

2023-2024 学年贵州省凤冈县第二中学高三下学期六次月考数学试题试卷

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

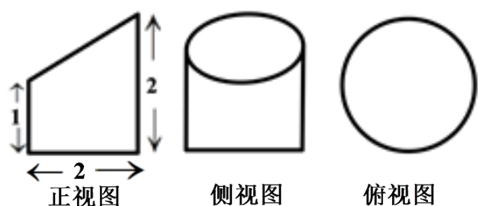
1. 若 $(x^2 + a)\left(\frac{1}{x} - 1\right)^5$ 的展开式中的常数项为 -12, 则实数 a 的值为 ()

- A. -2 B. -3 C. 2 D. 3

2. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的所有三个元素的子集记为 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n, n \in N^*$. 记 b_i 为集合 B_i 中的最大元素, 则 $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n =$ ()

- A. 45 B. 105 C. 150 D. 210

3. 圆柱被一平面截去一部分所得几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()

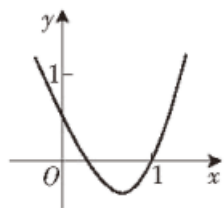


- A. $\frac{1}{2}\pi$ B. $\frac{3}{2}\pi$ C. 2π D. 3π

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a \cos B + b \sin A = c$. 若 $a = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $3(\sqrt{2} - 1)$, 则 $b + c =$ ()

- A. 5 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. 16

5. 如图是二次函数 $f(x) = x^2 - bx + a$ 的部分图象, 则函数 $g(x) = a \ln x + f'(x)$ 的零点所在的区间是 ()



- A. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, 3)$

6. 音乐，是用声音来展现美，给人以听觉上的享受，熔铸人们的美学趣味。著名数学家傅立叶研究了乐声的本质，他证明了所有的乐声都能用数学表达式来描述，它们是一些形如 $a \sin bx$ 的简单正弦函数的和，其中频率最低的一项是基本音，其余的为泛音。由乐声的数学表达式可知，所有泛音的频率都是基本音频率的整数倍，称为基本音的谐波。下列函数中不能与函数 $y = 0.06 \sin 180000t$ 构成乐音的是 ()

- A. $y = 0.02 \sin 360000t$ B. $y = 0.03 \sin 180000t$ C. $y = 0.02 \sin 181800t$
D. $y = 0.05 \sin 540000t$

7. 设全集 $U = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x+1)(x-3) \leq 0\}$ ，集合 $A = \{0, 1, 2\}$ ，则 $C_U A =$ ()

- A. $\{-1, 3\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 3\}$ D. $\{-1, 0, 3\}$

8. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$ ， $B = \{x \mid x(x-2) < 0\}$ ，则 $A \cap B =$

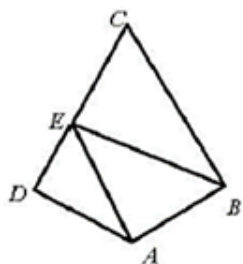
- A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

9. 在三棱锥 $P-ABC$ 中， $AB = BC = 5$ ， $AC = 6$ ， P 在底面 ABC 内的射影 D 位于直线 AC 上，且 $AD = 2CD$ ， $PD = 4$ 。设三棱锥 $P-ABC$ 的每个顶点都在球 Q 的球面上，则球 Q 的半径为 ()

- A. $\frac{\sqrt{689}}{8}$ B. $\frac{\sqrt{689}}{6}$ C. $\frac{5\sqrt{26}}{8}$ D. $\frac{5\sqrt{26}}{6}$

10. 如图，在平面四边形 $ABCD$ 中， $AB \perp BC$ ， $AD \perp CD$ ， $\angle BAD = 120^\circ$ ， $AB = AD = 1$ ，

若点 E 为边 CD 上的动点，则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BE}$ 的最小值为 ()



- A. $\frac{21}{16}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{25}{16}$ D. 3

11. 已知函数 $f(x) = \ln x + 1$ ， $g(x) = 2e^{x-\frac{1}{2}}$ ，若 $f(m) = g(n)$ 成立，则 $m-n$ 的最小值是 ()

- A. $\frac{1}{2} + \ln 2$ B. $e - 2$ C. $\ln 2 - \frac{1}{2}$ D. $\sqrt{e} - \frac{1}{2}$

