_n$（$n\in N^*$）.

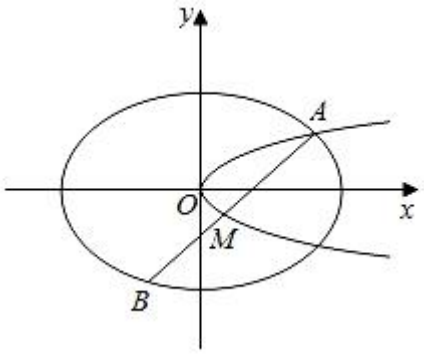
（Ⅰ）若数列$\{b_n\}$为等比数列，且公比 $q>0$，且 $b_1+b_2=6b_3$，求 q 与 a_n 的通项公式；

（Ⅱ）若数列$\{b_n\}$为等差数列，且公差 $d>0$，证明：$c_1+c_2+\cdots+c_n<1+\frac{1}{d}$.

21．如图，已知椭圆 C_1：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$，抛物线 C_2：$y^2=2px$（$p>0$），点 A 是椭圆 C_1 与抛物线 C_2 的交点，过点 A 的直线 l 交椭圆 C_1 于点 B，交抛物线 C_2 于 M（B，M 不同于 A）.

（Ⅰ）若 $p=\frac{1}{16}$，求抛物线 C_2 的焦点坐标；

（Ⅱ）若存在不过原点的直线 l 使 M 为线段 AB 的中点，求 p 的最大值.



22．已知 $1<a\leqslant 2$，函数 $f(x)=e^x-x-a$，其中 $e=2.71828\cdots$ 为自然对数的底数．

（Ⅰ）证明：函数 $y=f(x)$ 在 （0，+∞）上有唯一零点；

（Ⅱ）记 x_0 为函数 $y=f(x)$ 在 （0，+∞）上的零点，证明：

（ⅰ）$\sqrt{a-1}\leqslant x_0\leqslant\sqrt{2(a-1)}$；

（ⅱ）$x_0f(e^{x_0})\geqslant(e-1)(a-1)a$．

参考答案

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $P=\{x|1<x<4\}$，$Q=\{x|2<x<3\}$，则 $P\cap Q=$（　　）

A．$\{x|1<x\leqslant 2\}$　　B．$\{x|2<x<3\}$　　C．$\{x|3\leqslant x<4\}$　　D．$\{x|1<x<4\}$

【分析】直接利用交集的运算法则求解即可．

解：集合 $P=\{x|1<x<4\}$，$Q=\{x|2<x<3\}$，

则 $P\cap Q=\{x|2<x<3\}$．

故选：B．

2．已知 $a\in R$，若 $a-1+(a-2)i$（i 为虚数单位）是实数，则 $a=$（　　）

A．1　　B．－1　　C．2　　D．－2

【分析】利用复数的虚部为 0，求解即可．

解：$a\in R$，若 $a-1+(a-2)i$（i 为虚数单位）是实数，

可得 $a-2=0$，解得 $a=2$．

故选：C．

3．若实数 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x-3y+1\leqslant 0\\ x+y-3\geqslant 0\end{cases}$，则 $z=x+2y$ 的取值范围是（　　）

A．（－∞，4]　　B．[4，+∞）　　C．[5，+∞）　　D．（－∞，+∞）

【分析】作出不等式组表示的平面区域；作出目标函数对应的直线；结合图象判断目标函数 $z=x+2y$ 的取值范围．

解：画出实数 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x-3y+1\leqslant 0\\ x+y-3\geqslant 0\end{cases}$所示的平面区域，如图：

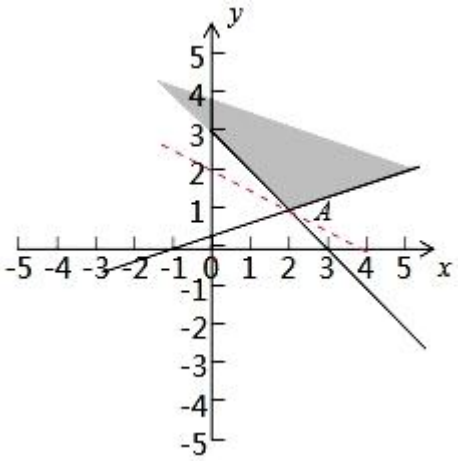
将目标函数变形为 $-\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}=y$，

