2023-2024 学年福建省惠安一中等三校中学高三全真数学试题模拟试卷(18)

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0．5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

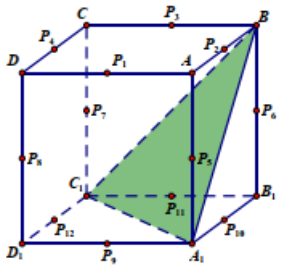
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为1，O 是该正四面体外接球球心，且 $\overrightarrow{AO}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}+z\overrightarrow{AD}$，$x,y,z\in\mathbf{R}$，则 $x+y+z=$（　　）

A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{1}{3}$

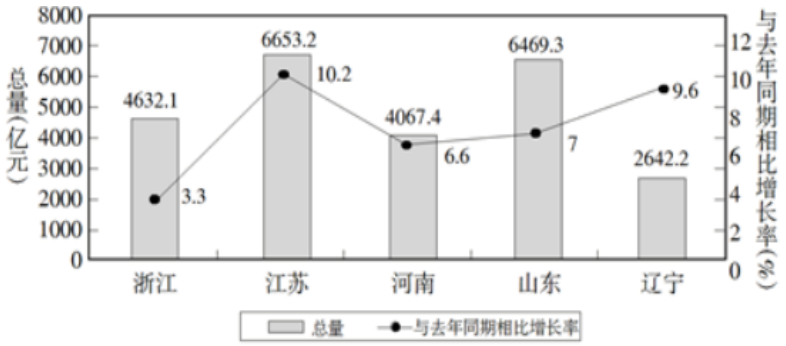
C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{4}$

2．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，$P_i\left(i=1,2,\cdots,12\right)$ 是棱的中点，在任意两个中点的连线中，与平面 A_1C_1B 平行的直线有几条（　　）



A．36　　B．21　　C．12　　D．6

3．如图所示是某年第一季度五省 GDP 情况图，则下列说法中不正确的是（　　）



A．该年第一季度 GDP 增速由高到低排位第 3 的是山东省

B．与去年同期相比，该年第一季度的 GDP 总量实现了增长

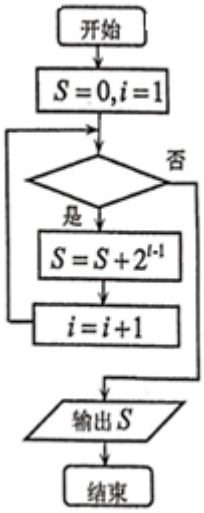
C．该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的省份有 2 个

D．去年同期浙江省的 GDP 总量超过了 4500 亿元

4．已知角 α 的顶点与坐标原点重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，若点 $P(2,-1)$ 在角 α 的终边上，则 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)=$（　　）

A．$-\frac{4}{5}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$-\frac{3}{5}$　　D．$\frac{3}{5}$

5．执行下面的程序框图，若输出的 S 的值为 63，则判断框中可以填入的关于 i 的判断条件是（　　）



A．$i\le 5$　　B．$i\le 6$　　C．$i\le 7$　　D．$i\le 8$

6．若复数 $z=\frac{2}{1+\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，则下列结论正确的是（　）

A．z 的虚部为 $-i$　　B．$|z|=2$　　C．z 的共轭复数为 $-1-i$　　D．z^2 为纯虚数

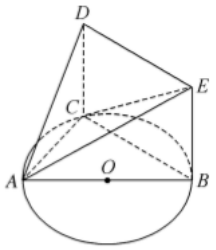
7．已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)+b(\omega>0)$，$f(\frac{\pi}{8}+x)=f(\frac{\pi}{8}-x)$，且 $f(\frac{\pi}{8})=5$，则 $b=$（　　）

A．3　　B．3 或 7　　C．5　　D．5 或 8

8．过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点作倾斜角为 $30°$ 的直线 l，若 l 与 y 轴的交点坐标为 $(0,b)$，则该双曲线的标准方程可能为（　）

A．$\frac{x^2}{2}-y^2=1$　　B．$\frac{x^2}{3}-y^2=1$　　C．$\frac{x^2}{4}-y^2=1$　　D．$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{2}=1$

9．如图，ΔABC 内接于圆 O，AB 是圆 O 的直径，$DC=BE, DC//BE, DC\perp CB, DC\perp CA, AB=2EB=2$，则三棱锥 $E-ABC$ 体积的最大值为（　　）



