河南省安阳市林州市第一中学2024-2025学年高二上学期8月月考数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．若复数z满足$\left(\mathrm{i}+1\right)\cdot z=4-3\mathrm{i}$，则$\left|z\right|=$（　）

A．$\frac{5}{2}$　　B．$\frac{5\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{25}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{2}$

2．下列函数中，在区间$\left(0,+\infty\right)$上为增函数的是（　）

A．$y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$　　B．$y=\frac{1}{x^2}$

C．$y=\lg x$　　D．$y=(x-1)^2+1$

3．某校文艺部有4名学生，其中高一、高二年级各2名．从这4名学生中随机选2名组织校文艺汇演，则这2名学生来自不同年级的概率为（　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

4．八卦是中国文化的基本学概念，图1是八卦模型图，其平面图形为图2所示的正八边形$ABCDEFGH$，其中$\left|\overrightarrow{OA}\right|=1$给出下列结论，其中正确的结论为（　）

图1

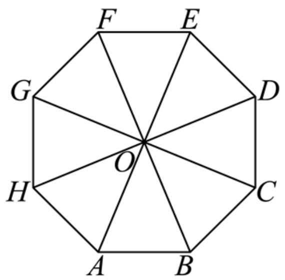


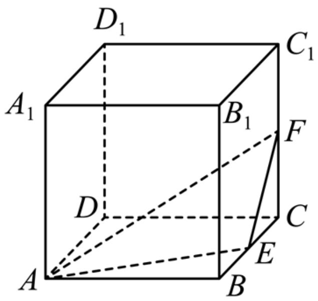
图2

A．$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OH}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$　　B．$\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{OE}$

C．$\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}\left|\overrightarrow{DH}\right|$　　D．$\overrightarrow{OA}$在$\overrightarrow{OD}$上的投影向量为$\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{e}$（其中$\vec{e}$为与$\overrightarrow{OD}$同向的单位向量）

5．如图，在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E，F分别为棱BC，CC_1的中点，过点A，E，F

作一截面，该截面将正方体分成上、下两部分，则分成的上、下两部分几何体的体积比为（　）



A．2　　B．$\frac{15}{7}$　　C．$\frac{17}{7}$　　D．$\frac{19}{7}$

6．已知$\alpha\in(0,\pi)$，$\beta\in(0,\pi)$，$\sin(\alpha-\beta)=\frac{3}{4}$，$\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=-5$，则$\alpha+\beta=$（　）

A．$\frac{1}{6}\pi$　　B．$\frac{11}{6}\pi$　　C．$\frac{7}{6}\pi$　　D．$\frac{5}{6}\pi$

7．已知平面向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=4,|\vec{c}|=2,\vec{a}\cdot\vec{b}=-8$，若$\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b},(\lambda\in\mathbf{R},\mu\in\mathbf{R})$，则$2\lambda+\mu$的取值范围是（　）

A．$\left[-\frac{4\sqrt{6}}{3},\frac{4\sqrt{6}}{3}\right]$　B．$\left[-\frac{\sqrt{21}}{3},\frac{\sqrt{21}}{3}\right]$　C．$\left[-\frac{\sqrt{21}}{2},\frac{\sqrt{21}}{2}\right]$　D．$\left[-2\sqrt{6},2\sqrt{6}\right]$

8．已知平面向量$\vec{a}=(1,\sqrt{3}),\vec{b}=(\sqrt{3},1)$，且$\vec{a}\perp(\vec{b}-\lambda\vec{a})$，则实数$\lambda$的值为（　）

A．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

二、多选题

9．假设$\alpha\in(0,\pi)$，且$\alpha\neq\frac{\pi}{2}$．当$\angle xoy=\alpha$时，定义平面坐标系xoy为α−仿射坐标系，在α−仿射坐标系中，任意一点P的斜坐标这样定义：$\vec{e_1},\vec{e_2}$分别为x轴，y轴正方向上的单位向量，若$\overrightarrow{OP}=x\vec{e_1}+y\vec{e_2}$，则记为$\overrightarrow{OP}=(x,y)$，那么下列说法中正确的是（　）

