2024届内蒙古一机集团第一中学普通高中4月教育教学质量监测考试数学试题

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知A，B是函数$f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+x+a,x\le 0\\ x\ln x-a,x>0\end{cases}$图像上不同的两点，若曲线$y=f\left(x\right)$在点$A$，$B$处的切线重合，则实数$a$的最小值是（　　）

A．-1　　**B．**$-\frac{1}{2}$　　**C．**$\frac{1}{2}$　　**D．1**

2．《聊斋志异》中有这样一首诗：“挑水砍柴不堪苦，请归但求穿墙术.得诀自诩无所阻，额上坟起终不悟.”在这里，我们称形如以下形式的等式具有“穿墙术”：$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2\frac{2}{3}}$，$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3\frac{3}{8}}$，$4\sqrt{\frac{4}{15}}=\sqrt{4\frac{4}{15}}$，$5\sqrt{\frac{5}{24}}=\sqrt{5\frac{5}{24}}$，则按照以上规律，若$10\sqrt{\frac{10}{n}}=\sqrt{10\frac{10}{n}}$具有“穿墙术”，则$n=$（　）

A．48　　**B．63**　　**C．99**　　**D．120**

3．已知抛物线$y^2=20x$的焦点与双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的一个焦点重合，且抛物线的准线被双曲线截得的线段长为$\frac{9}{2}$，那么该双曲线的离心率为（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　**B．**$\frac{5}{3}$　　**C．**$\frac{5}{2}$　　**D．**$\sqrt{5}$

4．集合$A=\left\{x\,|\,x^2-3x\le 0\right\}$，$B=\left\{x\,|\,y=\lg\left(2-x\right)\right\}$，则$A\cap B=$(　　)

A．$\left\{x\,|\,0\le x<2\right\}$　　**B．**$\left\{x\,|\,1\le x<3\right\}$　　**C．**$\left\{x\,|\,2<x\le 3\right\}$　　**D．**$\left\{x\,|\,0<x\le 2\right\}$

5．设复数z满足$\left|z-2i\right|=\left|z+1\right|$，$z$在复平面内对应的点为$(x,y)$，则（　　）

A．$2x-4y-3=0$　　**B．**$2x+4y-3=0$　　**C．**$4x+2y-3=0$　　**D．**$2x-4y+3=0$

6．已知抛物线C：$x^2=8y$，点P为C上一点，过点P作$PQ\perp x$轴于点Q，又知点$A\left(5,2\right)$，则$\left|PQ\right|+\left|PA\right|$的最小值为（　　）

A．$\frac{13}{2}$　　B．$4\sqrt{10}-2$　　C．3　　D．5

7．等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=3$，$S_5=35$，则数列$\{a_n\}$的公差为（　　）

A．-2　　B．2　　C．4　　D．7

8．已知向量$\vec{a}=(1,4)$，$\vec{b}=(-2,m)$，若$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则$m=$（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．-8　　D．8

9．圆心为$(2,1)$且和x轴相切的圆的方程是（　　）

A．$(x-2)^2+(y-1)^2=1$　　B．$(x+2)^2+(y+1)^2=1$

C．$(x-2)^2+(y-1)^2=5$　　D．$(x+2)^2+(y+1)^2=5$

10．已知m,n为两条不重合直线，α,β为两个不重合平面，下列条件中，$\alpha\perp\beta$的充分条件是（　　）

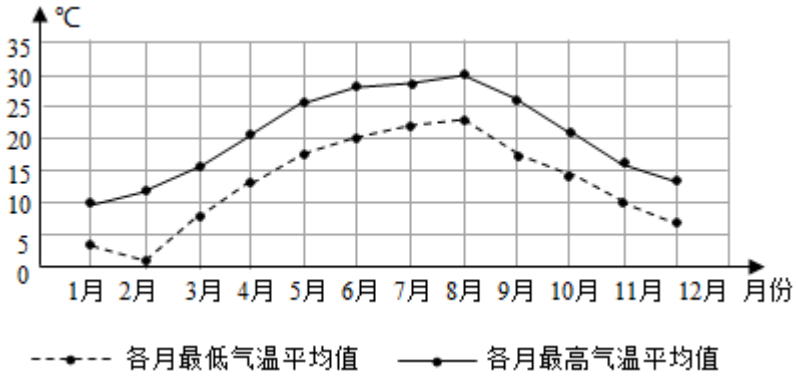
A．$m\parallel n,m\subset\alpha,n\subset\beta$　　B．$m\parallel n,m\perp\alpha,n\perp\beta$