12. 若 $(1-2x)^n$ 的二项展开式中 x^2 的系数是 40，则正整数 n 的值为 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 给出下列等式： $\sqrt{2}=2\cos\frac{\pi}{4}$ ， $\sqrt{2+\sqrt{2}}=2\cos\frac{\pi}{8}$ ， $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}=2\cos\frac{\pi}{16}$ ，...请从中归纳出第 n 个等式：

$\sqrt{2+\dots+\sqrt{2+\sqrt{2}}}= \underline{\hspace{2cm}}$.
 $\quad \quad \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{n\uparrow 2}$

14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_3+a_5+a_7+a_9=10$ ， $a_8^2-a_2^2=36$ ，则 a_{11} 的值为_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $c=2, 2\sin A=\sin C$. 若 B 为钝角， $\cos 2C=-\frac{3}{4}$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

16. 已知正四棱柱的底面边长为 3cm，侧面的对角线长是 $3\sqrt{5}$ cm，则这个正四棱柱的体积是_____ cm^3 .

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在全面抗击新冠肺炎疫情这一特殊时期，我市教育局提出“停课不停学”的口号，鼓励学生线上学习.某校数学教师为了调查高三学生数学成绩与线上学习时间之间的相关关系，对高三年级随机选取 45 名学生进行跟踪问卷，其中每周线上学习数学时间不少于 5 小时的有 19 人，余下的人中，在检测考试中数学平均成绩不足 120 分的占 $\frac{8}{13}$ ，统计成绩后得到如下 2×2 列联表：

	分数不少于 120 分	分数不足 120 分	合计
线上学习时间不少于 5 小时		4	19
线上学习时间不足 5 小时			
合计			45

- (1) 请完成上面 2×2 列联表；并判断是否有 99% 的把握认为“高三学生的数学成绩与学生线上学习时间有关”；
- (2) ①按照分层抽样的方法，在上述样本中从分数不少于 120 分和分数不足 120 分的两组学生中抽取 9 名学生，设抽到不足 120 分且每周线上学习时间不足 5 小时的人数是 X ，求 X 的分布列（概率用组合数算式表示）；
- ②若将频率视为概率，从全校高三该次检测数学成绩不少于 120 分的学生中随机抽取 20 人，求这些人中每周线上学习时间不少于 5 小时的人数的期望和方差.

(下面的临界值表供参考)

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

(参考公式 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 其中 $n = a+b+c+d$)

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x+a| + |x-1|$.

(1) 当 $a=2$ 时, 求不等式 $f(x) \geq x+8$ 的解集;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) \leq |x-5|$ 的解集包含 $[0, 2]$, 求实数 a 的取值范围.

19. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -3 + \frac{t}{2} \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$. (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 - 4\rho \cos \theta + 3 = 0$.

(1) 求 l 的普通方程及 C 的直角坐标方程;

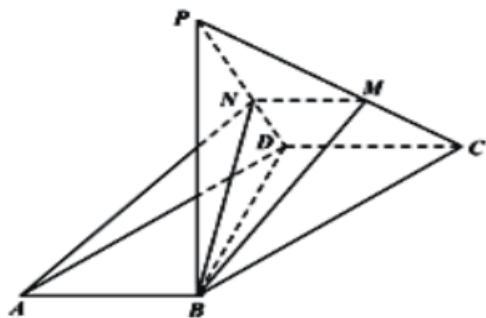
(2) 求曲线 C 上的点 P 到 l 距离的取值范围.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = a \ln x - \frac{be^x}{x}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $2x - y - 2 - e = 0$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 证明函数 $f(x)$ 存在唯一的极大值点 x_0 , 且 $f(x_0) < 2 \ln 2 - 2$.

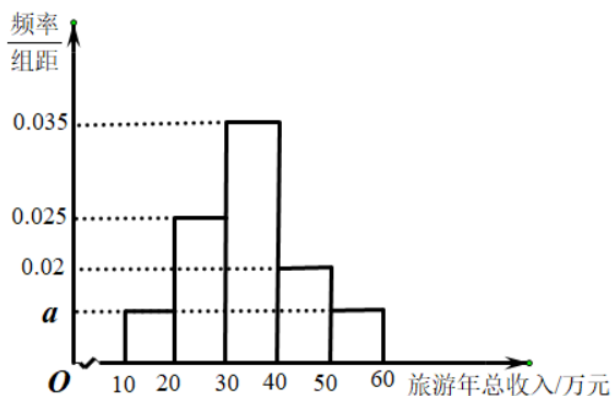
21. (12 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD = 2AB$, $\angle A = 60^\circ$, 现沿对角线 BD 将 $\triangle ABD$ 折起, 使点 A 到达点 P , 点 M, N 分别在直线 PC, PD 上, 且 A, B, M, N 四点共面.