则 z 表示直线在 y 轴上截距，截距越大，z 越大，

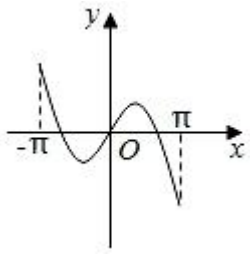
当目标函数过点 A（2，1）时，截距最小为 $z=2+2=4$，随着目标函数向上移动截距越来越大，

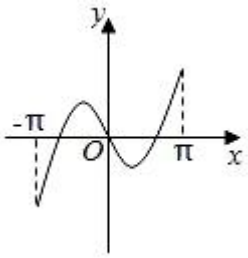
故目标函数 $z=2x+y$ 的取值范围是[4，+∞）．

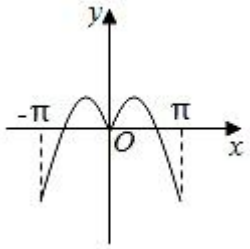
故选：B．

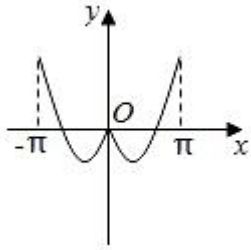


4．函数 $y=x\cos x+\sin x$ 在区间$[-\pi,+\pi]$的图象大致为（　　）

A．

B．

C．

D．

【分析】先判断函数的奇偶性，再判断函数值的特点．

解：$y=f(x)=x\cos x+\sin x$，

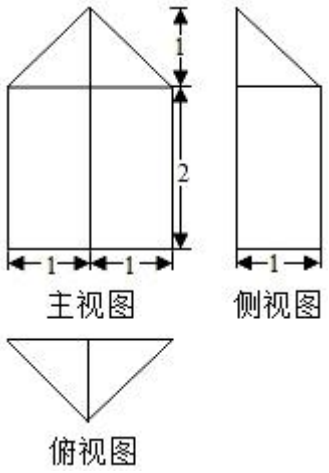
则 $f(-x)=-x\cos x-\sin x=-f(x)$，

∴$f(x)$ 为奇函数，函数图象关于原点对称，故排除 B，D，

当 $x=\pi$ 时，$y=f(\pi)=\pi\cos\pi+\sin\pi=-\pi<0$，故排除 B，

故选：A．

5．某几何体的三视图（单位：cm）如图所示，则该几何体的体积（单位：cm^3）是（　　）



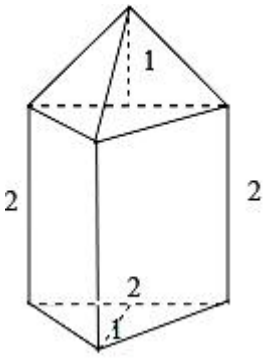
A．$\frac{7}{3}$　　B．$\frac{14}{3}$　　C．3　　D．6

【分析】画出几何体的直观图，利用三视图的数据求解几何体的体积即可．

解：由题意可知几何体的直观图如图，下部是直三棱柱，底面是斜边长为 2 的等腰直角三角形，棱锥的高为 2，上部是一个三棱锥，一个侧面与底面等腰直角三角形垂直，棱锥的高为 1，

所以几何体的体积为：$\frac{1}{2}\times2\times1\times2+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times1\times1=\frac{7}{3}$．

故选：A．



6．已知空间中不过同一点的三条直线 m，n，l，则“m，n，l 在同一平面”是“m，n，l 两两相交”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

【分析】由 m，n，l 在同一平面，则 m，n，l 相交或 m，n，l 有两个平行，另一直线与之相交，或三条直线两两平行，根据充分条件，必要条件的定义即可判断．

解：空间中不过同一点的三条直线 m，n，l，若 m，n，l 在同一平面，则 m，n，l 相交或 m，n，l 有两个平行，另一直线与之相交，或三条直线两两平行．

故 m，n，l 在同一平面”是“m，n，l 两两相交”的必要不充分条件，

故选：B．

7．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n，公差 $d\neq 0$，$\frac{a_1}{d}\leqslant 1$．记 $b_1=S_2$，$b_{n+1}=S_{n+2}-S_{2n}$，$n\in\mathrm{N}^*$，下列等式不可能成立的是（　　）

