2023 年新高考全国 I 卷模拟测试卷 06

一、单选题

1．设集合 $A=\left\{(x,y)\middle|x,y\in \mathrm{N}^*,y\geq x\right\}$，$B=\left\{(x,y)\middle|x+y=8\right\}$，则集合 $A\cap B$ 中元素的个数为（　）

A．6　　B．5　　C．4　　D．3

【答案】C

【分析】用列举法写出集合的元素即可.

【解析】因为集合 $A=\left\{(x,y)\middle|x,y\in \mathrm{N}^*,y\geq x\right\}$，$B=\left\{(x,y)\middle|x+y=8\right\}$，

所以集合 $A\cap B$ 中元素为 $(4,4),(3,5),(2,6),(1,7)$，共 4 个.

故选：C

2．已知 $a\in R$，i 是虚数单位，复数 $z=(1-i)(a+i)$ 在复平面内对应的点在第四象限，则 a 的取值范围是（　）

A．$(-\infty,1)$　　B．$(-\infty,-1)$　　C．$(1,+\infty)$　　D．$(-1,+\infty)$

【答案】C

【分析】利用复数代数形式的乘法运算化简，再由实部大于 0 且虚部小于 0 联立不等式组求解.

【解析】解：复数 $z=(1-i)(a+i)=a-ai+i-i^2=(a+1)+(1-a)i$，

对应点 $(a+1,1-a)$ 在第四象限，则 $\begin{cases}a+1>0\\1-a<0\end{cases}$，

解得：$a>1$.

∴实数 a 的取值范围是 $(1,+\infty)$.

故选：C.

【点睛】本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数的代数表示法及其几何意义，属于基础题.

3．设向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(m,-1)$，且 $(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$，则实数 $m=$（　）

A．8　　B．7　　C．6　　D．5

【答案】B

【分析】根据平面向量垂直的坐标表示求解.

【解析】因为向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(m,-1)$，

所以 $\vec{a}-\vec{b}=(1-m,3)$，

因为$(\vec{a}-\vec{b})\perp\vec{a}$，所以$(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{a}=0$，

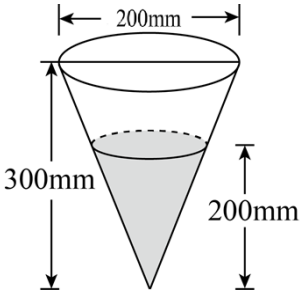
所以$1-m+6=0$，解得$m=7$，

故选:B.

4．24 小时内降落在某面积上的雨水深度（无渗漏、蒸发、流失等，单位：mm）叫做日降雨量，等级如下划分：

降水量（mm）	0.1-9.9	10-24.9	25-49.9	50-99.9
等级	小雨、阵雨	中雨	大雨	暴雨

某同学用一个圆锥形容器接了 24 小时的雨水，如图所示，则那天降雨属于哪个等级（　）



A．小雨　　B．中雨　　C．大雨　　D．暴雨

【答案】C

【分析】利用圆锥内积水的高度，求出圆锥内积水部分的半径，求出积水的体积，再求出平面上积水的深度，由此确定降雨等级.

【解析】作截面图如下，

由已知$AB=200\text{mm}$，$DB=100\text{mm}$，$CG=200\text{mm}$，$CD=300\text{mm}$，

设圆锥内积水部分的底面半径为r，

则$\frac{r}{DB}=\frac{CG}{CD}$，故$r=\frac{200}{3}\text{mm}$，

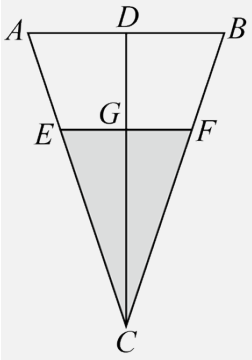
由锥体体积公式可得积水的体积$V=\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{200}{3}\right)^2\times200=\frac{8000000\pi}{27}\left(\text{mm}^3\right)$，

因为收集雨水的平地面积为圆锥的底面，故其面积$S=\pi\times(100)^2=10000\pi\left(\text{mm}^2\right)$

所以对应的平地上的积水深度为$h=\frac{V}{S}=\frac{800}{27}(\text{mm})$

所以该天降雨的等级为大雨.

