江西省南昌市第二中学等部分学校2024届高三下学期3月联考数学试题

学校:_____姓名：_____班级：_____考号：_____

一、单选题

1．已知F为椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点，A，$B$分别为椭圆$C$的上顶点和右顶点，若$\triangle ABF$的周长为$3a$，则椭圆$C$的离心率为（　）

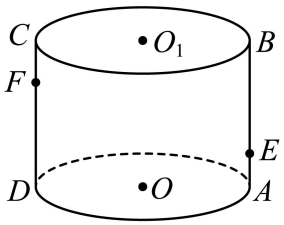
A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

C．$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

2．甲、乙两人进行网球比赛，连续比赛三局，各局比赛结果相互独立. 设乙在第一局获胜的概率为$\frac{3}{4}$、第二局获胜的概率为$\frac{2}{3}$，第三局获胜的概率为$\frac{2}{3}$，则甲恰好连胜两局的概率为（　）

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{5}{36}$　　C．$\frac{7}{36}$　　D．$\frac{2}{9}$

3．如图，已知圆柱底面半径为2，高为3，$ABCD$是轴截面，E,F分别是母线AB,CD上的动点（含端点），过EF与轴截面$ABCD$垂直的平面与圆柱侧面的交线是圆或椭圆，当此交线是椭圆时，其离心率的取值范围是（　）



A．$\left(0,\frac{3}{5}\right]$　　B．$\left(0,\frac{4}{5}\right]$　　C．$\left[\frac{3}{5},1\right)$　　D．$\left[\frac{4}{5},1\right)$

4．直线$3x+4y=b$与圆$x^2+y^2-2x-2y+1=0$相切，则$b=$

A．-2或12　　B．2或-12　　C．-2或-12　　D．2或12

5．在空间中，“经过点$P(x_0,y_0,z_0)$，法向量为$\vec{e}=(A,B,C)$的平面的方程（即平面上任意一点的坐标(x,y,z)满足的关系式）为：$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$”. 用此方法求得平面$\alpha$和平面$\beta$的方程，化简后的结果为$x-y+z=1$和$x+2y-z=6$，则这两平面所成角的余弦值为（　）

A．$-\frac{\sqrt{2}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$-\frac{\sqrt{7}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{7}}{3}$

6．设双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左焦点为 F，直线 $4x-3y+20=0$ 过点 F 且与双曲线 C 在第二象限的交点为 P，$|OP|=|OF|$，其中 O 为坐标原点，则双曲线 C 的方程为（　）

A．$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$　　B．$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

C．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{21}=1$　　D．$x^2-\frac{y^2}{24}=1$

7．已知 A,B,C 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 上不同的三点，且 $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{CO}$，直线 AC,BC 的斜率分别为 $k_1,k_2\ (k_1k_2\neq 0)$.若 $|k_1|+|k_2|$ 的最小值为 2，则双曲线的离心率为（　）

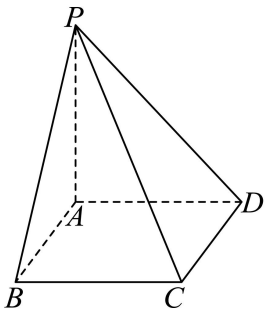
A．$\sqrt{6}$　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

8．已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一个焦点到一条渐近线的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{3}c$（c 为双曲线的半焦距），则双曲线的离心率为（　）

A．$\frac{\sqrt{7}}{3}$　　B．$\frac{3\sqrt{7}}{2}$　　C．$\frac{3\sqrt{7}}{7}$　　D．$3\sqrt{7}$

二、多选题

9．如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为正方形，$PA=AB$，Q 为线段 BC 上一点（含端点），则直线 PQ 与平面 PCD 所成角不可能是（　）



A．0　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{4}$　　D．$\frac{\pi}{3}$

10．连续抛掷一枚质地均匀的骰子两次，记录每次的点数，设事件 $A=$ “第一次出现 2 点”，$B=$“第二次的点数小于 5 点”，$C=$“两次点数之和为奇数”，$D=$ “两次点数之和为 9”，则下列说法正确的有（　）

