

高 2024 届拔尖强基联盟高三十二月联合考试

数学试题（答案在最后）

（满分：150 分；考试时间：120 分钟）

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、班级、考场/座位号、准考证号填写在答题卡上.
2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔填涂；答非选择题时，必须使用 0.5 毫米的黑色签字笔书写；必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效；保持答卷清洁、完整.
3. 考试结束后，将答题卡交回（试题卷学生保存，以备评讲）.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z = (1+2i)(i-1)$ ，则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】利用复数的运算化简 $z = (1+2i)(i-1)$ ，结合模长公式计算即可.

【详解】 $z = (1+2i)(i-1) = -1+2i^2-i = -3-i$ ，所以 $|z| = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$ ，

故选：A.

2. 已知圆 $E: x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ ，圆 $F: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ ，则这两圆的位置关系为 ()

- A. 内含 B. 相切 C. 相交 D. 外离

【答案】A

【解析】

【分析】根据圆的方程确定圆心及半径，由两圆圆心距离与半径的关系判断位置关系.

【详解】由题设， $E: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ ， $F: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ ，

$\therefore E(3,4)$ ，半径 $r_1 = 5$ ； $F(1,2)$ ，半径 $r_2 = 1$ ； $|EF| = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2} = 2\sqrt{2}$ ，

$\therefore r_1 - r_2 > |C_1C_2|$ ，即两圆内含.

故选：A

3. 在首项为 1 的数列 $\{a_n\}$ 中，满足 $a_{n+1} = \frac{-a_n - 3}{a_n + 2}$ ，则 $a_{520} =$ ()

A. $-\frac{5}{2}$

B. $-\frac{4}{3}$

C. 0

D. 1

【答案】D

【解析】

【分析】根据数列的递推关系可得 $\{a_n\}$ 为周期数列，且周期为3，即可利用周期求解.

【详解】由 $a_{n+1} = \frac{-a_n - 3}{a_n + 2}$ 可得 $a_{n+1} = -1 - \frac{1}{a_n + 2}$,

由于 $a_1 = 1$ ，所以 $a_2 = -1 - \frac{1}{a_1 + 2} = -\frac{4}{3}$ ， $a_3 = -1 - \frac{1}{a_2 + 2} = -\frac{5}{2}$ ， $a_4 = -1 - \frac{1}{a_3 + 2} = 1 = a_1, \dots$,

因此 $\{a_n\}$ 为周期数列，且周期为3，

故 $a_{520} = a_{3 \times 173 + 1} = a_1 = 1$ ，

故选：D

4. 若 $3^a = 4^b = m$ 且 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1 (a, b, m \in \mathbb{R})$ ，则 $m = (\quad)$

A. $2\sqrt{3}$

B. 6

C. 36

D. 12

【答案】C

【解析】

【分析】将 $3^a = 4^b = m$ 化成对数式，代入 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ，利用换底公式等计算即可.【详解】因为 $3^a = 4^b = m$ ，所以 $a = \log_3 m, b = \log_4 m$ ，

所以 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{\log_3 m} + \frac{1}{\log_4 m} = 2\log_m 3 + \log_m 4 = \log_m (9 \times 4) = 1$.

解得： $m = 36$.

故选：C.

5. 已知点 M 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 外接圆 O 上的任意一点， $\angle ABC = 90^\circ, AB = 1, BC = \sqrt{3}$ ，则 $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{BM}$ 的最大值为()

A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. $\sqrt{3}$

D. $\sqrt{5}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据向量数量积的几何意义，结合图形即可求解.

【详解】设 $\text{Rt}\triangle ABC$ 外接圆的半径为 r ，由正弦定理得 $2r = \frac{AC}{\sin \angle ABC} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1}}{\frac{1}{3}} = 2$ ，

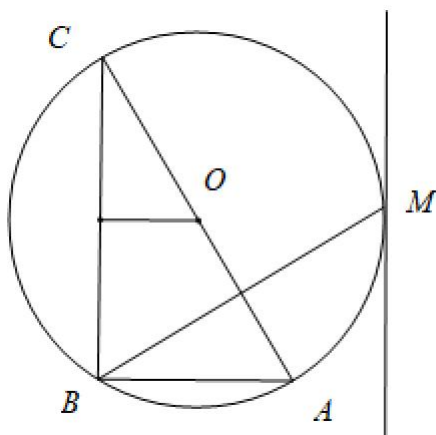
故 $r = 1$ 。

所以 $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \cdot \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BM} = |\overrightarrow{BA}| \cdot (|\overrightarrow{BM}| \cos \angle ABM) = |\overrightarrow{BM}| \cos \angle ABM$ ，

当过点圆上一点 M 作平行于 BC 的圆的切线时，此时 $|\overrightarrow{BM}| \cos \angle ABM$ 最大，

由于 O 到 BC 的距离为 $d = \frac{1}{2}|\overrightarrow{BA}| = \frac{1}{2}$ ，所以 $|\overrightarrow{BM}| \cos \angle ABM$ 的最大值为 $d + r = \frac{3}{2}$

故选：B



6. 在平面直角坐标系中，集合 $A = \{(x, y) | kx - y + k = 0\}$ ，集合 $B = \{(x, y) | y = kx - 1\}$ ，已知点 $M \in A$ ，点 $N \in B$ ，记 d 表示线段 MN 长度的最小值，则 d 的最大值为（ ）

A. 2

B. $\sqrt{3}$

C. 1

D. $\sqrt{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】将集合 A, B 看作是直线的集合，求出定点坐标，即可得出答案。

【详解】集合 $A = \{x | kx - y + k = 0\}$ 可以看作是表示直线 $l_1: kx - y + k = 0$ 上的点的集合，

由 $kx - y + k = 0$ 变形可得， $k(x+1) - y = 0$ ，

由 $\begin{cases} x+1=0 \\ y=0 \end{cases}$ 可得， $\begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$ ，

所以直线 $l_1: kx - y + k = 0$ 过定点 $E(-1, 0)$ 。

集合 $B = \{(x, y) | y = kx - 1\}$ 可看作是直线 $l_2: y = kx - 1$ 上的点的集合，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/198044063132006036>