故选：C.



5．足球是一项大众喜爱的运动,为了解喜爱足球是否与性别有关,随机抽取了若干人进行调查,抽取女性人数是男性的 2 倍,男性喜爱足球的人数占男性人数的$\frac{5}{6}$,女性喜爱足球的人数占女性人数的$\frac{1}{3}$,若本次调查得出“在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为喜爱足球与性别有关”的结论,则被调查的男性至少有（　）人

$$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

a	0.10	0.05	0.01	0.005	0.001
x_a	2.706	3.841	5.635	7.879	10.828

A．10　　B．11　　C．12　　D．13

【答案】C

【分析】根据题意,设出男生人数,从而计算出列联表,再算出 $\chi^2\geq 7.879$ 比较即可.

【解析】设被调查的男性为x人,则女性为$2x$人,依据题意可得列联表如下表:

	男性	女性	合计
喜爱足球	$\frac{5x}{6}$	$\frac{2x}{3}$	$\frac{3x}{2}$
不喜爱足球	$\frac{x}{6}$	$\frac{4x}{3}$	$\frac{3x}{2}$
合计	x	$2x$	$3x$

$$\chi^2=\frac{3x\left(\frac{5x}{6}\cdot\frac{4x}{3}-\frac{2x}{3}\cdot\frac{x}{6}\right)^2}{\frac{3x}{2}\cdot\frac{3x}{2}\cdot x\cdot 2x}=\frac{2x}{3},$$

因为本次调查得出“在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为喜爱足球与性别有关”的结论,所以有

$\chi^2 \geq 7.879$,即$\frac{2x}{3} \geq 7.879$,

解得$x \geq 11.8185$,又因为上述列联表中的所有数字均为整数,

故x的最小值为 12.

故选:C.

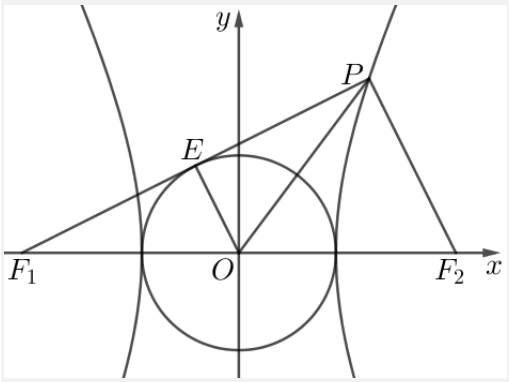
6．设F_1、F_2分别为双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点，$O$为坐标原点，过左焦点$F_1$作直线$F_1P$与圆$x^2+y^2=a^2$切于点$E$，与双曲线右支交于点$P$，且$\triangle OF_1P$为等腰三角形，则双曲线的离心率为（　）

A．$\sqrt{5}$　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

【答案】A

【分析】根据给定条件，确定$PF_1 \perp PF_2$，结合圆的切线性质及双曲线定义列式计算作答.

【解析】因为直线F_1P与圆$x^2+y^2=a^2$切于点E，则$OE \perp F_1P$，而$\triangle OF_1P$为等腰三角形，



必有$|OP|=|OF_1|$，E为F_1P的中点，而O为F_1F_2中点，于是$OE//PF_2$，有$PF_1 \perp PF_2$，

且$|PF_2|=2|OE|=2a,|PF_1|=4a$，令双曲线焦距为$2c$，由$|PF_2|^2+|PF_1|^2=|F_1F_2|^2$，

得$(2a)^2+(4a)^2=(2c)^2$，即$c^2=5a^2$，有$e^2=5$，

所以双曲线的离心率$e=\sqrt{5}$.