A．$2a_4=a_2+a_6$　　B．$2b_4=b_2+b_6$　　C．$a_4^2=a_2a_8$　　D．$b_4^2=b_2b_8$

【分析】由已知利用等差数列的通项公式判断 A 与 C；由数列递推式分别求得 b_2，b_4，b_6，b_8，分析 B，D 成立时是否满足公差 $d\neq 0$，$\frac{a_1}{d}\leqslant 1$ 判断 B 与 D．

解：在等差数列$\{a_n\}$中，$a_n=a_1+(n-1)d$，

$S_{n+2}=(n+2)a_1+\frac{(n+2)(n+1)}{2}d$，$S_{2n}=2na_1+\frac{2n(2n-1)}{2}d$，

$b_1=S_2=2a_1+d$，$b_{n+1}=S_{n+2}-S_{2n}=(2-n)a_1-\frac{3n^2-5n-2}{2}d$．

$\therefore b_2=a_1+2d$，$b_4=-a_1-5d$，$b_6=-3a_1-24d$，$b_8=-5a_1-55d$．

A.$2a_4=2(a_1+3d)=2a_1+6d$，$a_2+a_6=a_1+d+a_1+5d=2a_1+6d$，故 A 正确；

B.$2b_4=-2a_1-10d$，$b_2+b_6=a_1+2d-3a_1-24d=-2a_1-22d$，

若 $2b_4=b_2+b_6$，则 $-2a_1-10d=-2a_1-22d$，即 $d=0$，不合题意，故 B 错误；

C．若 $a_4^2=a_2a_8$，则 $(a_1+3d)^2=(a_1+d)(a_1+7d)$，

即 $a_1^2+6a_1d+9d^2=a_1^2+8a_1d+7d^2$，得 $a_1d=d^2$，

$\because d\neq 0$，$\therefore a_1=d$，符合 $\frac{a_1}{d}\leqslant 1$，故 C 正确；

D．若 $b_4^2=b_2b_8$，则 $(-a_1-5d)^2=(a_1+2d)(-5a_1-55d)$，

即 $2(\frac{a_1}{d})^2+25\frac{a_1}{d}+45=0$，则 $\frac{a_1}{d}$ 有两不等负根，满足 $\frac{a_1}{d}\leqslant 1$，故 D 正确．

$\therefore$等式不可能成立的是 B．

故选：B．

8．已知点 O（0，0），A（－2，0），B（2，0）．设点 P 满足 $|PA|-|PB|=2$，且 P 为函数 $y=3\sqrt{4-x^2}$ 图象上的点，则 $|OP|=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{22}}{2}$　　B．$\frac{4\sqrt{10}}{5}$　　C．$\sqrt{7}$　　D．$\sqrt{10}$

【分析】求出 P 满足的轨迹方程，求出 P 的坐标，即可求解 $|OP|$．

解：点 O （0，0），A（－2，0），B （2，0）．设点 P 满足 $|PA|-|PB|=2$，

可知 P 的轨迹是双曲线$\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{3}=1$的右支上的点，

P 为函数 $y=3\sqrt{4-x^2}$图象上的点，即$\frac{y^2}{36}+\frac{x^2}{4}=1$在第一象限的点，

联立两个方程，解得 P（$\frac{\sqrt{13}}{2}$，$\frac{3\sqrt{3}}{2}$），

所以$|OP|=\sqrt{\frac{13}{4}+\frac{27}{4}}=\sqrt{10}$.

故选：D.

9．已知 a，$b\in$R 且 $ab\neq0$，若（$x-a$）（$x-b$）（$x-2a-b$）$\geqslant0$ 在 $x\geqslant0$ 上恒成立，则（　　）

A．$a<0$　　B．$a>0$　　C．$b<0$　　D．$b>0$

【分析】设 $f(x)=(x-a)(x-b)(x-2a-b)$，求得 $f(x)$ 的零点，根据 $f(0)\geqslant0$ 恒成立，讨论 a，b 的符号，结合三次函数的图象，即可得到结论.

