

期中真题必刷压轴 60 题（15 个考点专练）

一. 正数和负数（共 1 小题）

- 1.（2022 秋•江都区期中）“十一”国庆期间，俄罗斯特技飞行队在黄山湖公园特技表演，其中一架飞机起飞后的高度变化如表：

高度变化	记作
上升 $4.4km$	$4.4km$
下降 $3.2km$	$-3.2km$
上升 $1.1km$	$+1.1km$
下降 $1.5km$	$-1.5km$

（1）此时这架飞机比起飞点高了多少千米？

（2）如果飞机每上升或下降 1 千米需消耗 2 升燃油，那么这架飞机在这 4 个动作表演过程中，一共消耗了多少升燃油？

【分析】（1）根据表格列出算式，计算即可得到结果；

（2）求出表格中数据绝对值之和，再乘以 2 即可得到结果．

【解答】解：（1） $4.4 - 3.2 + 1.1 - 1.5 = 0.8$ （千米），

答：这架飞机比起飞点高了 0.8 千米；

$$\begin{aligned} & (2) |4.4| + |-3.2| + |1.1| + |-1.5| \\ &= 10.2 \text{（千米）} \end{aligned}$$

$$10.2 \times 2 = 20.4 \text{ 升.}$$

答：一共消耗了 20.4 升燃油．

【点评】此题考查了有理数的加减混合运算，正数和负数，弄清题意是解本题的关键．

二. 数轴（共 8 小题）

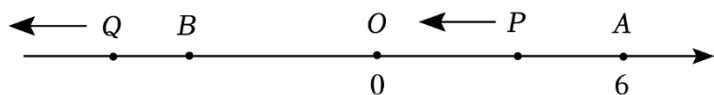
- 2.（2022 秋•霍邱县期中）如图，已知数轴上点 A 表示的数为 6， B 是数轴上在 A 左侧的一点，且 A ， B 两点间的距离为 10．动点 P 从点 A 出发，以每秒 6 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，设运动时间为 t （ $t > 0$ ）秒．

（1）数轴上点 B 表示的数是 -4 ，点 P 表示的数是 $6 - 6t$ （用含 t 的代数式表示）；

（2）动点 Q 从点 B 出发，以每秒 4 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，若点 P 、 Q 同时出发．求：

①当点 P 运动多少秒时，点 P 与点 Q 相遇？

②当点 P 运动多少秒时，点 P 与点 Q 间的距离为 8 个单位长度？



【分析】(1) 由已知得 $OA=6$ ，则 $OB=AB-OA=4$ ，因为点 B 在原点左边，从而写出数轴上点 B 所表示的数；动点 P 从点 A 出发，运动时间为 t ($t>0$) 秒，所以运动的单位长度为 $6t$ ，因为沿数轴向左匀速运动，所以点 P 所表示的数是 $6-6t$ ；

(2) ①点 P 运动 t 秒时追上点 Q ，由于点 P 要多运动 10 个单位才能追上点 Q ，则 $6t=10+4t$ ，然后解方程得到 $t=5$ ；

②分两种情况：当点 P 运动 a 秒时，不超过 Q ，则 $10+4a-6a=8$ ；超过 Q ，则 $10+4a+8=6a$ ；由此求得答案解即可。

【解答】解：(1) $\because$ 数轴上点 A 表示的数为 6，

$$\therefore OA=6,$$

$$\text{则 } OB=AB-OA=4,$$

点 B 在原点左边，

$$\therefore \text{数轴上点 } B \text{ 所表示的数为 } -4;$$

点 P 运动 t 秒的长度为 $6t$ ，

$\because$ 动点 P 从点 A 出发，以每秒 6 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，

$$\therefore P \text{ 所表示的数为: } 6-6t;$$

(2) ①点 P 运动 t 秒时追上点 Q ，

$$\text{根据题意得 } 6t=10+4t,$$

$$\text{解得 } t=5,$$

答：当点 P 运动 5 秒时，点 P 与点 Q 相遇；

②设当点 P 运动 a 秒时，点 P 与点 Q 间的距离为 8 个单位长度，

$$\text{当 } P \text{ 不超过 } Q, \text{ 则 } 10+4a-6a=8, \text{ 解得 } a=1;$$

$$\text{当 } P \text{ 超过 } Q, \text{ 则 } 10+4a+8=6a, \text{ 解得 } a=9;$$

答：当点 P 运动 1 或 9 秒时，点 P 与点 Q 间的距离为 8 个单位长度。

【点评】此题考查的知识点是两点间的距离及数轴，根据已知得出各线段之间的关系等量关系是解题关键。

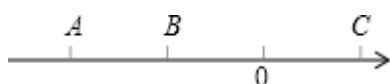
3. (2022 秋·雁塔区校级期中) 如图，数轴上有 A 、 B 、 C 三个点， A 、 B 、 C 对应的数分别是 a 、 b 、 c

，且满足 $|a+24|+|b+10|+(c-10)^2=0$ ，动点 P 从 A 出发，以每秒1个单位的速度向终点 C 运动，设运动时间为 t 秒。

(1) 求 a 、 b 、 c 的值；

(2) 若点 P 到 A 点的距离是点 P 到 B 点的距离的2倍，求点 P 对应的数；

(3) 当点 P 运动到 B 点时，点 Q 从点 A 出发，以每秒3个单位的速度向 C 点运动， Q 点到达 C 点后，再立即以同样的速度返回，运动到终点 A 。在点 Q 开始运动后第几秒时， P 、 Q 两点之间的距离为4？请说明理由。