A．设$\vec{a}=(m,n)$，则$|\vec{a}|=\sqrt{m^2+n^2+2mn\cos\alpha}$

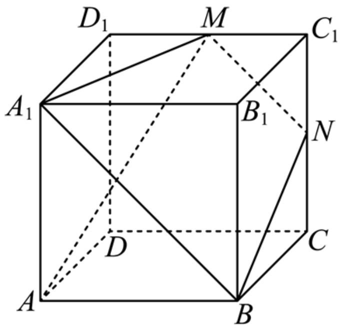
B．设$\vec{a}=(m,n),\vec{b}=(s,t)$，若$\vec{a}//\vec{b}$，则$mt-ns=0$

C．设$\vec{a}=(m,n),\vec{b}=(s,t)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$ms+nt+(mt+ns)\sin\alpha=0$

D．设$\vec{a}=(-1,2),\vec{b}=(-2,1)$，若$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，则$\alpha=\frac{\pi}{3}$

10．如图所示，在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M、N分别为棱C_1D_1、C_1C

的中点．则下列结论正确的是（　　）



A．直线 AM 与 BN 是平行直线

B．直线 MN 与 AC 所成的角为 $60°$

C．平面 AMB 与平面 $ABCD$ 所成二面角的平面角为 $45°$

D．平面 BMN 截正方体所得的截面面积为 $\frac{3}{2}$

11．已知 $y=f\left(x\right)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数，且 $y=f\left(x+1\right)$ 为偶函数．当 $x\in\left[0,1\right]$ 时，$f\left(x\right)=2^{x}-a\log_{2}\left(2x+2\right)$，下列结论正确的是（　　）

A．$a=-1$

B．$f\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)$

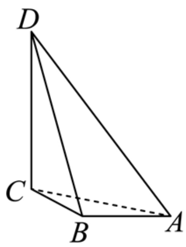
C．$f\left(3\right)=0$

D．$f\left(1\right)+f\left(2\right)+f\left(3\right)+\cdots+f\left(2023\right)=1$

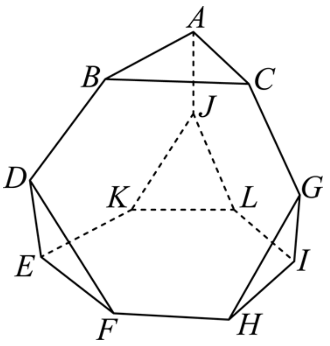
三、填空题

12．已知函数 $f\left(x\right)=-x^{2}-2ax-a$ 在区间 $\left(-\infty,0\right)$ 上单调递增，且 $a+\mathrm{e}^{x}+\ln\left(x+1\right)\geq 0$ 对任意的 $x\geq 0$ 恒成立，则 a 的取值范围是______.

13．如图所示的是某城市的一座纪念碑，一位学生为测量该纪念碑的高度 CD，选取与碑基 C 在同一水平面内的两个测量点 A,B .现测得 $\angle BAC=30°,\angle ABC=105°,AB=120$ 米，在点 B 处测得碑顶 D 的仰角为 $30°$，则该同学通过测量计算出纪念碑高 CD 为________米.（保留根号）



14．截角四面体是一种半正八面体，可由四面体经过适当的截角，即截去四面体的四个顶点所产生的多面体.如图所示，将棱长为 6 的正四面体沿棱的三等分点作平行于底面的截面得到所有棱长均为 2 的截角四面体，则该截角四面体的外接球表面积为________.



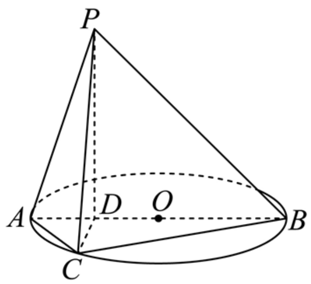
四、解答题

15．已知向量 $\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(-1,m)$.

(1)若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 135°，求实数 m 的值；

(2)若 $\vec{a}\perp(\vec{a}-\vec{b})$，求向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量.

16．如图，已知 AB 为圆 O 的直径，D 为线段 AB 上一点，且 $AD=\dfrac{1}{3}DB=1$，C 为圆 O 上一点，且 $BC=\sqrt{3}AC$，$PD\perp$ 平面 ABC，$PD=DB$.