解：设 $f(x)=(x-a)(x-b)(x-2a-b)$，可得 $f(x)$ 的图象与 x 轴有三个交点，即 $f(x)$ 有三个零点 a，b，$2a+b$ 且 $f(0)=-ab(2a+b)$，

由题意知，$f(0)\geqslant0$ 恒成立，则 $ab(2a+b)\leqslant0$，$a<0$，$b<0$，

可得 $2a+b<0$，$ab(2a+b)\leqslant0$ 恒成立，排除 B，D；

我们考虑零点重合的情况，即中间和右边的零点重合，左边的零点在负半轴上.

则有 $a=b$ 或 $a=2a+b$ 或 $b=b+2a$ 三种情况，此时 $a=b<0$ 显然成立；

若 $b=b+2a$，则 $a=0$ 不成立；

若 $a=2a+b$，即 $a+b=0$，可得 $b<0$，$a>0$ 且 a 和 $2a+b$ 都在正半轴上，符合题意，

综上 $b<0$ 恒成立.

故选：C.

10．设集合 S，T，$S\subseteq$N*，$T\subseteq$N*，S，T 中至少有两个元素，且 S，T 满足：

①对于任意 x，$y\in S$，若 $x\neq y$，都有 $xy\in T$；

②对于任意 x，$y\in T$，若 $x<y$，则$\frac{y}{x}\in S$；下列命题正确的是（　　）

A．若 S 有 4 个元素，则 $S\cup T$ 有 7 个元素

B．若 S 有 4 个元素，则 $S\cup T$ 有 6 个元素

C．若 S 有 3 个元素，则 $S\cup T$ 有 4 个元素

D．若 S 有 3 个元素，则 $S\cup T$ 有 5 个元素

【分析】利用特殊集合排除选项，推出结果即可.

解：取：$S=\{1，2，4\}$，则 $T=\{2，4，8\}$，$S\cup T=\{1，2，4，8\}$，4 个元素，排除 C.

$S=\{2，4，8\}$，则 $T=\{8，16，32\}$，$S\cup T=\{2，4，8，16，32\}$，5 个元素，排除 D；

$S=\{2，4，8，16\}$则 $T=\{8，16，32，64，128\}$，$S\cup T=\{2，4，8，16，32，64，128\}$，7 个元素，排除 B；

故选：A.

二、填空题：本大题共 7 小题，共 36 分。多空题每小题 4 分；单空题每小题 4 分。

11．已知数列$\{a_n\}$满足 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$，则 $S_3=$__10__.

【分析】求出数列的前 3 项，然后求解即可.

解：数列$\{a_n\}$满足 $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$，

可得 $a_1=1$，$a_2=3$，$a_3=6$，

所以 $S_3=1+3+6=10$.

故答案为：10.

12．设$(1+2x)^5=a_1+a_2x+a_3x^2+a_4x^3+a_5x^4+a_6x^5$，则 $a_5=$_____；$a_1+a_2+a_3=$_____.

【解析】$(1+2x)^5$ 的通项为 $T_{r+1}=C_5^r(2x)^r=2^rC_5^rx^r$，令 $r=4$，则 $T_5=2^4C_5^4x^4=80x^4$，故 $a_5=80$；

$a_1+a_3+a_5=2^1C_5^1+2^3C_5^3+2^5C_5^5=122$.

13．已知 tanθ=2，则 cos2θ=__$-\frac{3}{5}$__；tan（$\theta-\frac{\pi}{4}$）=__$\frac{1}{3}$__.

【分析】利用二倍角公式以及同角三角函数基本关系式求解第一问，利用两角和与差的三角函数转化求解第二问.

解：tanθ=2，

则 $\cos2\theta=\frac{\cos^2\theta-\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}=\frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}=\frac{1-4}{1+4}=-\frac{3}{5}$.

$\tan(\theta-\frac{\pi}{4})=\frac{\tan\theta-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan\theta\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{2-1}{1+2\times1}=\frac{1}{3}$.

故答案为：$-\frac{3}{5}$；$\frac{1}{3}$.

14．已知圆锥展开图的侧面积为 2π，且为半圆，则底面半径为__1__.

【分析】利用圆锥的侧面积，求出母线长，求解底面圆的周长，然后求解底面半径.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/187141066136010044