

23.3 相似三角形

23.3.2 相似三角形的判定

知识点 1 由角的关系判定三角形相似

1. 相似三角形的判定定理1 两角分别相等的两个三角形相似.

特别地，两个直角三角形，若有一对锐角相等，则它们一定相似。

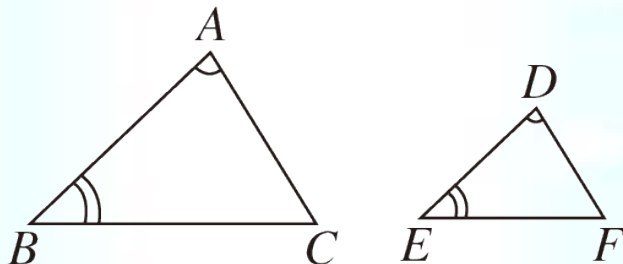


图 23.3-9

数学语言：如图 23.3-9，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\because \angle A = \angle D, \text{ 且 } \angle B = \angle E, \therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF.$$

课堂新授

知1—讲

特别提醒

由两组角分别相等判定两个三角形相似，其关键是找准对应角。一般地，相等的角是对应角。如：公共角、对顶角、同角(等角)的余角(补角)等都是相等的角，解题时要注意挖掘题目中的隐含条件。

课堂新授

知1—讲

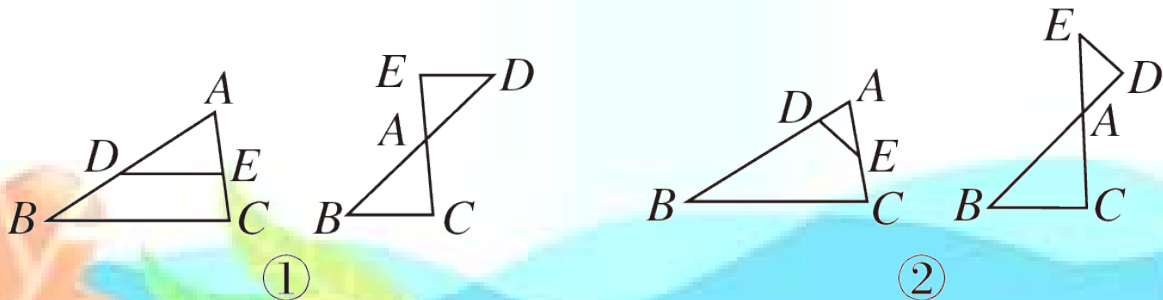
2. 常见的相似三角形的类型

(1) 平行线型：如图23.3-10①，若 $DE \parallel BC$ ，则

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC.$$

(2) 斜交线型：如图23.3-10②，若 $\angle AED = \angle B$ ，则

$$\triangle AED \sim \triangle ABC.$$



课堂新授

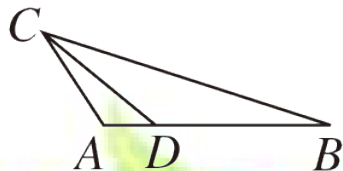
知1—讲

(3)子母型：如图 23.3-10③，若 $\angle ACD = \angle B$ ，则

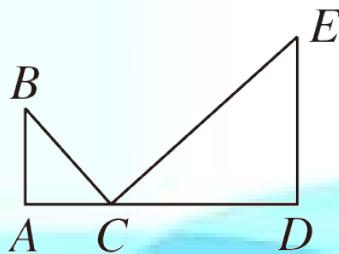
$$\triangle ACD \sim \triangle ABC.$$

(4)“K”型：如图 23.3-10④，若 $\angle A = \angle D = \angle BCE = 90^\circ$

°，则 $\triangle ACB \sim \triangle DEC$ ，整体像一个横放的字母K，所以称为“K”型相似。



③



④

课堂新授

知1—练

例 1 如图23.3-11, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线, AD 的垂直平分线交 AD 于点 E , 交 BC 的延长线于点 F .
求证: $\triangle ABF \sim \triangle CAF$.

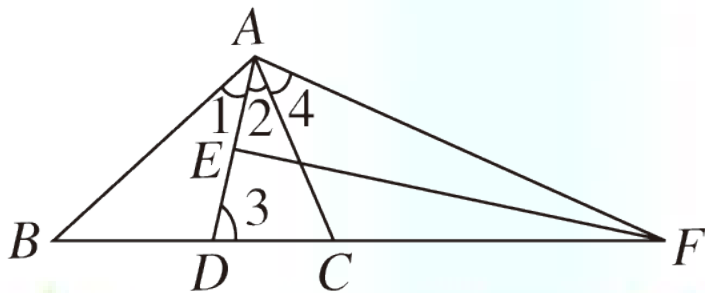


图 23.3-11

课堂新授

知1—练

解题秘方：紧扣“两角分别相等的两个三角形相似”证明，由于 $\angle BFA$ 是公共角，因此只需利用图形的相关性质说明 $\angle B = \angle 4$ 即可证明。

课堂新授

知1—练

证明： $\because EF$ 垂直平分 AD , $\therefore AF = DF$. $\therefore \angle FAD = \angle 3$.

又 $\because \angle B = \angle 3 - \angle 1$, $\angle 4 = \angle FAD - \angle 2$, $\angle 1 = \angle 2$,

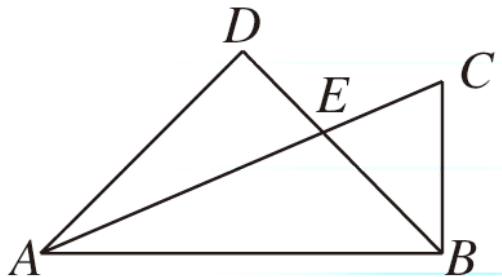
$\therefore \angle B = \angle 4$.

又 $\because \angle BFA = \angle AFC$, $\therefore \triangle ABF \sim \triangle CAF$.

课堂新授

知1-练

1-1. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， E 是边 AC 上一点，且 $BE=BC$ ，过点 A 作 BE 的垂线，交 BE 的延长线于点 D 。求证： $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 。



课堂新授

知1—练

证明： $\because BE=BC, \therefore \angle C=\angle BEC.$

又 $\because \angle BEC=\angle AED, \therefore \angle AED=\angle C.$

$\because AD \perp BD, \therefore \angle D=90^\circ.$

又 $\because \angle ABC=90^\circ, \therefore \angle D=\angle ABC. \therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC.$

课堂新授

知2—讲

知识点 2 由边角关系判定三角形相似

相似三角形的判定定理2 两边成比例且夹角相等的两个三角形相似.

数学语言：如图23.3-12，
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

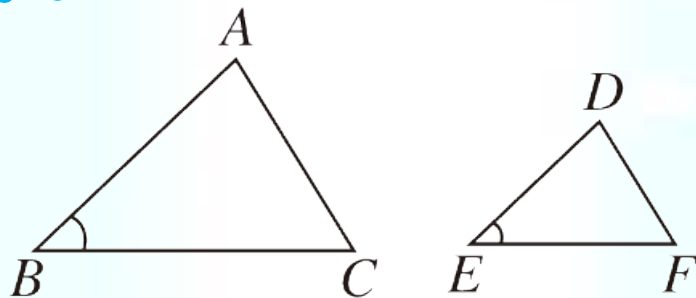


图 23.3-12

$$\because \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}, \text{ 且 } \angle B = \angle E, \therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF.$$

课堂新授

知2—讲

特别提醒

运用该定理证明相似时，一定要注意边角的关系，相等的角一定是成比例的两组对应边的夹角。类似于判定三角形全等的 SAS 方法。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/188036135121006120>