# 第二十一章 二次函数与反比例函数章末测试卷

**考试范围：第 21 章　　考试时间：120 分钟　　姓名：　　分数：**

## 第Ⅰ卷（选择题）

**一、单选题（共 40 分）**

1．（本题 4 分）（2023 秋·全国·九年级专题练习）关于 $x$ 的函数 $y=(a-b)x^2+1$ 是二次函数的条件是（　　）

A．$a\neq 0$　　B．$a\neq b$　　C．$b=0$　　D．$a=0$

【答案】B

【分析】根据二次函数的定义，形如 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 这样的函数是二次函数，其中 $a$、$b$、$c$ 是常数，直接求解即可得到答案．

【详解】解：当 $a-b\neq 0$，即 $a\neq b$，则 $y=(a-b)x^2+1$ 是二次函数．

故选：B．

【点睛】本题考查二次函数的条件，知道二次函数二次项系数不为 0 是关键．

2．（本题 4 分）（2023 春·浙江·八年级专题练习）若 $y$ 与 $x$ 成反比例，$x$ 与 $\frac{4}{z}$ 成正比例，则 $y$ 是 $z$ 的（　　）

A．正比例函数　　B．反比例函数　　C．一次函数　　D．不能确定

【答案】A

【分析】设 $y=\frac{k}{x}$，$x=a\cdot\frac{4}{z}$（$k$、$a$ 为常数，$k\neq 0$，$a\neq 0$），代入后进行化简，即可得出选项．

【详解】解：∵$y$ 与 $x$ 成反比例，$x$ 与 $\frac{4}{z}$ 成正比例，

∴设 $y=\frac{k}{x}$，$x=a\cdot\frac{4}{z}$（$k$、$a$ 为常数，$k\neq 0$，$a\neq 0$），

∴ $y=\frac{k}{a\cdot\frac{4}{z}}=\frac{k}{4a}z$，

即 $y$ 是 $z$ 的正比例函数，

故选：A．

【点睛】本题考查了反比例函数、正比例函数的定义，能熟记函数的定义是解此题的关键．

3．（本题 4 分）（2022 秋·广东广州·九年级统考期中）关于二次函数 $y=-3x^2+5$，下列说法中正确的是（　）

A．图象的开口向上　　B．当 $x>-1$ 时，$y$ 随 $x$ 的增大而增大

C．图象的顶点坐标是$(0,5)$　　D．当$x=0$时，$y$有最小值是5

【答案】C

【分析】通过分析二次函数顶点式判断函数图象开口方向、顶点坐标以及增减性即可求解．

【详解】解：二次函数$y=-3x^2+5$中，

$a=-3<0$，函数图象开口向下，A错误；

函数图象的顶点坐标是$(0,5)$，当$x=0$时，函数有最大值，最大值是5，C正确，D错误；

函数图象的对称轴为$x=0$，$x<0$时$y$随$x$的增大而增大；$x>0$时，$y$随$x$的增大而减小，B错误．

故选：C．

【点睛】本题考查了二次函数图象和性质，二次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键．

4．（本题4分）（2023·浙江·九年级假期作业）二次函数$y=-2(x-3)^2$的图像的对称轴是（　　）

A．直线$x=-2$　　B．直线$x=-3$　　C．直线$x=3$　　D．直线$x=1$

【答案】C

【分析】根据抛物线的顶点式可直线得出抛物线的对称轴．

【详解】解：∵$y=-2(x-3)^2$，

∴抛物线对称轴为直线$x=3$．

故选C．

【点睛】本题主要考查抛物线的顶点式，掌握抛物线顶点式方程是解题的关键，即在$y=a(x-h)^2+k$中其顶点坐标为$(h,\ k)$．

5．（本题4分）（2023秋·全国·九年级专题练习）已知抛物线$y=-x^2+2x+c$，若点$(0,y_1),(1,y_2),(3,y_3)$都在该抛物线上，则$y_1$、$y_2$、$y_3$的大小关系是（　　）

