

安徽省合肥市重点中学 2024-2025 学年高三练习题二 (全国卷 I) 数学试题

考生请注意:

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内,不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后,需将答案写在试卷指定的括号内,第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后,请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} - t \left(\ln x + x + \frac{2}{x} \right)$ 恰有两个极值点,则实数 t 的取值范围是 ()

A. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$

B. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{e}{3}\right) \cup \left(\frac{e}{3}, +\infty\right)$

D. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup \left(\frac{e}{3}, +\infty\right)$

2. 将函数 $f(x) = \sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x + 1$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度,得到函数 $g(x)$ 的图象,给出下列关于 $g(x)$ 的结论:

①它的图象关于直线 $x = \frac{5\pi}{9}$ 对称;

②它的最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$;

③它的图象关于点 $\left(\frac{11\pi}{18}, 1\right)$ 对称;

④它在 $\left[\frac{5\pi}{3}, \frac{19\pi}{9}\right]$ 上单调递增.

其中所有正确结论的编号是 ()

A. ①②

B. ②③

C. ①②④

D. ②③④

3. $\square\square\square\square$ 中,如果 $\square\square\cos\square = \square\square\sin\square - \square\square\sin\square = -\square\square 2$, 则 $\square\square\square\square$ 的形状是 ()

A. 等边三角形

B. 直角三角形

C. 等腰三角形

D. 等腰直角三角形

4. 设正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_2 = 3$, $a_3 + a_4 = 12$, 则公比 $q =$ ()

A. ± 4

B. 4

C. ± 2

D. 2

5. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.若 $a_2 = -5$, $S_4 = -16$, 则 $a_6 =$ ()

A. 5

B. 3

C. -12

D. -13

6. 将函数 $y = 2 \cos^2 \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8} \right) - 1$ 的图像向左平移 $m (m > 0)$ 个单位长度后,得到的图像关于坐标原点对称,则 m 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

7. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为 A_1D_1 的中点, 若三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点都在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为 ()

- A. 12π B. $\frac{21\pi}{2}$ C. $\frac{41\pi}{4}$ D. 10π

8. 已知 $a = \ln \sqrt[3]{3}$, $b = e^{-1}$, $c = \frac{3\ln 2}{8}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$

9. 已知 $f(x) = e^{x-1} - e^{1-x} + x$, 则不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 的解集是 ()

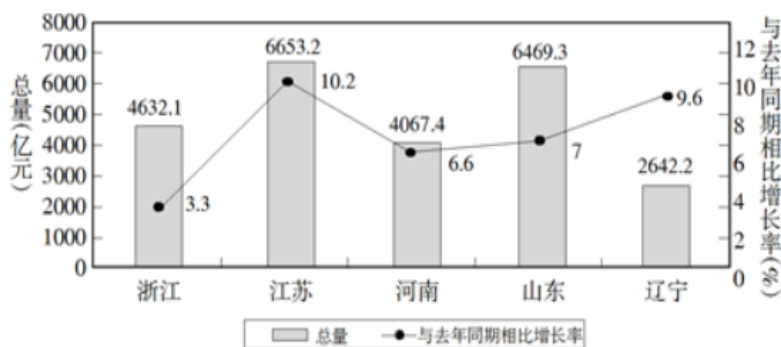
- A. $[1, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-\infty, 0]$ D. $(-\infty, 1]$

10. 设 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 若双曲线右支上存在一点 P , 使 $(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OF_2}) \cdot \overrightarrow{F_2P} = 0$

(O 为坐标原点), 且 $\overrightarrow{PF_1} = \sqrt{3}\overrightarrow{PF_2}$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ B. $\sqrt{2}+1$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ D. $\sqrt{3}+1$

11. 如图所示是某年第一季度五省 GDP 情况图, 则下列说法中不正确的是 ()



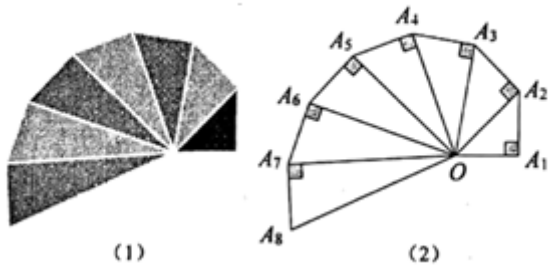
- A. 该年第一季度 GDP 增速由高到低排位第 3 的是山东省
 B. 与去年同期相比, 该第一季度的 GDP 总量实现了增长
 C. 该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的省份有 2 个
 D. 去年同期浙江省的 GDP 总量超过了 4500 亿元

12. 已知复数 $z_1 = \cos 23^\circ + i \sin 23^\circ$ 和复数 $z_2 = \cos 37^\circ + i \sin 37^\circ$, 则 $z_1 \cdot z_2$ 为

- A. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ C. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在 $(\sqrt{x} - \frac{2}{x})^n$ 的二项展开式中, 所有项的二项式系数之和为 256, 则 $n =$ _____, x 项的系数等于 _____.
14. 图 (1) 是第七届国际数学教育大会 (ICME-7) 的会徽图案, 它是由一串直角三角形演化而成的 (如图 (2)), 其中 $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = L = A_7A_8 = 1$, 则 $\overline{A_6A_7} \cdot \overline{A_7A_8}$ 的值是 _____.



15. 已知抛物线 $C: y^2 = 16x$ 的对称轴与准线的交点为 M , 直线 $l: y = kx - 4k$ 与 C 交于 A, B 两点, 若 $|AM| = 4|BM|$, 则实数 $k =$ _____.
16. 若复数 z 满足 $2z + \bar{z} = 3 + i$, 其中 i 是虚数单位, $\bar{z}$ 是 z 的共轭复数, 则 $z =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知曲线 C 的极坐标方程是 $\rho = 4 \cos \theta$. 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为 x 轴的正半轴, 建立平面

直角坐标系, 直线 l 的参数方程是:
$$\begin{cases} x = m + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 是参数}).$$

- (1) 若直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = \sqrt{14}$, 试求实数 m 值.
- (2) 设 $M(x, y)$ 为曲线 C 上任意一点, 求 $x + 2y$ 的取值范围.
18. (12 分) 诚信是立身之本, 道德之基, 我校学生会创设了“诚信水站”, 既便于学生用水, 又推进诚信教育, 并用 $\frac{\text{周实际回收水费}}{\text{周投入成本}}$ 表示每周“水站诚信度”, 为了便于数据分析, 以四周为一周期, 如表为该水站连续十二周 (共三个周期) 的诚信数据统计:

	第一周	第二周	第三周	第四周
第一周期	95%	98%	92%	88%
第二周期	94%	94%	83%	80%
第三周期	85%	92%	95%	96%

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/188127106011006124>