A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{2}{3}$

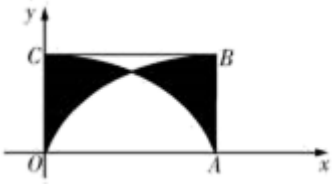
10．集合 $\{2,0,1,9\}$ 的真子集的个数是（　　）

A. 13 **B.** 14 **C.** 15 **D.** 16

11．已知三棱锥 $A-BCD$ 的所有顶点都在球 O 的球面上，$AD\perp$ 平面 ABC，$\angle BAC=120^{\circ}$，$AD=2$，若球 O 的表面积为 20π，则三棱锥 $A-BCD$ 的体积的最大值为（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $2\sqrt{3}$

12．如图，在矩形 $OABC$ 中的曲线分别是 $y=\sin x$，$y=\cos x$ 的一部分，$A\left(\frac{\pi}{2},0\right)$，$C(0,1)$，在矩形 $OABC$ 内随机取一点，若此点取自阴影部分的概率为 P_1，取自非阴影部分的概率为 P_2，则（　　）



A. $P_1<P_2$ **B.** $P_1>P_2$ **C.** $P_1=P_2$ **D.** 大小关系不能确定

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在 ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，S 为 ΔABC 的面积，若 $c=2a\cos B$，$S=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{4}c^2$，则 ΔABC 的形状为_____，C 的大小为_____.

14．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 DD_1 的中点，F 是侧面 CDD_1C_1 上的动点，且 B_1F // 平面 A_1BE，记 B_1 与 F 的轨迹构成的平面为 α.

①$\exists F$，使得 $B_1F\perp CD_1$；

②直线 B_1F 与直线 BC 所成角的正切值的取值范围是 $\left[\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{2}\right]$；

③α 与平面 CDD_1C_1 所成锐二面角的正切值为 $2\sqrt{2}$；

④正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各个侧面中，与 α 所成的锐二面角相等的侧面共四个.

其中正确命题的序号是_____.（写出所有正确命题的序号）

15．在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形， $PA\perp$ 面 $ABCD, PA=AB=4, E, F, H$ 分别是棱 PB, BC, PD 的中点，过 E, F, H 的平面交棱 CD 于点 G ，则四边形 $EFGH$ 面积为_____.

16．直线 $mx-ny-1=0(m>0,\quad n>0)$ 过圆 $C: x^2+y^2-2x+2y-1=0$ 的圆心，则 $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}$ 的最小值是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中， M 为直线 $y=x-2$ 上动点，过点作 M 抛物线 $C: x^2=y$ 的两条切线 MA ， MB ，切点分别为 A ， B ， N 为 AB 的中点.

（1）证明: $MN\perp x$ 轴；

（2）直线 AB 是否恒过定点?若是，求出这个定点的坐标；若不是，请说明理由.

18．（12 分）为了解甲、乙两个快递公司的工作状况，假设同一个公司快递员的工作状况基本相同，现从甲、乙两公司各随机抽取一名快递员，并从两人某月(30 天)的快递件数记录结果中随机抽取 10 天的数据，整理如下：

甲公司员工 A ：410，390，330，360，320，400，330，340，370，350

乙公司员工 B ：360，420，370，360，420，340，440，370，360，420

每名快递员完成一件货物投递可获得的劳务费情况如下：甲公司规定每件 0.65 元，乙公司规定每天 350 件以内(含 350 件)的部分每件 0.6 元，超出 350 件的部分每件 0.9 元.

（1）根据题中数据写出甲公司员工 A 在这 10 天投递的快件个数的平均数和众数；

（2）为了解乙公司员工 B 每天所得劳务费的情况，从这 10 天中随机抽取 1 天，他所得的劳务费记为 ξ (单位：元)，求 ξ 的分布列和数学期望；

（3）根据题中数据估算两公司被抽取员工在该月所得的劳务费.

19．（12 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}\\ y=\dfrac{2t}{1+t^2}\end{cases}$ （ t 为参数）.点 $p\left(x_0, y_0\right)$ 在曲线 C 上，点 $Q(m,n)$ 满足 $\begin{cases}m=2x_0\\ n=\sqrt{3}y_0\end{cases}$.