A．$y_3>y_1>y_2$　　B．$y_3<y_2<y_1$　　C．$y_3>y_2>y_1$　　D．$y_3<y_1<y_2$

【答案】D

【分析】根据二次函数的对称性，再利用二次函数的增减性可判断y值的大小．

【详解】解：∵$y=-x^2+2x+c=-(x-1)^2+1+c$，

∴抛物线开口向下，对称轴为直线$x=1$，

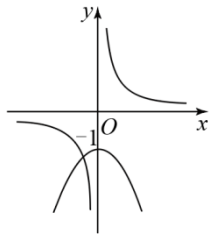
∵点$(0,y_1),(1,y_2),(3,y_3)$都在该抛物线上，$1-1<1-0<3-1$，

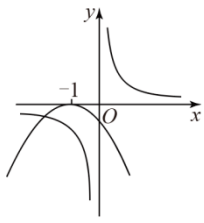
∴$y_3<y_1<y_2$，

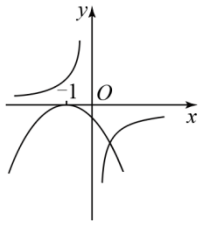
故选：D.

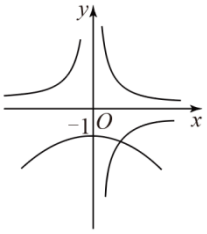
【点睛】本题考查了二次函数图象上点的坐标的特征，解题的关键是熟记二次函数的增减性.

6.（本题 4 分）2023·广东深圳·深圳中学校联考二模）函数 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$ 与 $y=ax^2-1(a\neq 0)$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 


【答案】D

【分析】先根据 $y=ax^2-1(a\neq 0)$ 得知二次函数与 $y$ 轴的交点为 $(0,-1)$，从而可以排除 B、C 选项，再根据 $a$ 的取值即可得出答案

【详解】解：∵二次函数的解析式为 $y=ax^2-1(a\neq 0)$，

∴二次函数 $y=ax^2-1(a\neq 0)$ 与 $y$ 轴的交点为 $(0,-1)$，

故 B、C 选项错误，不符合题意；

当 $a>0$ 时，反比例函数 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$ 的图象经过一、三象限，二次函数 $y=ax^2-1(a\neq 0)$ 开口向上，故 A 选项错误，不符合题意；

当 $a<0$ 时，反比例函数 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$ 的图象经过二、四象限，二次函数 $y=ax^2-1(a\neq 0)$ 开口向下，故 D 选项正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题主要考查了反比例函数与二次函数图象的综合判断，熟练掌握图象与系数的关系，采用数形结合的思想解题，是解题的关键.

7.（本题 4 分）（2023 秋·全国·九年级专题练习）已知抛物线 $y=-(x-m)^2+3m$ 过不同的两点 $A(a,n)$ 和 $B(b,n)$，若点 $C(a+b,m)$ 在这条抛物线上，则 $m$ 的值为（　）

A．0 或 2　　B．0　　C．2　　D．2 或 −2

【答案】A

【分析】根据对称性可得$\frac{a+b}{2}=m$，代入解方程即可求解.

【详解】解：∵抛物线$y=-(x-m)^2+3m$，对称轴为直线$x=m$，

又抛物线$y=-(x-m)^2+3m$过不同的两点$A(a,n)$和$B(b,n)$，

$\therefore \frac{a+b}{2}=m$，

$\therefore C(a+b,m)$即$C\left(2m,m\right)$，代入解析式，得，$m=-\left(2m-m\right)^2+3m$

解得：$m=0$或$m=2$，

故选：A.

【点睛】本题考查了二次函数图象的性质，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

8.（本题4分）（2023春·江苏泰州·八年级校联考期中）一次函数$y=x+1$的图象可以由正比例函数$y=x$的图象向左平移一个长度单位得到.类似地，反比例函数$y=\frac{2}{x+1}$的图像可以由反比例函数$y=\frac{2}{x}$的图像向左平移一个长度单位得到.下列关于反比例函数$y=\frac{2}{x+1}$的图像性质描述错误的是（　）

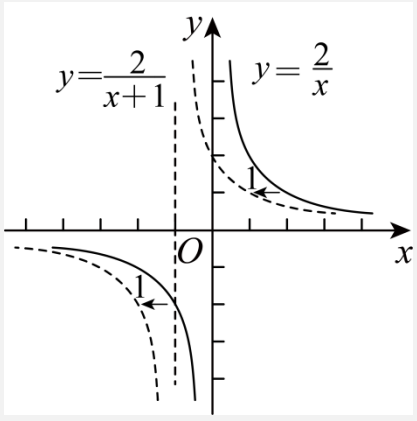
A.函数图像与$y$轴交点坐标为$(0,2)$　　B.当$x>0$时，$y$随$x$的增大而减小

C.函数图像与$x$轴没有交点　　D.当$x<0$时，$y$随$x$的增大而减小

【答案】D

【分析】先画出函数图像，根据反比例函数的性质和函数的图像即可得.