故选：A

7．已知函数$f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x(\omega>0)$在区间$[-\frac{2\pi}{5},\frac{3\pi}{4}]$上单调递增，且在区间$[0,\pi]$上只取得一次最大值，则$\omega$的取值范围是（　）

A．$[\frac{2}{3},\frac{8}{3}]$　　B．$[\frac{2}{3},\frac{5}{6}]$　　C．$[\frac{2}{3},\frac{8}{9}]$　　D．$[\frac{5}{6},\frac{8}{9}]$

【答案】B

【分析】利用辅助角公式变形函数$f(x)$，结合函数单调区间和取得最值的情况，利用整体法即可求得参数

的范围.

【解析】依题意，函数 $f(x)=2\sin(\omega x-\frac{\pi}{6})$，$\omega>0$，

因为 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{2\pi}{5},\frac{3\pi}{4}]$ 上单调递增，由 $x\in[-\frac{2\pi}{5},\frac{3\pi}{4}]$，则 $\omega x-\frac{\pi}{6}\in[-\frac{2\pi}{5}\omega-\frac{\pi}{6},\frac{3\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{6}]$，

于是 $-\frac{2\pi}{5}\omega-\frac{\pi}{6}\geq-\frac{\pi}{2}$ 且 $\frac{3\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{6}\leq\frac{\pi}{2}$，解得 $\omega\leq\frac{5}{6}$ 且 $\omega\leq\frac{8}{9}$，即 $0<\omega\leq\frac{5}{6}$，

当 $x\in[0,\pi]$ 时，$\omega x-\frac{\pi}{6}\in[-\frac{\pi}{6},\omega\pi-\frac{\pi}{6}]$，因为 $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上只取得一次最大值，

因此 $\frac{\pi}{2}\leq\omega\pi-\frac{\pi}{6}<\frac{5}{2}\pi$，解得 $\frac{2}{3}\leq\omega<\frac{8}{3}$，

所以 ω 的取值范围是 $[\frac{2}{3},\frac{5}{6}]$.

故选：B

8. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，满足 $f(x)>0, f(0)=1$，且 $f(x+2)=f(-x)\mathrm{e}^{2x+2}$，当 $x>1$ 时，$f'(x)>f(x)$，则（　）

A．$f(-1)<\mathrm{e}^{-1}$　　B．$f\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)>\mathrm{e}^{\frac{1}{\mathrm{e}}}$　　C．$f(2)>\mathrm{e}^2$　　D．$f(\mathrm{e})>\mathrm{e}^{\mathrm{e}}$

【答案】D

【分析】设 $g(x)=\frac{f(x)}{\mathrm{e}^x}$，由 $x>1$ 时，$f'(x)>f(x)$ 可得 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，由 $f(x+2)=f(-x)\mathrm{e}^{2x+2}$，可得 $g(x+2)=g(-x)$.A 选项，比较 $g(-1)$ 与 $g(2)$ 大小即可判断选项正误；B 选项，比较 $g\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ 与 $g(2)$ 大小即可判断选项正误；C 选项，比较 1 与 $g(2)$ 大小即可判断选项正误；D 选项，比较 $g(\mathrm{e})$ 与 $g(2)$ 大小即可判断选项正误；

【解析】因 $f'(x)>f(x)$，则 $\frac{f'(x)-f(x)}{\mathrm{e}^x}>0\Rightarrow\frac{f'(x)\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^x f(x)}{\mathrm{e}^{2x}}=\left[\frac{f(x)}{\mathrm{e}^x}\right]'>0$，

则函数 $g(x)=\frac{f(x)}{\mathrm{e}^x}$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增；

因 $f(x+2)=f(-x)\mathrm{e}^{2x+2}\Rightarrow\frac{f(x+2)}{\mathrm{e}^{x+2}}=\frac{f(-x)}{\mathrm{e}^{-x}}\Rightarrow g(x+2)=g(-x)$，

则 $g(2)=g(0)=\frac{f(0)}{\mathrm{e}^0}=1$.