A．A 与 B 不互斥且相互独立　　B．A 与 D 互斥且不相互独立

C．B 与 D 互斥且不相互独立　　D．A 与 C 不互斥且相互独立

11．已知圆 $C_n:(x-n)^2+y^2=n^2\ (n>0)$，则下列结论正确的是（　）

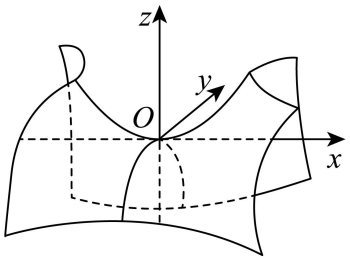
A．无论n为何值，圆C_n都与y轴相切

B．存在整数n，使得圆C_n与直线$y=x+2$相切

C．当$n=5$时，圆C_n上恰有11个整点（横、纵坐标都是整数的点）

D．若圆C_n上恰有两个点到直线$y=x$的距离为$\sqrt{2}$，则$2\sqrt{2}-2<n<2\sqrt{2}+2$

12．双曲抛物线又称马鞍面，其形似马具中的马鞍表面而得名．其在力学、建筑学、美学中有着广泛的应用．在空间直角坐标系中，将一条xOz平面内开口向上的抛物线沿着另一条yOz平面内开口向下的抛物线滑动（两条抛物线的顶点重合）所形成的就是马鞍面，其坐标原点被称为马鞍面的鞍点，其标准方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=2z(a>0,b>0)$，则下列说法正确的是（）



A．用平行于xOy平面的面截马鞍面，所得轨迹为双曲线

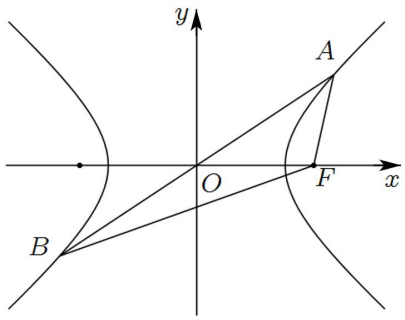
B．用法向量为$(1,0,0)$的平面截马鞍面所得轨迹为抛物线

C．用垂直于y轴的平面截马鞍面所得轨迹为双曲线

D．用过原点且法向量为$(1,1,0)$的平面截马鞍面所得轨迹为抛物线

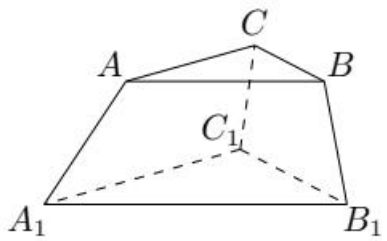
三、填空题

13．如图所示,已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为$F$,双曲线$C$的右支上一点A,它关于原点$O$的对称点为$B$,满足$\angle AFB=120°$,且$|BF|=3|AF|$,则双曲线$C$的离心率是_____.



14．某人有3种颜色的灯泡（每种颜色的灯泡足够多）,要在如图所示的6个点

A、B、C、A_1、B_1、C_1上各装一个灯泡,要求同一条线段两端的灯泡不同色,则不同的安装方法共有_____种.（用数字作答）

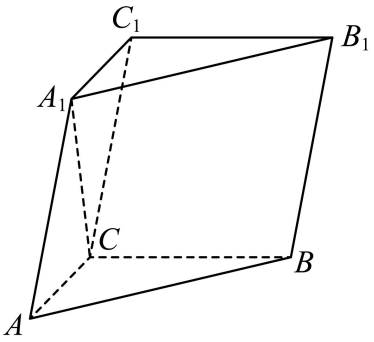


15．椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,(a>b>0)$与抛物线$y^2=2px,(p>0)$有共同的焦点$F$，点$P$是椭圆与抛物线其中的一个交点，$PF\perp x$轴，则椭圆的离心率为_____.

16．在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AD=AA_1=1$，$AB=2$，点E为AB的中点，则点B到平面D_1EC的距离为_____.

四、解答题

17．如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$A_1C\perp$底面ABC，$\angle ACB=90°,AA_1=2$，A_1到平面BCC_1B_1的距离为1.



(1)证明：$A_1C=AC$；

(2)已知AA_1与BB_1的距离为2，求AB_1与平面BCC_1B_1所成角的正弦值.

18．已知抛物线C：$y^2=2px\left(p>0\right)$的焦点为F，过F作垂直于x轴的直线与抛物线C交于A、B两点，O为坐标原点，$\triangle AOB$的面积为2.