【详解】解：如图所示，




当$x=0$时，$y=\frac{2}{0+1}=2$，

则函数图像与$y$轴交点坐标为$(0,2)$；

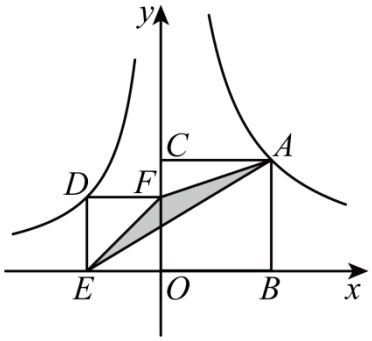
根据函数图象得，当$x>0$时，$y$随$x$的增大而减小；函数图像与$x$轴没有交点；

当$x<-1$时，$y$随$x$的增大而减小；

故选：D.

【点睛】本题考查了反比例函数的图象，解题的关键是掌握反比例函数的性质.

9．（本题 4 分）（2023 春·浙江嘉兴·八年级统考期末）如图，反比例函数 $y=\frac{k_1}{x}$（$k_1<0$）、$y=\frac{k_2}{x}$（$k_2>0$）的图象分别经过正方形 $DEOF$、正方形 $ACOB$ 的顶点 $D$、$A$，连接 $EF$、$AE$、$AF$．则 $\triangle AEF$ 的面积可表示为（　）

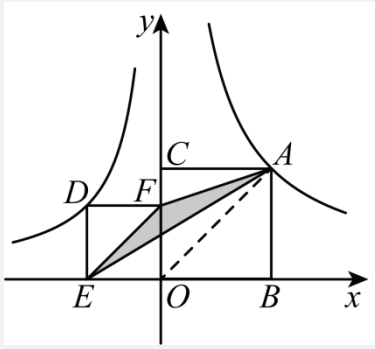



A．$-\frac{1}{2}k_1$　　B．$\frac{1}{2}k_2$　　C．$\frac{1}{2}(k_1+k_2)$　　D．$\frac{1}{2}(k_2-k_1)$

【答案】A

【分析】连接 $OF$，根据 $S_{\triangle AEF}=S_{\triangle EOF}+S_{\triangle OFA}-S_{\triangle AEO}=\frac{1}{2}S_{正方形DEOF}=\frac{1}{2}|k_1|$ 即可得到答案.

【详解】解：连接 $OF$，如图所示：




∵四边形 $DEOF$ 与四边形 $ACOB$ 都是正方形，

∴$OE=OF$，$AC=AB$，

$S_{\triangle AEF}=S_{\triangle EOF}+S_{\triangle OFA}-S_{\triangle AEO}$

$=\frac{1}{2}S_{正方形DEOF}+\frac{1}{2}OF\cdot AC-\frac{1}{2}OE\cdot AB$

$=\frac{1}{2}S_{正方形DEOF}+\frac{1}{2}OF\cdot AC-\frac{1}{2}OF\cdot AC$

$=\frac{1}{2}|k_1|$，

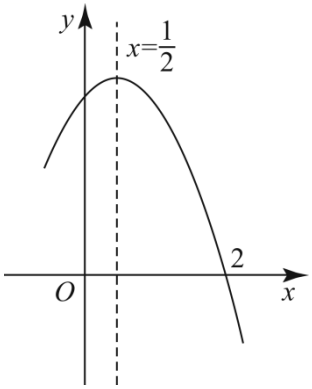
∵$k_1<0$，

$\therefore S_{\triangle AEF}=-\frac{1}{2}k_1$.

故选：A.