(1) 求证: $MN \perp BD$;

(2) 若平面 $PBD \perp$ 平面 BCD , 二面角 $M-AB-D$ 平面角大小为 30° , 求直线 PC 与平面 BMN 所成角的正弦值.

22. (10 分) 2019 年 9 月 26 日, 携程网发布《2019 国庆假期旅游出行趋势预测报告》, 2018 年国庆假日期间, 西安共接待游客 1692.56 万人次, 今年国庆有望超过 2000 万人次, 成为西部省份中接待游客量最多的城市. 旅游公司规定: 若公司某位导游接待旅客, 旅游年总收入不低于 40 (单位: 万元), 则称该导游为优秀导游. 经验表明, 如果公司的优秀导游率越高, 则该公司的影响度越高. 已知甲、乙家旅游公司各有导游 40 名, 统计他们一年内旅游总收入, 分别得到甲公司的频率分布直方图和乙公司的频数分布表如下:



分组	[10,20)	[20,30)	[30,40)	[40,50)
频数	2	b	20	10

(1) 求 a , b 的值, 并比较甲、乙两家旅游公司, 哪家的影响度高?

(2) 从甲、乙两家公司旅游总收入在 $[10,20)$ (单位: 万元) 的导游中, 随机抽取 3 人进行业务培训, 设来自甲公司的人数为 X , 求 X 的分布列及数学期望.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

先研究 $\left(\frac{1}{x}-1\right)^5$ 的展开式的通项, 再分 (x^2+a) 中, 取 x^2 和 a 两种情况求解.

【详解】

因为 $\left(\frac{1}{x}-1\right)^5$ 的展开式的通项为 $T_{r+1} = (-1)^r C_5^r x^{r-5}$,

所以 $(x^2+a)\left(\frac{1}{x}-1\right)^5$ 的展开式中的常数项为: $x^2(-1)^3 C_5^3 x^{-2} + a C_5^0 (-1) = -10 - a = -12$,

解得 $a = 2$,

故选: C.

【点睛】

本题主要考查二项式定理的通项公式，还考查了运算求解的能力，属于基础题.

2、B

【解析】

分类讨论，分别求出最大元素为 3,4,5,6 的三个元素子集的个数，即可得解.

【详解】

集合 M 含有 3 个元素的子集共有 $C_6^3 = 20$ ，所以 $k = 20$.

在集合 $B_i (i = 1, 2, 3, \dots, k)$ 中：

最大元素为 3 的集合有 $C_2^2 = 1$ 个；

最大元素为 4 的集合有 $C_3^2 = 3$ ；

最大元素为 5 的集合有 $C_4^2 = 6$ ；

最大元素为 6 的集合有 $C_5^2 = 10$ ；

所以 $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 = 3 \times 1 + 4 \times 3 + 5 \times 6 + 6 \times 10 = 105$.

故选：B.

【点睛】

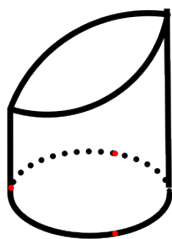
此题考查集合相关的新定义问题，其本质在于弄清计数原理，分类讨论，分别求解.

3、B

【解析】

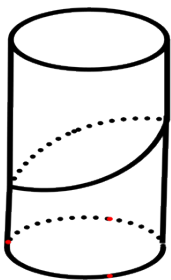
三视图对应的几何体为如图所示的几何体，利用割补法可求其体积.

【详解】



根据三视图可得原几何体如图所示，它是一个圆柱截去上面一块几何体，

把该几何体补成如下图所示的圆柱，



其体积为 $\pi \times 1^2 \times 3$ ，故原几何体的体积为 $\frac{3}{2}\pi$ 。

故选：B.