(1)求抛物线C的标准方程；

(2)若直线l与抛物线C交于P，Q两点，$M\left(3,2\right)$是线段PQ的中点，求直线l的方程.

19．抗击疫情众志成城.假期期间一高中同学积极参加社区抗疫宣传活动.抗疫宣传活动共分3批次进行，每次活动需要同时派出2名志愿者，且每次派出人员均从5名志愿者

同学中随机抽选，已知这 5 名志愿者中，有 2 人有活动经验，其他 3 人没有活动经验.经验可以累积.

(1)求 5 名志愿者中“小 K”，在这 3 批次安装活动中有且只有一次被抽选到的概率；

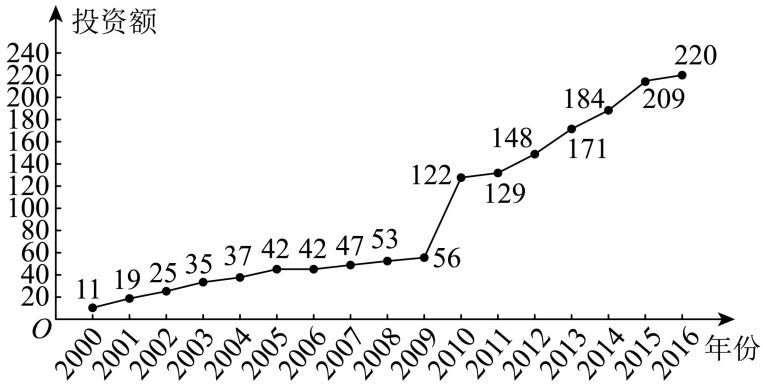
(2)求第二次抽选时，选到没有活动经验志愿者的人数最多可能是几人？请说明理由.

20. 某高校自主招生考试分笔试与面试两部分，每部分考试成绩只记“通过”与“不通过”，两部分考试都“通过”者，则考试“通过”，并给予录取.甲、乙两人在笔试中“通过”的概率依次为$0.5,0.6$，在面试中“通过”的概率依次为$0.4,0.3$，笔试和面试是否“通过”是独立的，那么

(1)甲、乙两人都参加此高校的自主招生考试，谁获得录取的可能性大？

(2)甲、乙两人都参加此高校的自主招生考试，求恰有一人获得录取的概率.

21．下图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额y（单位：亿元）的折线图.



为了预测该地区 2018 年的环境基础设施投资额，建立了y与时间变量t的两个线性回归模型．根据 2000 年至 2016 年的数据（时间变量t的值依次为$1,2,\cdots,17$）建立模型①：$\hat{y}=-30.4+13.5t$；根据 2010 年至 2016 年的数据（时间变量t的值依次为$1,2,\cdots,7$）建立模型②：$\hat{y}=99+17.5t$.

（1）分别利用这两个模型，求该地区 2018 年的环境基础设施投资额的预测值；

（2）你认为用哪个模型得到的预测值更可靠？并说明理由.

22．某地经过多年的环境治理，已将荒山改造成了绿水青山．为估计一林区某种树木的总材积量，随机选取了 10 棵这种树木，测量每棵树的根部横截面积（单位：m^2）和材积量（单位：m^3），得到如下数据：

样本号 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总和
根部横截面积x_i	0.04	0.06	0.04	0.08	0.08	0.05	0.05	0.07	0.07	0.06	0.6

材积量 y_i	0.25	0.40	0.22	0.54	0.51	0.34	0.36	0.46	0.42	0.40	3.9

并计算得 $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 0.038, \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 1.6158, \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 0.2474.$

(1)估计该林区这种树木平均一棵的根部横截面积与平均一棵的材积量；

(2)求该林区这种树木的根部横截面积与材积量的样本相关系数（精确到 0.01）；

(3)现测量了该林区所有这种树木的根部横截面积，并得到所有这种树木的根部横截面积总和为186m^2．已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比．利用以上数据给出该林区这种树木的总材积量的估计值．

附：相关系数 $r = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，$\sqrt{1.896} \approx 1.377$.

参考答案：

1．D

【分析】用参数表示△*ABF* 的周长，得关于 *a*，*c* 的齐次式，化简解方程，得离心率.