【点睛】本题考查了正方形的性质、反比例函数 $k$ 的几何意义，证明 $S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}S_{正方形DEOF}$ 是解决问题的关键.

10.（本题 4 分）（2022 秋·安徽安庆·九年级安庆市石化第一中学校考期中）如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 图像的一部分，对称轴为 $x=\frac{1}{2}$，且经过点 $(2,0)$，下列说法：①$abc>0$；②$a+b=0$；③$4a+2b+c<0$；④若 $(-2020,y_1),(2022,y_2)$ 是抛物线上的两点，则 $y_1>y_2$；⑤$\frac{1}{4}b>m(am+b)$，（其中 $m\neq\frac{1}{2}$）；其中说法正确的是（　）




A．①②③　　B．②④⑤　　C．②③④　　D．①④⑤

【答案】B

【分析】根据抛物线开口方向得 $a<0$，根所抛物线的对称轴得 $b=-a>0$，根据抛物线与 $y$ 轴的交点在 $y$ 轴正半轴上得 $c>0$，从而可对①②作出判断；根据抛物线过点 $(2,0)$ 得 $4a+2b+c=0$，可对③作出判断；根据抛物线的对称轴及二次函数的对称性可对④作出判断；根据顶点位置时取得最大值可对⑤作出判断.

【详解】解：∵抛物线开口向下，

$\therefore a<0$，

∵抛物线的对称轴为 $x=\frac{1}{2}$，

$\therefore -\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$，

$\therefore b=-a>0$，

∵抛物线与 $y$ 轴的交点在正半轴上，

$\therefore c>0$，

$\therefore abc<0$，故①错误；

$\because b=-a>0$，

$\therefore a+b=0$，故②正确；

$\because$ 抛物线过点$(2,0)$，

$\therefore 4a+2b+c=0$，故③错误；

$\because$ 抛物线的对称轴为$x=\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 点$(-2020,y_1)$与点$(2021,y_1)$对称，

$\because a<0$，$2021<2022$，

$\therefore y_1>y_2$，故④正确；

当$x=\frac{1}{2}$时，函数有最大值$y=\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c=-\frac{1}{4}b+\frac{1}{2}b+c=\frac{1}{4}b+c$，

当$x=m$时，$y=am^2+bm+c$，

$\because m\neq\frac{1}{2}$，

$\therefore \frac{1}{4}b+c>am^2+bm+c$，即$\frac{1}{4}b>m(am+b)$，故⑤正确．

故选：B．

【点睛】本题考查了二次函数图象与系数的关系，二次函数的图象与性质，解题关键是掌握二次函数的相关性质，是中考常考题．

## 第 II 卷（非选择题）

**二、填空题（共 20 分）**

11．（本题 5 分）（2022 秋·吉林通化·九年级统考期末）已知二次函数 $y=x^2+6x+c$（$c$ 为常数）的图象与 $x$ 轴的一个交点为(﹣1，0)，则它与 $x$ 轴的另一个交点的坐标是_____．

【答案】(﹣5，0)

【分析】利用交点（﹣1，0），求出函数解析式中 $c=5$，解一元二次方程求出图象与 $x$ 轴的另一个交点．

【详解】解：∵二次函数 $y=x^2+6x+c$（$c$ 为常数）的图象与 $x$ 轴的一个交点为（﹣1，0），

∴1﹣6+$c$=0．

∴$c$=5，

∴二次函数 $y=x^2+6x+5$．

令 $y$=0，则 $x^2+6x+5=0$，

解得：$x_1=-1$，$x_2=-5$．

∴抛物线与 $x$ 轴的另一个交点的坐标是（﹣5，0）．

故答案为：（﹣5，0）．

【点睛】此题考查了求二次函数与 $x$ 轴的交点，正确掌握二次函数与坐标轴交点的计算方法

是解题的关键.

12．（本题 5 分）（2022 秋·江苏常州·九年级统考期中）根据下列表格的对应值：

| $x$ | 0.59 | 0.60 | 0.61 | 0.62 | 0.63 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x^2+bx+c$ | −0.0619 | −0.04 | −0.0179 | 0.0044 | 0.0269 |

判断方程 $x^2+bx+c=0$ 一个解 $x$ 的取值范围为 ____.