C．$m\perp n,m\parallel\alpha,n\parallel\beta$　　D．$m\perp n,m\perp\alpha,n\perp\beta$

11．正ΔABC的边长为2，将它沿BC边上的高AD翻折，使点B与点C间的距离为$\sqrt{3}$，此时四面体$A-BCD$的外接球表面积为（　　）

A．$\frac{10\pi}{3}$　　B．4π　　C．$\frac{13\pi}{3}$　　D．7π

12．某市气象部门根据2018年各月的每天最高气温平均数据,绘制如下折线图,那么,下列叙述错误的是(　　)



A．各月最高气温平均值与最低气温平均值总体呈正相关

B．全年中,2月份的最高气温平均值与最低气温平均值的差值最大

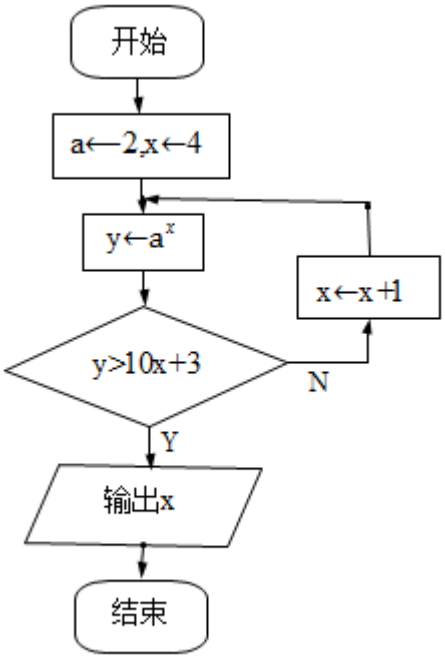
C．全年中各月最低气温平均值不高于10℃的月份有5个

D．从2018年7月至12月该市每天最高气温平均值与最低气温平均值呈下降趋势

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

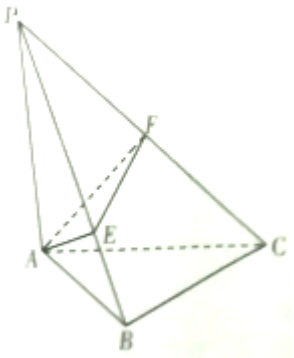
13．已知 $f(x)=\begin{cases}x+2, x\le -1\\ x^2-5, -1<x<3\\ \log_2 x, x\ge 3\end{cases}$，则 $f\left[f(4)\right]$ 的值为_____.

14．下图是一个算法的流程图，则输出的 x 的值为_____.



15．已知点 F 为双曲线 E：$x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的右焦点，M，N 两点在双曲线上，且 M，N 关于原点对称，若 $MF\perp NF$，设 $\angle MNF=\theta$，且 $\theta\in\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{6}\right]$，则该双曲线 E 的焦距的取值范围是_____.

16．《九章算术》中，将四个面都为直角三角形的四面体称为鳖臑，如图，在鳖臑 $P-ABC$ 中，$PA\perp$ 平面 ABC，$AB\perp BC$，且 $AP=AC=4$，过 A 点分别作 $AE\perp PB$ 于点 E，$AF\perp PC$ 于点 F，连接 EF，则三棱锥 $P-AEF$ 的体积的最大值为_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为 $e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，且短轴的一个端点 B 与两焦点 A，C

组成的三角形面积为$\sqrt{3}$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

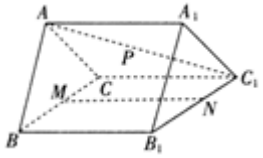
（Ⅱ）若点 P 为椭圆 E 上的一点，过点 P 作椭圆 E 的切线交圆 O：$x^2+y^2=a^2$ 于不同的两点 M，N（其中 M 在 N 的右侧），求四边形 $ACMN$ 面积的最大值.