（1）以坐标原点 O 为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，求动点 Q 的轨迹 C_1 的极坐标方程；

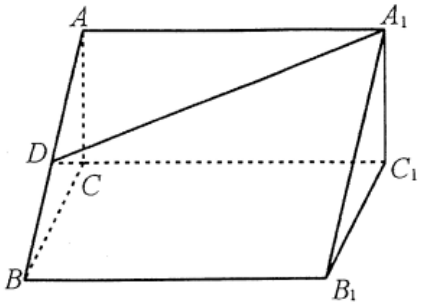
（2）点 A ， B 分别是曲线 C_1 上第一象限，第二象限上两点，且满足 $\angle AOB=\frac{\pi}{2}$ ，求 $\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}$ 的值.

20.（12 分）已知 $f\left(x\right)=\left|x-a\right|+\left|x+b\right|\left(a>0,b>0\right)$.

（Ⅰ）当 $a=b=1$ 时，解不等式 $f\left(x\right)\le 8-x^2$；

（Ⅱ）若 $f\left(x\right)$ 的最小值为 1，求 $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{2b}$ 的最小值.

21.（12 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC\perp BC$，$AB\perp BB_1$，$AC=BC=BB_1$，D 为 AB 的中点，且 $CD\perp DA_1$.



（1）求证：$BB_1\perp$ 平面 ABC；

（2）求锐二面角 $C-DA_1-C_1$ 的余弦值.

22.（10 分）在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+2\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），直线 l 经过点 $M\left(-1,-3\sqrt{3}\right)$ 且倾斜角为 α.

（1）求曲线 C 的极坐标方程和直线 l 的参数方程；

（2）已知直线 l 与曲线 C 交于 A,B，满足 A 为 MB 的中点，求 $\tan\alpha$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

如图设 $AF\perp$ 平面 BCD，球心 O 在 AF 上，根据正四面体的性质可得 $AO=\frac{3}{4}AF$

，根据平面向量的加法的几何意义，重心的性质，结合已知求出 $x+y+z$ 的值.

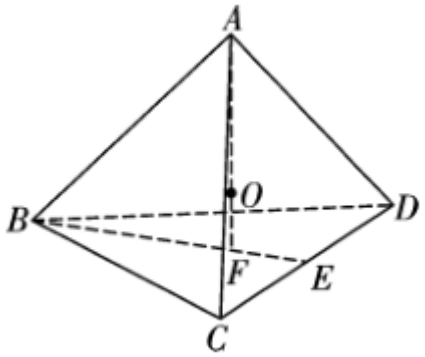
【详解】

如图设 $AF\perp$ 平面 BCD，球心 O 在 AF 上，由正四面体的性质可得：三角形 BCD 是正三角形，

$BF=\frac{2}{3}\times\sqrt{1^2-(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$AF=\sqrt{1^2-(\frac{\sqrt{3}}{3})^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，在直角三角形 FOB 中，

$OB^2=OF^2+BF^2\Rightarrow OA^2=(\frac{\sqrt{6}}{3}-AO)^2+(\frac{\sqrt{3}}{3})^2\Rightarrow AO=\frac{\sqrt{6}}{4}$，

$AO=\frac{3}{4}AF$，$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}$，$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}$，$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CF}$，因为 F 为重心，因此 $\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{FD}=0$，则 $3\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$，因此 $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$，因此 $x=y=z=\frac{1}{4}$，则 $x+y+z=\frac{3}{4}$，故选 A.



【点睛】

本题考查了正四面体的性质，考查了平面向量加法的几何意义，考查了重心的性质，属于中档题.

2、B

【解析】

先找到与平面 A_1C_1B 平行的平面，利用面面平行的定义即可得到.

【详解】

考虑与平面 A_1C_1B 平行的平面 $P_1P_4P_8$，平面 $P_{10}P_{11}P_6$，平面 $P_9P_5P_2P_3P_7P_{12}$，

共有 $C_3^2+C_3^2+C_6^2=21$，

故选：B.

【点睛】

本题考查线面平行的判定定理以及面面平行的定义，涉及到了简单的组合问题，是一中档题.

3、D

【解析】

根据折线图、柱形图的性质，对选项逐一判断即可.

【详解】

由折线图可知 A、B 项均正确，该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的

省份有江苏均第一.河南均第四.共 2 个.故 C 项正确；$4632.1\div(1+3.3\%)\approx 4484<4500$.

故 D 项不正确.

故选：D.

【点睛】

本题考查折线图、柱形图的识别，考查学生的阅读能力、数据处理能力，属于中档题.

4、D

【解析】

由题知 $\cos\alpha=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，又 $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha\right)=\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$，代入计算可得.