(1)求 CD；

(2)求证：$PA\perp CD$；

(3)求三棱锥 $B-POC$ 的体积.

17．已知函数 $f(x)=\cos^4\omega x-2\sin\omega x\cos\omega x-\sin^4\omega x(\omega>0)$ 的最小正周期 $T=\pi$.

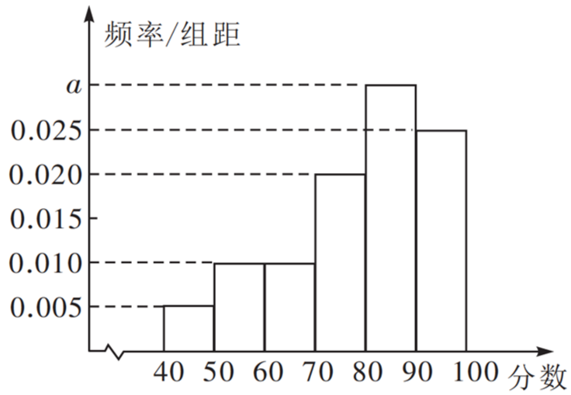
(1)求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

(2)当 $x\in[0,\dfrac{5\pi}{8}]$ 时，讨论方程 $f(x)+1=m$ 根的个数.

18

．漳州古城有着上千年的建城史，是国家级闽南文化生态保护区的重要组成部分，并人选首批“中国历史文化街区”.五一假期来漳州古城旅游的人数创新高，单日客流峰值达20万人次.为了解游客的旅游体验满意度，某研究性学习小组用问卷调查的方式随机调查了100名游客，该兴趣小组将收集到的游客满意度分值数据（满分100分）分成六段：

$[40,50),[50,60),\ldots,[90,100]$得到如图所示的频率分布直方图.



(1)求频率分布直方图中a的值，并估计100名游客满意度分值的众数和中位数（结果保留整数）；

(2)已知满意度分值落在$[70,80)$的平均数$\bar{z}_1=75$，方差$s_1^2=9$，在[80,90)的平均数为$\bar{z}_2=85$，方差$s_2^2=4$，试求满意度分值在$[70,90)$的平均数$\bar{z}$和方差s^2.

19．已知函数$f(x)$的定义域为R，且$f(x+y)+f(x-y)=f(x)f(y)$，$f(1)=1$.

(1)若$f(x)=A\cos\omega x(0<\omega<\pi)$，求$A$与$\omega$；

(2)证明：函数$f(x)$是偶函数；

(3)证明函数$f(x)$是周期函数；

(4)若$f(x)$的周期为T，在$\left[0,\dfrac{T}{2}\right]$上是减函数，记$f(x)$的正的零点从小到大依次为$x_1$，$x_2$，$x_3$，L，证明$f(x)$在区间$[0,2024T]$上有4048个零点，且

$x_2-x_1=x_3-x_2=\text{L}=x_{4048}-x_{4047}$.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	D	C	C	D	B	B	ABD	BC
题号	11									
答案	BC									

1．B

【分析】利用$\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}$进行求解.

【详解】由题知$z=\frac{4-3\mathrm{i}}{\mathrm{i}+1}$，

$\therefore |z|=\left|\frac{4-3\mathrm{i}}{\mathrm{i}+1}\right|=\frac{|4-3\mathrm{i}|}{|\mathrm{i}+1|}=\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$．

故选：B

2．C

【分析】根据指数函数性质可对 A 项判断；利用幂函数性质可对 B 项判断；利用对数函数性质可对 C 项判断；利用二次函数性质可对 D 项判断.

【详解】对于选项 A：根据指数函数的单调性可知该函数在R 上为单调减函数，故 A 项错误；

对于选项 B：根据幂函数的性质可知该函数在$(0,+\infty)$上为单调递减函数，故 B 项错误；

对于选项 C：根据对数函数的单调性可知该函数在$(0,+\infty)$上为单调递增函数，故 C 项正确;

对于选项 D：根据二次函数的性质可知该函数在$(0,+\infty)$上不单调，故 D 项错误.

故选：C.