【答案】$0.61<x<0.62$

【分析】根据函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 $x$ 轴的交点横坐标就是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根，结合表格中数据即可判断方程 $x^2+bx+c=0$ 的一个解的范围.

【详解】解：由表中数据可知：当 $x=0.61$ 时，$x^2+bx+c=-0.0179$；当 $x=0.62$ 时，$x^2+bx+c=0.0044$，

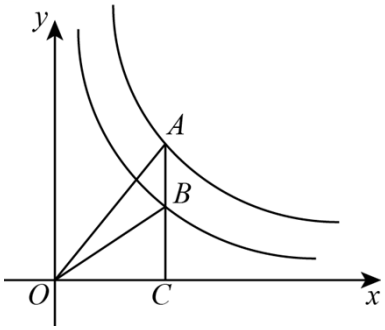
∴当 $x^2+bx+c=0$ 时，在 $x=0.61$ 与 $x=0.62$ 之间，

∴方程 $x^2+bx+c=0$ 一个解 $x$ 的取值范围为 $0.61<x<0.62$，

故答案为：$0.61<x<0.62$.

【点睛】本题考查了求一元二次方程的近似根，掌握函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 $x$ 轴的交点与方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的关系是解决此题的关键所在.

13．（本题 5 分）（2022 秋·九年级单元测试）如图，过反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 上一点 A 作 $AC\perp x$ 轴于 $C$，交函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象于 $B$，若 $\triangle ABO$ 的面积为 4，则 $k=$ _____.




【答案】14

【分析】先根据反比例函数系数 $k$ 的几何意义得出 $\triangle AOC$ 与 $\triangle BOC$ 的面积，再根据 $\triangle ABO$ 的面积为 4 即可求出 $k$ 的值.

【详解】解：∵$AC\perp x$ 轴，

$\therefore S_{\triangle AOC}=\frac{|k|}{2}$，$S_{\triangle BOC}=\frac{6}{2}=3$，

∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在第一象限，

$\therefore k>0$，

$\therefore S_{\triangle AOC}=\frac{k}{2}$，

$\because S_{\triangle ABO}=S_{\triangle AOC}-S_{\triangle BOC}=\frac{k}{2}-3=4$，

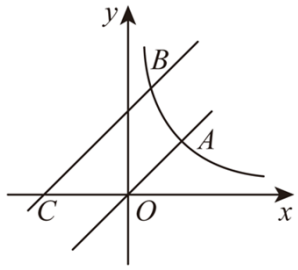
$\therefore k=14$.

故答案为：14.

【点睛】本题考查的是反比例函数系数 k 的几何意义，即在反比例函数的图象上任意一点象坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是$\frac{|k|}{2}$.

本题考查了，熟练掌握是解题的关键.

14.（本题 5 分）（2023·重庆·九年级专题练习）如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，直线 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}(x>0)$ 的图像交于点 $A$，将直线 $y=x$ 沿 $y$ 轴向上平移 $b$ 个单位长度，交 $x$ 轴于点 $C$，交反比例函数图像于点 $B$，若 $\frac{OA}{BC}=\frac{1}{2}$，则 $b$ 的值为_____.




【答案】$\frac{3}{2}$

【分析】解析式联立，解方程求得 $A$ 的横坐标，根据定义求得 $B$ 的纵坐标，把纵坐标代入反比例函数的解析式求得 $B$ 的坐标，代入 $y=x+b$ 即可求得 $b$ 的值.

【详解】$\because$直线 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}(x>0)$ 的图像交于点 $A$，

$\therefore$联立$\begin{cases}y=\frac{1}{x}\\ y=x\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}$或$\begin{cases}x=-1\\ y=-1\end{cases}$，

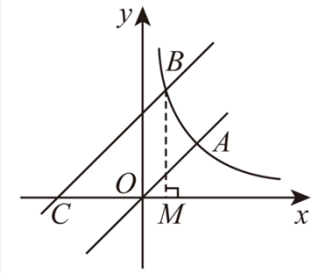
$\therefore A(1,1)$，

$\therefore OA=\sqrt{2}$

$\because \frac{OA}{BC}=\frac{1}{2}$，

$\therefore BC=2OA=2\sqrt{2}$，

过 $B$ 作 $BM\perp x$ 轴于 $M$




∵将直线 $y=x$ 沿 $y$ 轴向上平移 $b$ 个单位长度，交 $x$ 轴于点 $C$，

$\therefore \angle BCM=\angle CBM=45°$，

$\therefore BM=CN=\dfrac{\sqrt{2}}{2}BC=2$，

$\therefore B$ 的纵坐标为 $2$，

把 $y=2$ 代入 $y=\dfrac{1}{x}(x>0)$ 得，$x=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore B\left(\dfrac{1}{2},2\right)$，