A 选项，$g(-1)=g(3)>g(2)=1\Rightarrow\frac{f(-1)}{\mathrm{e}^{-1}}>1\Rightarrow f(-1)>\mathrm{e}^{-1}$，故 A 错误；

B 选项，注意到 $\frac{1}{\mathrm{e}}<1<2-\frac{1}{\mathrm{e}}<2$，则 $g\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)=g\left(2-\frac{1}{\mathrm{e}}\right)<g(2)=1$

$\Rightarrow \dfrac{f\left(\frac{1}{e}\right)}{e^{\frac{1}{e}}}<1 \Rightarrow f\left(\frac{1}{e}\right)<e^{\frac{1}{e}}$，故 B 错误；

C 选项，$g(2)=1 \Rightarrow \dfrac{f(2)}{e^2}=1 \Rightarrow f(2)=e^2$，故 C 错误；

D 选项，$g(e)>g(2)=1 \Rightarrow \dfrac{f(e)}{e^e}>1 \Rightarrow f(e)>e^e$，故 D 正确.

故选：D

【点睛】关键点睛：本题关键为通过题目条件构造出函数$g(x)$，并得到其单调性与对称性，若难以想到，可以通过选项形式得到提示.

二、多选题

9．a，b 为两条直线，α，β 为两个平面，则以下命题不正确的是（　）

A．若$a//b$，$b\subset\alpha$，则$a//\alpha$　　B．若$a//\alpha$，$b//\alpha$，则$a//b$

C．若$a//\beta$，$b//\beta$，$a\subset\alpha$，$b\subset\alpha$，则$\alpha//\beta$　D．若$\alpha//\beta$，$a\subset\alpha$，则$a//\beta$

【答案】ABC

【分析】对 A，注意判断$a\subset\alpha$的情况；

对 B，注意a,b可能相交或异面；

对 C，讨论 a，b 的相交情况，即可判断；

对 D，根据平面平行的性质判断即可.

【解析】对 A，由$a//b$，$b\subset\alpha$，可得$a//\alpha$或$a\subset\alpha$，A 错误；

对 B，由$a//\alpha$，$b//\alpha$，可得直线a,b可能相交，异面或平行，　B 错误；

对 C，$a//\beta$，$b//\beta$，$a\subset\alpha$，$b\subset\alpha$，则当a,b相交时，$\alpha//\beta$；当a,b平行时，则$\alpha//\beta$或α,β相交，C 错误；

对 D，由$\alpha//\beta$，$a\subset\alpha$，根据平行平面的性质可得$a//\beta$，D 正确，

故选：ABC.

10．有 6 个相同的球，分别标有数字 1，2，3，4，5，6，从中不放回的随机取两次，每次取 1 个球，甲表示事件“第一次取出的球的数字是奇数”，乙表示事件“第二次取出的球的数字是偶数”，丙表示事件“两次取出的球的数字之和是奇数”，丁表示事件“两次取出的球的数字之和是偶数”，则（　）

A．乙发生的概率为$\frac{1}{2}$　　B．丙发生的概率为$\frac{1}{2}$

C．甲与丁相互独立　　D．丙与丁互为对立事件

【答案】ACD

【分析】先计算出甲乙丙丁的概率，故可判断 AC 的正误，再根据独立事件的乘法公式可判断 C 的正误，根据对立事件的意义可判断 D 的正误.

【解析】设 A 为事件“第一次取出的球的数字是奇数”，B 为事件“第二次取出的球的数字是偶数”，C 为事件“两次取出的球的数字之和是奇数”，D 为事件“两次取出的球的数字之和是偶数”，

则 $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}+\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{2}$，故 A 正确.

$P(C)=2\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{5}$，$P(D)=2\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{5}$，故 B 错误.

而 $P(AD)=\frac{3\times2}{6\times5}=\frac{1}{5}=P(A)P(D)$，故 C 正确.

两次取出的数字之和要么为奇数，要么为偶数，故丙与丁互为对立事件，

故 D 正确.

故选：ACD.

11．设 S_n 和 T_n 分别为数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.已知 $2S_n=3-a_n$，$b_n=\frac{na_n}{3}$，则（　　）

A．$\{a_n\}$ 是等比数列　　B．$\{b_n\}$ 是递增数列

C．$\frac{S_n}{a_n}=\frac{3^n-1}{2}$　　D．$\frac{S_n}{T_n}>2$

【答案】ACD

【分析】由已知结合 a_n,S_n 的关系及等比数列的定义判断数列 $\{a_n\}$ 即可确定 A、C 正误，应用作差法比较 b_{n+1},b_n 的大小关系判断 B 正误，利用错位相减法求 T_n，再由作差法判断 $2T_n,S_n$ 的大小判断 D.