【详解】

由题知 $\cos\alpha=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，又 $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2\alpha\right)=\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\dfrac{3}{5}$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查了三角函数的定义，诱导公式，二倍角公式的应用求值.

5、B

【解析】

根据程序框图，逐步执行，直到 S 的值为 63，结束循环，即可得出判断条件.

【详解】

执行框图如下：

初始值：$S=0,i=1$，

第一步：$S=0+1=1,i=1+1=2$，此时不能输出，继续循环；

第二步：$S=1+2=3,i=2+1=3$，此时不能输出，继续循环；

第三步：$S=3+4=7,i=3+1=4$，此时不能输出，继续循环；

第四步：$S=7+8=15,i=4+1=5$，此时不能输出，继续循环；

第五步：$S=15+16=31,i=5+1=6$，此时不能输出，继续循环；

第六步：$S=31+32=63, i=6+1=7$，此时要输出，结束循环；

故，判断条件为$i\le 6$.

故选 B

【点睛】

本题主要考查完善程序框图，只需逐步执行框图，结合输出结果，即可确定判断条件，属于常考题型.

6、D

【解析】

将复数z整理为$1-i$的形式，分别判断四个选项即可得到结果.

【详解】

$$z=\frac{2}{1+i}=\frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}=1-i$$

z的虚部为-1，A错误；$|z|=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$，B错误；$\overline{z}=1+i$，C错误；

$z^2=(1-i)^2=-2i$，为纯虚数，D正确

本题正确选项：D

【点睛】

本题考查复数的模长、实部与虚部、共轭复数、复数的分类的知识，属于基础题.

7、B

【解析】

根据函数的对称轴$x=\frac{\pi}{8}$以及函数值，可得结果.

【详解】

函数$f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)+b(\omega>0)$，

若$f(\frac{\pi}{8}+x)=f(\frac{\pi}{8}-x)$，则$f(x)$的图象关于$x=\frac{\pi}{8}$对称，

又$f(\frac{\pi}{8})=5$，所以$2+b=5$或$-2+b=5$，

所以b的值是 7 或 3.

故选：*B*.

【点睛】

本题考查的是三角函数的概念及性质和函数的对称性问题，属基础题

8、A

【解析】

直线l的方程为$y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$，令$x=0$，得$y=\frac{\sqrt{3}}{3}c$，得到*a,b*的关系，结合选项求解即可

【详解】

直线l的方程为$y=\frac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$，令$x=0$，得$y=\frac{\sqrt{3}}{3}c$.因为$\frac{\sqrt{3}}{3}c=b$，所以$a^2=c^2-b^2=3b^2-b^2=2b^2$，只有选项$A$满足条件.

故选：A

【点睛】

本题考查直线与双曲线的位置关系以及双曲线的标准方程，考查运算求解能力.

9、B

【解析】

根据已知证明$BE\perp$平面ABC，只要设$AC=x$，则$BC=\sqrt{4-x^2}\ (0<x<2)$，从而可得体积

$V_{E-ABC}=\frac{1}{6}x\cdot\sqrt{4-x^2}=\frac{1}{6}\sqrt{x^2(4-x^2)}$，利用基本不等式可得最大值.

【详解】

因为$DC=BE,DC//BE$，所以四边形$DCBE$为平行四边形.又因为$DC\perp CB,DC\perp CA,CB\cap CA=C,CB\subset$平面$ABC$，$CA\subset$平面$ABC$，

所以$DC\perp$平面ABC，所以$BE\perp$平面ABC.在直角三角形ABE中，$AB=2EB=2$，

设$AC=x$，则$BC=\sqrt{4-x^2}\ (0<x<2)$，

所以$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}x\cdot\sqrt{4-x^2}$，所

以$V_{E-ABC}=\frac{1}{6}x\cdot\sqrt{4-x^2}=\frac{1}{6}\sqrt{x^2(4-x^2)}$.又因为$x^2(4-x^2)\le\left(\frac{x^2+4-x^2}{2}\right)^2$，当且仅当

$x^2(4-x^2)\le\left(\frac{x^2+4-x^2}{2}\right)^2$，即$x=\sqrt{2}$时等号成立，

所以$(V_{E-ABC})_{\max}=\frac{1}{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查求棱锥体积的最大值．解题方法是：首先证明线面垂直同，得棱锥的高，然后设出底面三角形一边长为x

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/196040230225010210