【详解】由题意可得$\sqrt{b^2+c^2}+a-c+\sqrt{a^2+b^2}=3a$，所以$2c^2-a^2+2ac=0$，

即$2e^2+2e-1=0$，解得$e=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$或$e=\frac{-\sqrt{3}-1}{2}$（舍去）.

故选：D.

2．B

【分析】根据独立事件的概率乘法公式即可分类求解.

【详解】设甲第i局胜，$i=1$，2，3，且$P(A_1)=\frac{1}{4},P(A_2)=\frac{1}{3},P(A_3)=\frac{1}{3}$，

则甲恰好连胜两局的概率$=P(A_1A_2\overline{A_3})+P(\overline{A_1}A_2A_3)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times(1-\frac{1}{3})+(1-\frac{1}{4})\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{36}$，

故选：B.

3．A

【分析】由 *EF* 与 *AD* 接近平行时，交线接近是一个圆，*EF* = *AC* 时，交线是一个长轴最大的椭圆求解.

【详解】解：当 *EF* 与 *AD* 接近平行时，交线接近是一个圆，离心率接近 0；

当 *EF* = *AC* 时，交线是一个长轴最大的椭圆，

此时长轴长为$|EF|=|AC|=2a=5$，解得$a=\frac{5}{2}$，

又短半轴长为$b=2$，则焦距的一半为$c=\sqrt{a^2-b^2}=\frac{3}{2}$，

所以离心率$e=\frac{3}{5}$，

所以离心率的取值范围是$\left(0,\frac{3}{5}\right]$.

故选：A

4．D

【详解】∵直线$3x+4y=b$与圆心为（1,1）,半径为 1 的圆相切，∴$\frac{|3+4-b|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1\Rightarrow b=2$

或 12,故选 D.

考点：本题主要考查利用圆的一般方程求圆的圆心和半径，直线与圆的位置关系，以及点到直线的距离公式的应用.

5．B

【分析】由定义得出两直线的法向量，数量积公式求出法向量的夹角余弦值.

【详解】由题意，平面α和平面β的法向量分别是

$\vec{m}=(1,-1,1)$，$\vec{n}=(1,2,-1)$，

设平面α和平面β的夹角为θ，

$$\cos\theta=\left|\cos\vec{m},\vec{n}\right|=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{|1-2-1|}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}=\frac{2}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$$

故选：B.

6．D

【分析】将左焦点坐标代入$4x-3y+20=0$中可求出c，设右焦点为N，连接PF，PO，PN，则三角形PFN为直角三角形，可得$PF=\frac{6}{5}c$，$PN=\frac{8}{5}c$，然后利用双曲线的定义列方程可求出a，从而可求出双曲线的方程

【详解】设左焦点F的坐标为$(-c,0)$，由点F过直线$4x-3y+20=0$，

所以$-4c-3\times0+20=0$，解得$c=5$，

设右焦点为N，连接PF，PO，PN.

由$|OP|=|OF|=|ON|=c$，故三角形PFN为直角三角形，即$\angle PFN=90°$，

又因为直线斜率为$\frac{4}{3}$，设直线倾斜角为α，则$\tan\alpha=\frac{4}{3}$.

又$|FN|=2c$，则$|PF|=\frac{6}{5}c$，$|PN|=\frac{8}{5}c$，

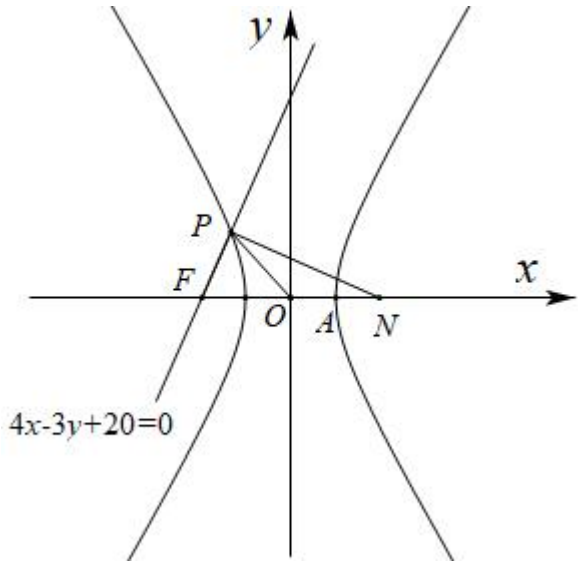
由双曲线定义，则$|PN|-|PF|=\frac{2}{5}c=2a$，

所以$a=1$，

所以$b^2=c^2-a^2=25-1=24$

所以双曲线C的方程为$x^2-\frac{y^2}{24}=1$.