【解析】由 $2S_n=3-a_n$，当 $n=1$ 时，$2S_1=3-a_1$，即 $a_1=1$，又 $2S_{n+1}=3-a_{n+1}$，

$\therefore 2S_{n+1}-2S_n=a_n-a_{n+1}$，即 $3a_{n+1}=a_n$，

$\therefore\{a_n\}$ 是首项为1，公比为 $\frac{1}{3}$ 的等比数列，故 $a_n=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$，A 正确；

由 $b_n=\frac{na_n}{3}=\frac{n}{3^n}$，则 $b_{n+1}-b_n=\frac{n+1}{3^{n+1}}-\frac{n}{3^n}=\frac{1-2n}{3^{n+1}}<0$，即 $\{b_n\}$ 是递减数列，B 错误；

又 $S_n=\frac{3-a_n}{2}=\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)$，则 $\frac{S_n}{a_n}=\frac{3^n-1}{2}$，C 正确；

$T_n=\frac{1}{3}+\frac{2}{3^2}+\cdots+\frac{n-1}{3^{n-1}}+\frac{n}{3^n}$ ①，$\frac{1}{3}T_n=\frac{1}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\cdots+\frac{n-1}{3^n}+\frac{n}{3^{n+1}}$ ②，

①-②得：$\frac{2}{3}T_n=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\cdots+\frac{1}{3^n}-\frac{n}{3^{n+1}}=\frac{\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)}{1-\frac{1}{3}}-\frac{n}{3^{n+1}}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)-\frac{n}{3^{n+1}}$，

$\therefore T_n=\frac{3}{4}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)-\frac{n}{2\cdot 3^n}>0$，则 $2T_n-S_n=\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)-\frac{n}{3^n}-\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)=-\frac{n}{3^n}<0$，

$\therefore \frac{S_n}{T_n}>2$，D 正确.

故选：ACD.

【点睛】关键点点睛：利用 a_n,S_n 及等比数列的定义求 $\{a_n\}$ 的通项公式，综合运用作差法、错位相减法比较大小判断数列单调性、求前 n 项和，进而判断各选项的正误.

12．已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-\frac{1}{2}\lambda x$（$\lambda\in R$ 且 $\lambda\le -2$），且 $a=1.7^{0.3}$，$b=\log_{0.3}1.8$，$c=0.9^{0.1}$，则下列结论正确的是（　）

A．$f(x)$ 为 **R** 上的增函数　　B．$f(x)$ 无极值

C．$f(b)<f(c)<f(a)$　　D．$f(a)<f(b)<f(c)$

【答案】ABC

【分析】先求导，分析函数 $f(x)$ 的单调性和极值，再利用指数函数和对数函数的单调性比较 a，b，c 的大小，利用函数 $f(x)$ 的单调性比较对应函数值的大小.

【解析】解：已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-\frac{1}{2}\lambda x$（$\lambda\in$R 且 $\lambda\le -2$），

则 $f'(x)=x^2+2x-\frac{1}{2}\lambda$，则 $\Delta=4+2\lambda\le 0$，

所以 $f'(x)\ge 0$，故 $f(x)$ 在 **R** 上单调递增，A 选项正确；

因为 $f(x)$ 为 **R** 上的增函数，所以 $f(x)$ 无极值，B 选项正确；

因为 $y=1.7^x$ 是增函数，所以 $a=1.7^{0.3}>1.7^0=1$，

因为 $y=\log_{0.3}x$ 是减函数，所以 $b=\log_{0.3}1.8<\log_{0.3}1=0$，

因为 $y=0.9^x$ 是减函数，所以 $c=0.9^{0.1}<0.9^0=1$，

综上可知，$b<c<a$，又 $f(x)$ 为增函数，则 $f(b)<f(c)<f(a)$，C 选项正确，D 选项错误；

故选：ABC.