【点睛】

本题考查三视图以及不规则几何体的体积，复原几何体时注意三视图中的点线关系与几何体中的点、线、面的对应关系，另外，不规则几何体的体积可用割补法来求其体积，本题属于基础题。

4、C

【解析】

根据正弦定理边化角以及三角函数公式可得 $A = \frac{\pi}{4}$ ，再根据面积公式可求得 $bc = 6(2 - \sqrt{2})$ ，再代入余弦定理求解即可。

【详解】

$\triangle ABC$ 中， $a \cos B + b \sin A = c$ ，由正弦定理得 $\sin A \cos B + \sin B \sin A = \sin C$ ，

又 $\sin C = \sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ ，

$\therefore \sin B \sin A = \cos A \sin B$ ，又 $\sin B \neq 0$ ， $\therefore \sin A = \cos A$ ， $\therefore \tan A = 1$ ，又 $A \in (0, \pi)$ ，

$\therefore A = \frac{\pi}{4}$ ， $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{\sqrt{2}}{4}bc = 3(\sqrt{2} - 1)$ ，

$\therefore bc = 6(2 - \sqrt{2})$ ， $\therefore a = 2$ ，由余弦定理可得 $a^2 = (b + c)^2 - 2bc - 2bc \cos A$ ，

$\therefore (b + c)^2 = 4 + (2 + \sqrt{2})bc = 4 + (2 + \sqrt{2}) \times 6(2 - \sqrt{2}) = 16$ ，可得 $b + c = 4$ 。

故选：C

【点睛】

本题主要考查了解三角形中正余弦定理与面积公式的运用，属于中档题。

5、B

【解析】

根据二次函数图象的对称轴得出 b 范围， y 轴截距，求出 a 的范围，判断 $g(x)$ 在区间端点函数值正负，即可求出结论。

【详解】

$\because f(x) = x^2 - bx + a$, 结合函数的图象可知,

二次函数的对称轴为 $x = \frac{b}{2}$, $0 < f(0) = a < 1$,

$\frac{1}{2} < x = \frac{b}{2} < 1$, $\because f'(x) = 2x - b$,

所以 $g(x) = a \ln x + f'(x) = a \ln x + 2x - b$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

又因为 $g\left(\frac{1}{2}\right) = a \ln \frac{1}{2} + 1 - b < 0$, $g(1) = a \ln 1 + 2 - b > 0$,

所以函数 $g(x)$ 的零点所在的区间是 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$.

故选:B.

【点睛】

本题考查二次函数的图象及函数的零点, 属于基础题.

6、C

【解析】

由基本音的谐波的定义可得 $f_1 = nf_2$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 利用 $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ 可得 $\omega_1 = n\omega_2$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 即可判断选项.

【详解】

由题, 所有泛音的频率都是基本音频率的整数倍, 称为基本音的谐波,

由 $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$, 可知若 $f_1 = nf_2$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 则必有 $\omega_1 = n\omega_2$ ($n \in \mathbf{N}^*$),

故选:C

【点睛】

本题考查三角函数的周期与频率, 考查理解分析能力.

7、A

【解析】

先求得全集包含的元素, 由此求得集合 A 的补集.

【详解】

由 $(x+1)(x-3) \leq 0$ 解得 $-1 \leq x \leq 3$, 故 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 所以 $C_U A = \{-1, 3\}$, 故选 A.

【点睛】

本小题主要考查补集的概念及运算, 考查一元二次不等式的解法, 属于基础题.

8、A

【解析】

先解 A、B 集合，再取交集。

【详解】

$x(x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$, 所以 B 集合与 A 集合的交集为 $\{1\}$ ，故选 A

【点睛】

一般地，把不等式组放在数轴中得出解集。

9、A

【解析】

设 AC 的中点为 O 先求出 $\triangle ABC$ 外接圆的半径，设 $QM = a$ ，利用 $QM \perp$ 平面 ABC ，得 $QM \parallel PD$ ，在 $\triangle MBQ$ 及 $\triangle DMQ$ 中利用勾股定理构造方程求得球的半径即可

【详解】

设 AC 的中点为 O，因为 $AB = BC$ ，所以 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心 M 在 BO 上。设此圆的半径为 r。

因为 $BO = 4$ ，所以 $(4-r)^2 + 3^2 = r^2$ ，解得 $r = \frac{25}{8}$ 。

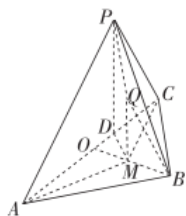
因为 $OD = OC - CD = 3 - 2 = 1$ ，所以 $DM = \sqrt{1^2 + (4-r)^2} = \frac{\sqrt{113}}{8}$ 。