18.（12 分）已知a，b，c为正数，且$abc=1$，证明：

（1）$(2a+1)(2b+1)(2c+1)\geq 27$；

（2）$\dfrac{1}{a(b+c)^2}+\dfrac{1}{b(a+c)^2}+\dfrac{1}{c(a+b)^2}\leq\dfrac{3}{4}$.

19.（12 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形，$BC\perp BB_1$，$CC_1=\sqrt{2}$，$AC_1=\sqrt{6}$.



（1）证明：平面 $ABC\perp$ 平面 BB_1C_1C；

（2）M，N 分别是 BC，B_1C_1 的中点，P 是线段 AC_1 上的动点，若二面角 $P-MN-C$ 的平面角的大小为 $30°$，试确定点 P 的位置.

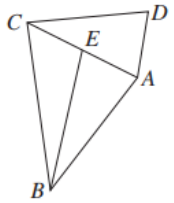
20.（12 分）已知函数 $f(x)=e^x(ax+1)$，$a\in R$.

（1）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $M(0,f(0))$ 处的切线方程；

（2）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（3）判断函数 $f(x)$ 的零点个数.

21.（12 分）如图在四边形 $ABCD$ 中，$BA=\sqrt{3}$，$BC=2$，E 为 AC 中点，$BE=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.



（1）求 AC；

（2）若 $D=\frac{\pi}{3}$，求 ΔACD 面积的最大值.

22.（10 分）已知 $a>0$，函数 $f(x)=|x-a|$.

（1）若 $a=2$，解不等式 $f(x)+f(x+3)\le 5$；

（2）若函数 $g(x)=f(x)-f(x+2a)$，且存在 $x_0\in R$ 使得 $g(x_0)\ge a^2-2a$ 成立，求实数 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

先根据导数的几何意义写出 $f(x)$ 在 A,B 两点处的切线方程，再利用两直线斜率相等且纵截距相等，列出关系树，从而得出 $a=\frac{1}{2}\left(x_1^2-e^{2x_1}\right)$，令函数 $g(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)(x\le 0)$，结合导数求出最小值，即可选出正确答案.

【详解】

解：当 $x\le 0$ 时，$f(x)=x^2+x+a$，则 $f'(x)=2x+1$;当 $x>0$ 时，$f(x)=x\ln x-a$

则 $f'(x)=\ln x+1$.设 $A(x_1,f(x_1)),B(x_2,f(x_2))$ 为函数图像上的两点，

当 $x_1<x_2<0$ 或 $0<x_1<x_2$ 时，$f'(x_1)\ne f'(x_2)$，不符合题意，故 $x_1<0<x_2$.

则 $f(x)$ 在 A 处的切线方程为 $y-\left(x_1^2+x_1+a\right)=(2x_1+1)(x-x_1)$；

$f(x)$ 在 B 处的切线方程为 $y-x_2\ln x_2+a=(\ln x_2+1)(x-x_2)$.由两切线重合可知

$\begin{cases}\ln x_2+1=2x_1+1\\ -x_2-a=a-x_1^2\end{cases}$，整理得 $a=\frac{1}{2}\left(x_1^2-e^{2x_1}\right)(x_1\le 0)$.不妨设 $g(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)(x\le 0)$

则 $g'(x)=x-e^{2x},g''(x)=1-2e^{2x}$，由 $g''(x)=0$ 可得 $x=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$

则当 $x=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}$ 时，$g'(x)$ 的最大值为 $g'\left(\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}-\frac{1}{2}<0$.

则 $g(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-e^{2x}\right)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递减，则 $a\ge g(0)=-\frac{1}{2}$.

故选:B.

【点睛】

本题考查了导数的几何意义，考查了推理论证能力，考查了函数与方程、分类与整合、转化与化归等思想方法.本题的难点是求出 a 和 x 的函数关系式.本题的易错点是计算.