三、填空题

13．若函数$f(x)=|2x-1|-|2x-a|$为奇函数，则$a=$_____.

【答案】±1

【分析】根据奇函数的性质，得到$f(0)=0$，求得$a=\pm1$，结合奇偶性的定义，即可求解.

【解析】由函数$f(x)=|2x-1|-|2x-a|$为奇函数，可得$f(0)=|0-1|-|0-a|=1-|a|=0$，

即$|a|=1$，解得$a=\pm1$，

当$a=1$时，$f(x)=|2x-1|-|2x-1|=0$，此时函数$f(x)$为奇函数，符合题意；

当$a=-1$时，$f(x)=|2x-1|-|2x+1|$，

则$f(-x)=|-2x-1|-|-2x+1|=|2x+1|-|2x-1|=-f(x)$，即$f(-x)=-f(x)$，

此时函数$f(x)$为奇函数，符合题意，

综上可得，实数a的值为±1.

故答案为：±1.

14．已知$\overline{abc}$表示一个三位数，如果满足$a>b$且$c>b$，那么我们称该三位数为“凹数”，则没有重复数字的三位“凹数”共_____个（用数字作答）.

【答案】240

【分析】利用组合的意义可求没有重复数字的三位“凹数”的个数.

【解析】a,b,c为取自$0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$中的不同的三个数字，

最小的数字放置在中间，余下两数可排百位或个位，

故共有“凹数”的个数为$2\times C_{10}^{3}=2\times120=240$，

故答案为：240.

15．已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(4,2)$，若非零向量$\vec{c}$与$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角均相等，则$\vec{c}$的坐标为___（写出一个符合要求的答案即可）

【答案】（1，1），答案不唯一，只需满足横纵坐标相等即可.

【分析】利用两个向量夹角的余弦公式，通过两个余弦相等，化简即可求出结果.

【解析】设$\vec{c}=(x,y)$，因为$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(4,2)$，

所以 $\cos\left\langle \vec{a},\vec{c}\right\rangle =\frac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{\left|\vec{a}\right|\left|\vec{c}\right|}=\frac{x+2y}{\sqrt{5}\times\sqrt{x^2+y^2}}$，

$\cos\left\langle \vec{b},\vec{c}\right\rangle =\frac{\vec{b}\cdot\vec{c}}{\left|\vec{b}\right|\left|\vec{c}\right|}=\frac{4x+2y}{2\sqrt{5}\times\sqrt{x^2+y^2}}$，

因为 $\vec{c}$ 与 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角均相等，所以 $\cos\left\langle \vec{a},\vec{c}\right\rangle=\cos\left\langle \vec{b},\vec{c}\right\rangle$，

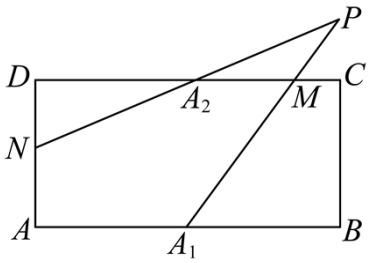
所以 $\frac{x+2y}{\sqrt{5}\times\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{4x+2y}{2\sqrt{5}\times\sqrt{x^2+y^2}}$，

化简得 $x=y$，所以 $\vec{c}=(x,x)$，

因为 $\vec{c}$ 为非零向量，可取 $x=1$，此时 $\vec{c}=(1,1)$.

故答案为：（1，1），答案不唯一，只需满足横纵坐标相等即可.

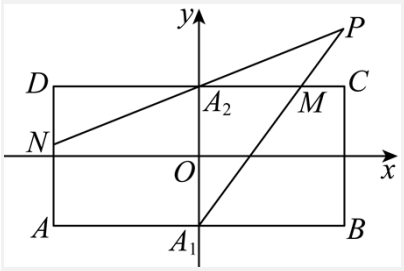
16．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$\left|AB\right|=2\left|AD\right|$，$A_1$，$A_2$ 分别为边 AB，CD 的中点，M,N 分别为线段 A_2C（不含端点）和 AD 上的动点，满足 $\frac{\left|MA_2\right|}{\left|CD\right|}=\frac{\left|DN\right|}{\left|AD\right|}$，直线 A_1M，A_2N 的交点为 P，已知点 P 的轨迹为双曲线的一部分，则该双曲线的离心率为_____.