设 $QM = a$ ，易知 $QM \perp$ 平面 ABC ，则 $QM \parallel PD$ 。

因为 $QP = QB$ ，所以 $\sqrt{(PD-a)^2 + DM^2} = \sqrt{a^2 + r^2}$ ，

即 $(4-a)^2 + \frac{113}{64} = a^2 + \frac{625}{64}$ ，解得 $a = 1$ 。所以球 Q 的半径 $R = QB = \sqrt{a^2 + r^2} = \frac{\sqrt{689}}{8}$ 。

故选：A



【点睛】

本题考查球的组合体，考查空间想象能力，考查计算求解能力，是中档题

10、A

【解析】

分析：由题意可得 $\triangle ABD$ 为等腰三角形， $\triangle BCD$ 为等边三角形，把数量积 $\vec{AE} \cdot \vec{BE}$ 分拆，设 $\vec{DE} = t\vec{DC}$ ($0 \leq t \leq 1$)，

数量积转化为关于 t 的函数，用函数可求得最小值。

详解：连接 BD，取 AD 中点为 O，可知 $\triangle ABD$ 为等腰三角形，而 $AB \perp BC, AD \perp CD$ ，所以 VBCD 为等边三角形，

$$BD = \sqrt{3}。设 \vec{DE} = t\vec{DC} (0 \leq t \leq 1)$$

$$\begin{aligned} \vec{AE} \cdot \vec{BE} &= (\vec{AD} + \vec{DE}) \cdot (\vec{BD} + \vec{DE}) = \vec{AD} \cdot \vec{BD} + \vec{DE} \cdot (\vec{AD} + \vec{BD}) + \vec{DE}^2 = \frac{3}{2} + \vec{BD} \cdot \vec{DE} + \vec{DE}^2 \\ &= 3t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{3}{2} \quad (0 \leq t \leq 1) \end{aligned}$$

所以当 $t = \frac{1}{4}$ 时，上式取最小值 $\frac{21}{16}$ ，选 A.

点睛：本题考查的是平面向量基本定理与向量的拆分，需要选择合适的基底，再把其它向量都用基底表示。同时利用向量共线转化为函数求最值。

11、A

【解析】

分析：设 $f(m) = g(n) = t$ ，则 $t > 0$ ，把 m, n 用 t 表示，然后令 $h(t) = m - n$ ，由导数求得 $h(t)$ 的最小值。

详解：设 $f(m) = g(n) = t$ ，则 $t > 0$ ， $m = e^{t-1}$ ， $n = \ln \frac{t}{2} + \frac{1}{2} = \ln t - \ln 2 + \frac{1}{2}$ ，

$$\therefore m - n = e^{t-1} - \ln t + \ln 2 - \frac{1}{2}，令 h(t) = e^{t-1} - \ln t + \ln 2 - \frac{1}{2}，$$

则 $h'(t) = e^{t-1} - \frac{1}{t}$ ， $h''(t) = e^{t-1} + \frac{1}{t^2} > 0$ ， $\therefore h'(t)$ 是 $(0, +\infty)$ 上的增函数，

又 $h'(1) = 0$ ， $\therefore$ 当 $t \in (0, 1)$ 时， $h'(t) < 0$ ，当 $t \in (1, +\infty)$ 时， $h'(t) > 0$ ，

即 $h(t)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减，在 $(1, +\infty)$ 上单调递增， $h(1)$ 是极小值也是最小值，

$$h(1) = \frac{1}{2} + \ln 2，\therefore m - n \text{ 的最小值是 } \frac{1}{2} + \ln 2。$$

故选 A.

点睛：本题易错选 B，利用导数法求函数的最值，解题时学生可能不会将其中求 $b - a$ 的最小值问题，通过构造新函数，转化为求函数 $h(t)$ 的最小值问题，另外通过二次求导，确定函数的单调区间也很容易出错。

12、B

【解析】

先化简 $(1 - 2x)^n$ 的二项展开式中第 $r + 1$ 项 $T_{r+1} = C_n^r \cdot 1^{n-r} \cdot (-2x)^r$ ，然后直接求解即可

【详解】

$(1 - 2x)^n$ 的二项展开式中第 $r + 1$ 项 $T_{r+1} = C_n^r \cdot 1^{n-r} \cdot (-2x)^r$ 。令 $r = 2$ ，则 $T_3 = C_n^2 \cdot (-2x)^2$ ， $\therefore 4C_n^2 = 40$ ， $\therefore n = -4$

(舍) 或 $n = 5$ 。

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/198060104030006134>