2、C

【解析】

观察规律得根号内分母为分子的平方减 1，从而求出 n.

【详解】

解：观察各式发现规律，根号内分母为分子的平方减 1

所以 $n=10^2-1=99$

故选：C.

【点睛】

本题考查了归纳推理，发现总结各式规律是关键，属于基础题.

3、A

【解析】

由抛物线 $y^2=20x$ 的焦点 $(5,0)$ 得双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的焦点 $(\pm5,0)$，求出 $c=5$，由抛物线准线方程 $x=-5$ 被曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$，由焦半径公式 $\frac{2b^2}{a}=\frac{9}{2}$，联立求解.

【详解】

解：由抛物线 $y^2=20x$，可得 $2p=20$，则 $p=10$，故其准线方程为 $x=-5$，

Q 抛物线 $y^2=20x$ 的准线过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点，

$\therefore c=5$.

Q 抛物线 $y^2=20x$ 的准线被双曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$，

$\therefore \frac{2b^2}{a}=\frac{9}{2}$，又 $c^2=25=a^2+b^2$，

$\therefore a=4,b=3$，

则双曲线的离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查抛物线的性质及利用过双曲线的焦点的弦长求离心率. 弦过焦点时，可结合焦半径公式求解弦长.

4、A

【解析】

解一元二次不等式化简集合 A，再根据对数的真数大于零化简集合 B，求交集运算即可.

【详解】

由$x^2-3x\le 0$可得$0\le x\le 3$，所以$A=\{x\,|\,0\le x\le 3\}$，由$2-x>0$可得$x<2$,所以$B=\{x\,|\,x<2\}$,所以

$A\cap B=\{x|0\le x<2\}$，故选 A.

【点睛】

本题主要考查了集合的交集运算，涉及一元二次不等式解法及对数的概念，属于中档题.

5、B

【解析】

设$z=x+yi$，根据复数的几何意义得到x、y的关系式，即可得解；

【详解】

解：设$z=x+yi$

$\because|z-2i|=|z+1|$，$\therefore x^2+(y-2)^2=(x+1)^2+y^2$，解得$2x+4y-3=0$.

故选：B

【点睛】

本题考查复数的几何意义的应用，属于基础题.

6、C

【解析】

由$|PQ|=|PF|-2$,再运用P,F,A三点共线时和最小，即可求解.

【详解】

$|PQ|+|PA|=|PF|-2+|PA|\ge|FA|-2=5-2=3$.

故选：C

【点睛】

本题考查抛物线的定义，合理转化是本题的关键，注意抛物线的性质的灵活运用，属于中档题.

7、B

【解析】

在等差数列中由等差数列公式与下标和的性质求得a_3，再由等差数列通项公式求得公差.

【详解】

在等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则$S_5=\frac{5(a_1+a_5)}{2}=5a_3=35\Rightarrow a_3=7$

则$a_3=a_1+2d=3+2d=7\Rightarrow d=2$

故选：B

【点睛】

本题考查等差数列中求由已知关系求公差，属于基础题.

8、B

【解析】

先求出向量$\vec{a}+\vec{b},\vec{a}-\vec{b}$的坐标，然后由$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$可求出参数$m$的值.

【详解】

由向量$\vec{a}=(1,4)$，$\vec{b}=(-2,m)$，

则$\vec{a}+\vec{b}=(-1,4+m)$，$\vec{a}-\vec{b}=(3,4-m)$

$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{1^2+(4+m)^2}$，$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{3^2+(4-m)^2}$

又$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则$\sqrt{1^2+(4+m)^2}=\sqrt{3^2+(4-m)^2}$，解得$m=\frac{1}{2}$.

故选：B

【点睛】

本题考查向量的坐标运算和模长的运算，属于基础题.

9、A

【解析】

求出所求圆的半径，可得出所求圆的标准方程.

【详解】

圆心为$(2,1)$且和x轴相切的圆的半径为1，因此，所求圆的方程为$(x-2)^2+(y-1)^2=1$.

故选：A.

【点睛】

本题考查圆的方程的求解，一般求出圆的圆心和半径，考查计算能力，属于基础题.