3．D

【分析】利用古典概率的概率公式，结合组合的知识即可得解.

【详解】依题意，从这 4 名学生中随机选 2 名组织校文艺汇演，总的基本事件有$\mathrm{C}_4^2=6$件，

其中这 2 名学生来自不同年级的基本事件有$\mathrm{C}_2^1\mathrm{C}_2^1=4$，

所以这 2 名学生来自不同年级的概率为$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

故选：D.

4．C

【分析】对于A，根据正八边形的性质可求出$\angle AOH$，对于B，利用向量的加法法则分析判断，对于C，根据向量的减法法则结合正八边形的性质分析判断，对于D，根据投影向量的定义分析判断.

【详解】对于A，因为$\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{4}$，所以$\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OH}$的夹角为$\frac{\pi}{4}$，所以A错误，

对于B，由于四边形$ODEF$不是平行四边形，所以$\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OF}\neq\overrightarrow{OE}$，所以B错误，

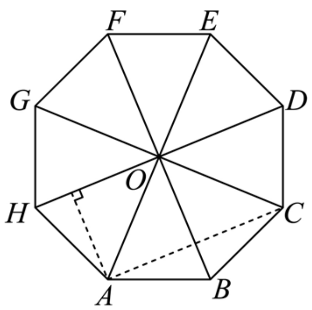
对于C，因为$\angle AOC=2\times\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{2}$，$OA=OC$，所以$\triangle AOC$是等腰直角三角形，

所以$\left|\overrightarrow{CA}\right|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$，$\left|\overrightarrow{DH}\right|=2$，

所以$\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}\right|=\left|\overrightarrow{CA}\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}\left|\overrightarrow{DH}\right|$，所以C正确.

结合图形可知$\overrightarrow{OA}$在$\overrightarrow{OD}$上的投影向量与$\overrightarrow{OD}$的方向相反，所以D错误.

故选：C



5．C

【分析】根据题意分析可得过点A，E，F的截面即为截面$AEFD_1$，截面将正方体分成上、下两部分，其中下部分ADD_1-ECF为三棱台，结合台体的体积公式分析运算.

【详解】如图，连接AD_1，D_1F,BC_1，

$\because E$，F分别为棱BC，CC_1的中点，则$EF\parallel BC_1$，

又$\because AB\parallel C_1D_1$，且$AB=C_1D_1$，则$ABC_1D_1$为平行四边形，

$\therefore AD_1\parallel BC_1$，

可得$EF\parallel AD_1$，

故则过点A，E，F的截面即为截面$AEFD_1$，截面将正方体分成上、下两部分，其中下部分

ADD_1-ECF 为三棱台，且三棱台 ADD_1-ECF 的高为 DC .

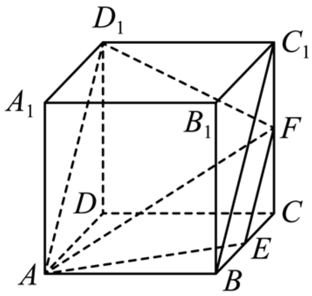
设正方体的棱长为 2，则 $S_{\triangle ADD_1}=\dfrac{1}{2}\times 2\times 2=2, S_{\triangle ECF}=\dfrac{1}{2}\times 1\times 1=\dfrac{1}{2}$,

可得正方体的体积 $V_{ABCD-A_1B_1C_1D_1}=2\times 2\times 2=8$,

三棱台 ADD_1-ECF 的体积 $V_{ADD_1-ECF}=\dfrac{1}{3}\times 2\times\left(2+\dfrac{1}{2}+\sqrt{2\times\dfrac{1}{2}}\right)=\dfrac{7}{3}$,

故分成的上、下两部分几何体的体积比为 $\dfrac{8-\frac{7}{3}}{\frac{7}{3}}=\dfrac{17}{7}$.

故选：C.



6．D

【分析】利用正弦函数的和差公式与三角函数的商数关系得到关于 $\sin\alpha\cos\beta,\cos\alpha\sin\beta$ 的方程组，进而结合三角函数的正负情况求得 $\alpha+\beta$ 的取值范围，再次利用正弦函数的和差公式求得 $\sin\left(\alpha+\beta\right)$ 的值，由此得到 $\alpha+\beta$ 的值.