故选：D.



7．C

【分析】根据向量共线可知A，B两点关于原点对称，分别设出A，B，C三点的坐标，利用点差法点差法表示出k_1和k_2，根据基本不等式求得取最小值时满足$a=2b$，计算即可求得离心率．

【详解】∵ $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{CO}$，∴原点$O$是$AB$的中点，

不妨设$A(x_1,y_1)$，$B(-x_1,-y_1)$，$C(x_0,y_0)$，

∵$k_1k_2\neq 0$，∴$x_0\neq x_1$，$x_0\neq -x_1$，

又$k_1=\dfrac{y_0-y_1}{x_0-x_1},k_2=\dfrac{y_0+y_1}{x_0+x_1}$，且A、$B$，$C$都在双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$上，

∴$\begin{cases}\dfrac{x_1^2}{a^2}-\dfrac{y_1^2}{b^2}=1\\ \dfrac{x_0^2}{a^2}-\dfrac{y_0^2}{b^2}=1\end{cases}$，两式相减可得：

$\dfrac{y_0-y_1}{x_0-x_1}=\dfrac{b^2}{a^2}\cdot\dfrac{x_0+x_1}{y_0+y_1}$，∴$k_1=\dfrac{b^2}{a^2}\cdot\dfrac{1}{k_2}$，

∴$|k_1|\cdot|k_2|=\dfrac{b^2}{a^2}$，

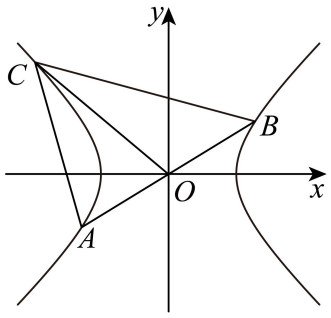
又$|k_1|+|k_2|\geq 2\sqrt{|k_1|\cdot|k_2|}=\dfrac{2b}{a}$，当且仅当$|k_1|=|k_2|=\dfrac{b}{a}$时等号成立；

∴$\dfrac{2b}{a}=2$，

∴$a^2=b^2=c^2-a^2$，故$\dfrac{c^2}{a^2}=2$，

∴双曲线的离心率$e=\sqrt{2}$．

故选：C．



8．C

【分析】根据焦点到渐近线的距离求得b关于c的表达式，进而求得双曲线的离心率.

【详解】双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线为$bx-ay=0$，

焦点为$(c,0)$，

焦点到渐近线的距离为$\frac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{bc}{c}=b$，

所以$b=\frac{\sqrt{2}}{3}c$，

由于$c^2=a^2+b^2$，所以$c^2=a^2+\frac{2}{9}c^2,\frac{7}{9}c^2=a^2,\frac{c^2}{a^2}=\frac{9}{7},e=\frac{3\sqrt{7}}{7}$.

故选：C

9．CD

【分析】建立空间直角坐标系，由向量法求出线面角，再根据单调性求出范围，进而可得答案.

【详解】由$PA\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$为正方形得AB,AD,AP两两垂直，

以A为坐标原点，AB,AD,AP所在直线分别为x,y,z轴建立空间直角坐标系，

设正方形的边长为2，则$A(0,0,0),B(2,0,0),D(0,2,0),P(0,0,2),C(2,2,0)$，

所以$\overrightarrow{PC}=(2,2,-2)$，$\overrightarrow{PD}=(0,2,-2),\overrightarrow{BC}=(0,2,0),\overrightarrow{BP}=(-2,0,2)$，

设平面PCD的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PD}=2y-2z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PC}=2x+2y-2z=0\end{cases}$，取$y=1$得$\vec{n}=(0,1,1)$，

因为Q为线段BC上一点（含端点），

所以设$\overrightarrow{BQ}=\lambda\overrightarrow{BC}=(0,2\lambda,0),(0\le\lambda\le1)$，

所以$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{BQ}-\overrightarrow{BP}=(0,2\lambda,0)-(-2,0,2)=(2,2\lambda,-2)$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/188041041023006056