10、D

【解析】

根据面面垂直的判定定理，对选项中的命题进行分析、判断正误即可.

【详解】

对于 A，当 $m//n$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$ 时，则平面 α 与平面 β 可能相交，$\alpha\perp\beta$，$\alpha//\beta$，故不能作为 $\alpha\perp\beta$ 的充分条件，故 A 错误；

对于 B，当 $m//n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$ 时，则 $\alpha//\beta$，故不能作为 $\alpha\perp\beta$ 的充分条件，故 B 错误；

对于 C，当 $m\perp n$，$m//\alpha$，$n//\beta$ 时，则平面 α 与平面 β 相交，$\alpha\perp\beta$，$\alpha//\beta$，故不能作为 $\alpha\perp\beta$ 的充分条件，故 C 错误；

对于 D，当 $m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则一定能得到 $\alpha\perp\beta$，故 D 正确.

故选：D.

【点睛】

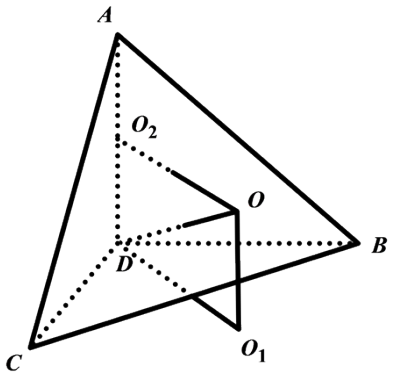
本题考查了面面垂直的判断问题，属于基础题.

11、D

【解析】

如图所示，设 AD 的中点为 O_2，ΔBCD 的外接圆的圆心为 O_1，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O，连接 OO_1,OO_2,OD，利用正弦定理可得 $DO_1=1$，利用球心的性质和线面垂直的性质可得四边形 OO_2DO_1 为平行四边形，最后利用勾股定理可求外接球的半径，从而可得外接球的表面积.

【详解】



如图所示，设 AD 的中点为 O_2，ΔBCD 外接圆的圆心为 O_1，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O，连接 OO_1,OO_2,OD，则 $OO_1\perp$ 平面 BCD，$OO_2\perp AD$.

因为$CD=BD=1,BC=\sqrt{3}$，故$\cos\angle BDC=\dfrac{2-3}{2\times1\times1}=-\dfrac{1}{2}$，

因为$\angle BDC\in(0,\pi)$，故$\angle BDC=\dfrac{2\pi}{3}$.

由正弦定理可得$2DO_1=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin\dfrac{2\pi}{3}}=2$，故$DO_1=1$，又因为$AD=\sqrt{3}$，故$DO_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

因为$AD\perp DB,AD\perp CD,DB\cap CD=D$，故$AD\perp$平面$BCD$，所以$OO_1//AD$，

因为$AD\perp$平面BCD，$DO_1\subset$平面BCD，故$AD\perp DO_1$，故$OO_2//DO_1$，

所以四边形OO_2DO_1为平行四边形，所以$OO_1=DO_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以$OD=\sqrt{\dfrac{3}{4}+1}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，故外接球的半径为$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，外接球的表面积为$4\pi\times\dfrac{7}{4}=7\pi$.

故选：D.

【点睛】

本题考查平面图形的折叠以及三棱锥外接球表面积的计算，还考查正弦定理和余弦定理，折叠问题注意翻折前后的变量与不变量，外接球问题注意先确定外接球的球心的位置，然后把半径放置在可解的直角三角形中来计算，本题有一定的难度.

12、D

【解析】

根据折线图依次判断每个选项得到答案.

【详解】

由绘制出的折线图知：

在A中，各月最高气温平均值与最低气温平均值为正相关，故A正确；

在B中，全年中，2月的最高气温平均值与最低气温平均值的差值最大，故B正确；

在C中，全年中各月最低气温平均值不高于10℃的月份有1月，2月，3月，11月，12月，共5个，故C正确；

在D中，从2018年7月至12月该市每天最高气温平均值与最低气温平均值，先上升后下降，故D错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查了折线图，意在考查学生的理解能力.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13、-1

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/198020134131006116