【详解】因为 $\sin\left(\alpha-\beta\right)=\dfrac{3}{4}$ ，所以 $\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{3}{4}$,

又因为 $\dfrac{\tan\alpha}{\tan\beta}=-5$ ，即 $\tan\alpha=-5\tan\beta$ ，则 $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-5\times\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}$ ，故

$\sin\alpha\cos\beta+5\cos\alpha\sin\beta=0$,

联立 $\begin{cases}\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{3}{4}\\ \sin\alpha\cos\beta+5\cos\alpha\sin\beta=0\end{cases}$ ，解得 $\begin{cases}\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{5}{8}\\ \cos\alpha\sin\beta=-\dfrac{1}{8}\end{cases}$,

因为 $\alpha\in\left(0,\pi\right)$ ， $\beta\in\left(0,\pi\right)$ ，所以 $\sin\alpha>0,\sin\beta>0$,

又 $\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{5}{8}>0$ ， $\cos\alpha\sin\beta=-\dfrac{1}{8}<0$ ，所以 $\cos\alpha<0$ ， $\cos\beta>0$,

所以 $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$ ， $\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ ，则 $\dfrac{\pi}{2}<\alpha+\beta<\dfrac{3\pi}{2}$,

因为$\sin\left(\alpha+\beta\right)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\frac{5}{8}-\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$，

所以$\alpha+\beta=\frac{5\pi}{6}$.

故选：D.

7．B

【分析】将$\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$两边平方，整理得$\left(2\lambda-u\right)^2+3u^2=1$，令$2\lambda-u=\cos\theta,\sqrt{3}u=\sin\theta$，所以$2\lambda+\mu=\cos\theta+\frac{2\sqrt{3}}{3}\sin\theta=\frac{\sqrt{21}}{3}\sin\left(\theta+\varphi\right)$，即可求解.

【详解】因为$|\vec{a}|=|\vec{b}|=4,|\vec{c}|=2,\vec{a}\cdot\vec{b}=-8$，且$\vec{c}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b},\left(\lambda\in\mathbf{R},\mu\in\mathbf{R}\right)$，

所以$\vec{c}^2=\left(\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}\right)^2=\lambda^2|\vec{a}|^2+\mu^2|\vec{b}|^2+2\lambda\mu\vec{a}\cdot\vec{b}=16\lambda^2+16\mu^2-16\lambda\mu=4$，

所以$\left(2\lambda-u\right)^2+3u^2=1$，

令$2\lambda-u=\cos\theta,\sqrt{3}u=\sin\theta$，

所以$2\lambda+\mu=\cos\theta+\frac{2\sqrt{3}}{3}\sin\theta=\frac{\sqrt{21}}{3}\sin\left(\theta+\varphi\right)$，其中$\cos\varphi=\frac{2\sqrt{21}}{7},\sin\varphi=\frac{\sqrt{21}}{7}$，

所以$2\lambda+\mu\in\left[-\frac{\sqrt{21}}{3},\frac{\sqrt{21}}{3}\right]$，

即$2\lambda+\mu$的取值范围是$\left[-\frac{\sqrt{21}}{3},\frac{\sqrt{21}}{3}\right]$.

故选：B.

8．B

【详解】由已知得$|\vec{a}|=\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times1=2\sqrt{3}$，

又$\vec{a}\perp\left(\vec{b}-\lambda\vec{a}\right)$，所以$\vec{a}\cdot\left(\vec{b}-\lambda\vec{a}\right)=0$，即$\vec{a}\cdot\vec{b}-\lambda\vec{a}^2=0$，

所以$2\sqrt{3}-4\lambda=0$，解得$\lambda=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：B.

9．ABD

【分析】根据题意结合平面向量的相关运算逐项分析判断.

【详解】由题意可得：$\left|\vec{e_1}\right|=\left|\vec{e_2}\right|=1,\vec{e_1}\cdot\vec{e_2}=1\times1\times\cos\alpha=\cos\alpha$，

对于 A：若$\vec{a}=(m,n)$，则$\vec{a}=m\vec{e_1}+n\vec{e_2}$，