∵将直线 $y=x$ 沿 $y$ 轴向上平移 $b$ 个单位长度，得到直线 $y=x+b$，

$\therefore$ 把 $B\left(\dfrac{1}{2},2\right)$ 代入 $y=x+b$ 得 $2=\dfrac{1}{2}+b$，求得 $b=\dfrac{3}{2}$，

故答案为：$\dfrac{3}{2}$.

【点睛】本题是反比例函数与一次函数的交点问题，考查了反比例函数图像上点的坐标特征，一次函数的图像与几何变换，求得交点 $B$ 的坐标是解题的关键.

**三、解答题（共 90 分）**

15.（本题 8 分）（2023 秋·福建福州·九年级福建省福州第八中学校考开学考试）已知一个二次函数的图象经过 $(-1,0)$、$(3,0)$、$(1,-5)$ 三点，求这个二次函数的解析式.

【答案】$y=\dfrac{5}{4}x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{15}{4}$

【分析】把 $(-1,0)$、$(3,0)$、$(1,-5)$ 三点，代入 $y=ax^2+bx+c$，待定系数法求解析式即可求解.

【详解】解：设这个二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$，

把 $(-1,0)$、$(3,0)$、$(1,-5)$ 三点，代入 $y=ax^2+bx+c$，得

$$\begin{cases}0=a-b+c\\0=9a+3b+c\\-5=a+b+c\end{cases}$$

解得：$\begin{cases} a=\dfrac{5}{4} \\ b=-\dfrac{5}{2} \\ c=-\dfrac{15}{4} \end{cases}$

$\therefore y=\dfrac{5}{4}x^2-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{15}{4}$

【点睛】本题考查了待定系数法求二次函数解析式，熟练掌握待定系数法求解析式是解题的关键.

16.（本题 8 分）（2023 秋·九年级课时练习）画出反比例函数 $y=-\dfrac{4}{x}$ 的大致图象，结合图象回答：

(1)当 $x=2$ 时，$y$ 的值；

(2)当 $1<x\le 4$ 时，$y$ 的取值范围；

(3)当 $-1\le y<4$ 且 $y\ne 0$ 时，$x$ 的取值范围.

【答案】(1) $y=-2$；

(2) $-4<y\le -1$

(3) $x<-1$ 或 $x\ge 4$

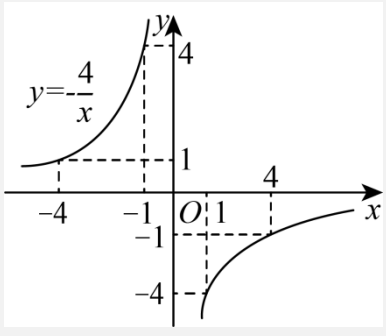
【分析】作出反比例函数图象，如图所示，

（1）把 $x=2$ 代入反比例解析式求出 $y$ 的值即可；

（2）分别求出 $x=1$ 与 $x=4$ 时 $y$ 的值，结合图象确定出 $y$ 的范围即可；

（3）分别求出 $y=-1$ 与 $y=4$ 时 $x$ 的值，结合图象确定出 $x$ 的范围即可.

【详解】（1）解：作出反比例函数 $y=-\dfrac{4}{x}$ 的图象，




把 $x=2$ 代入得：$y=-\dfrac{4}{2}=-2$；

（2）解：当 $x=1$ 时，$y=-4$；当 $x=4$ 时，$y=-1$，

根据图象得：当 $1<x\le 4$ 时，$y$ 的取值范围为 $-4<y\le -1$；

（3）解：当 $y=-1$ 时，$x=4$；当 $y=4$ 时，$x=-1$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/188020046102006103