【答案】$\sqrt{3}$

【分析】以 A_1 A_2 所在的直线为 y 轴，线段 A_1 A_2 的中垂线所在的直线为 x 轴，求出直线 A_1M，A_2N 的方程，联立两方程解出点 P 的坐标，进而可得点 P 所在双曲线方程，由离心率公式计算即可得答案.

【解析】解：以 A_1 A_2 所在的直线为 y 轴，线段 A_1 A_2 的中垂线所在的直线为 x 轴，建立如图所示的直角坐标系：



设$|AD|=|BC|=m(m>0)$，则$|AB|=|CD|=2m$，

则有$A(-m,-\frac{m}{2})$，$B(m,-\frac{m}{2})$，$A_1(0,-\frac{m}{2})$，$A_2(0,\frac{m}{2})$，$C(m,\frac{m}{2})$，$D(-m,\frac{m}{2})$，$A(-m,-\frac{m}{2})$，

设$M(x_0,\frac{m}{2})(0<x_0<m)$，$N(-m,y_0)(-\frac{m}{2}\le y_0\le\frac{m}{2})$,

所以$|MA_2|=x_0$，$|DN|=\frac{m}{2}-y_0$，

又因为$\frac{|MA_2|}{|CD|}=\frac{|DN|}{|AD|}$，所以$\frac{x_0}{2m}=\frac{\frac{m}{2}-y_0}{m}$，

所以$x_0=m-2y_0$或$y_0=\frac{m-x_0}{2}$，

又因为$k_{A_1M}=\frac{\frac{m}{2}-(-\frac{m}{2})}{x_0-0}=\frac{m}{x_0}$，

所以直线A_1M的方程为：$y-(-\frac{m}{2})=\frac{m}{x_0}(x-0)$，即$y=\frac{m}{x_0}x-\frac{m}{2}$，

同理可得直线A_2N的方程为：$y-\frac{m}{2}=-\frac{y_0-\frac{m}{2}}{m}(x-0)$，即$y=\frac{m}{2}-\frac{y_0-\frac{m}{2}}{m}x=\frac{m}{2}-\frac{\frac{m-x_0}{2}-\frac{m}{2}}{m}x=\frac{m}{2}+\frac{x_0}{2m}x$，

由$\begin{cases}y=\frac{m}{x_0}x-\frac{m}{2}\\y=\frac{m}{2}+\frac{x_0}{2m}x\end{cases}$，可得$\begin{cases}x=\frac{2x_0m^2}{2m^2-x_0^2}\\y=\frac{2m^3+mx_0^2}{2(2m^2-x_0^2)}\end{cases}$，

即$P(\frac{2x_0m^2}{2m^2-x_0^2},\frac{2m^3+mx_0^2}{2(2m^2-x_0^2)})$，

因为$x_P=\frac{2x_0m^2}{2m^2-x_0^2}$，$x_P^2=\frac{4x_0^2m^4}{(2m^2-x_0^2)^2}$，

$y_P=\frac{2m^3+mx_0^2}{2(2m^2-x_0^2)}=\frac{m(2m^2+x_0^2)}{2(2m^2-x_0^2)}$，

$y_P^2=\frac{m^2(2m^2+x_0^2)^2}{4(2m^2-x_0^2)^2}=\frac{m^2}{4}\cdot\frac{(2m^2-x_0^2)^2+8m^2x_0^2}{(2m^2-x_0^2)^2}=\frac{m^2}{4}\cdot(1+\frac{8m^2x_0^2}{(2m^2-x_0^2)^2})=\frac{m^2}{4}+\frac{2m^4x_0^2}{(2m^2-x_0^2)^2}=\frac{m^2}{4}+\frac{x_P^2}{2}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/197161066016006165