【分析】(1) 根据绝对值和偶次幂具有非负性可得 $a+24=0$ ， $b+10=0$ ， $c-10=0$ ，解可得 a 、 b 、 c 的值

(2) 分两种情况讨论可求点 P 的对应的数；

(3) 分类讨论：当 P 点在 Q 点的右侧，且 Q 点还没追上 P 点时；当 P 在 Q 点左侧时，且 Q 点追上 P 点后；当 Q 点到达 C 点后，当 P 点在 Q 点左侧时；当 Q 点到达 C 点后，当 P 点在 Q 点右侧时，根据两点间的距离是4，可得方程，根据解方程，可得答案。

【解答】解：(1) $\because |a+24|+|b+10|+(c-10)^2=0$

$$\therefore a+24=0, b+10=0, c-10=0$$

$$\text{解得 } a=-24, b=-10, c=10$$

$$(2) -10 - (-24) = 14,$$

$$\textcircled{1} \text{ 点 } P \text{ 在 } AB \text{ 之间, } AP=14 \times \frac{2}{2+1} = \frac{28}{3},$$

$$-24 + \frac{28}{3} = -\frac{44}{3},$$

$$\text{点 } P \text{ 的对应的数是 } -\frac{44}{3};$$

$$\textcircled{2} \text{ 点 } P \text{ 在 } AB \text{ 的延长线上, } AP=14 \times 2 = 28,$$

$$-24 + 28 = 4,$$

$$\text{点 } P \text{ 的对应的数是 } 4;$$

(3) 设在点 Q 开始运动后第 a 秒时， P 、 Q 两点之间的距离为4，

当 P 点在 Q 点的右侧，且 Q 点还没追上 P 点时， $3a+4=14+a$ ，解得 $a=5$ ；

当 P 在 Q 点左侧时，且 Q 点追上 P 点后， $3a-4=14+a$ ，解得 $a=9$ ；

当 Q 点到达 C 点后, 当 P 点在 Q 点左侧时, $14+a+4+3a-34=34$, $a=12.5$;

当 Q 点到达 C 点后, 当 P 点在 Q 点右侧时, $14+a-4+3a-34=34$, 解得 $a=14.5$,

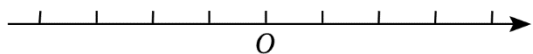
综上所述: 当 Q 点开始运动后第 5、9、12.5、14.5 秒时, P 、 Q 两点之间的距离为 4.

【点评】 此题主要考查了一元一次方程的应用, 关键是正确理解题意, 掌握非负数的性质, 再结合数轴解决问题.

4. (2022 秋·南明区校级期中) 已知在数轴 l 上, 一动点 Q 从原点 O 出发, 沿直线 l 以每秒钟 2 个单位长度的速度来回移动, 其移动方式是先向右移动 1 个单位长度, 再向左移动 2 个单位长度, 又向右移动 3 个单位长度, 再向左移动 4 个单位长度, 又向右移动 5 个单位长度……

(1) 求出 5 秒钟后动点 Q 所处的位置;

(2) 如果在数轴 l 上还有一个定点 A , 且 A 与原点 O 相距 20 个单位长度, 问: 动点 Q 从原点出发, 可能与点 A 重合吗? 若能, 则第一次与点 A 重合需多长时间? 若不能, 请说明理由.



【分析】 (1) 先根据路程 = 速度 $\times$ 时间求出 5 秒钟走过的路程, 然后根据左减右加列式计算即可得解;

(2) 分点 A 在原点左边与右边两种情况分别求出动点走过的路程, 然后根据时间 = 路程 $\div$ 速度计算即可得解.

【解答】 解: (1) $\because 2 \times 5 = 10$,

$\therefore$ 点 Q 走过的路程是 $1+2+3+4=10$,

Q 处于: $1-2+3-4=4-6=-2$;

(2) ①当点 A 在原点右边时, 设需要第 n 次到达点 A , 则

$$\frac{n+1}{2}=20,$$

解得 $n=39$,

$\therefore$ 动点 Q 走过的路程是

$$1+|-2|+3+|-4|+5+\cdots+|-38|+39,$$

$$=1+2+3+\cdots+39,$$

$$=\frac{(1+39) \times 39}{2}=780,$$

$\therefore$ 时间 $=780 \div 2=390$ 秒 (6.5 分钟);

②当点 A 在原点左边时, 设需要第 n 次到达点 A , 则 $\frac{n}{2}=20$,

解得 $n=40$,

$\therefore$ 动点 Q 走过的路程是

$$1+|-2|+3+|-4|+5+\cdots+39+|-40|,$$

$$=1+2+3+\cdots+40,$$

$$=\frac{(1+40) \times 40}{2}=820,$$

$$\therefore \text{时间}=820 \div 2=410 \text{ 秒 } \left(6\frac{5}{6} \text{ 分钟}\right).$$

【点评】 本题考查了数轴的知识, (2) 题注意要分情况讨论求解, 弄清楚跳到点 A 处的次数的计算方法是解题的关键, 可以动手操作一下便不难得解.

5. (2022 秋·新城区期中) 一辆货车从仓库 0 出发在东西街道上运送水果, 规定向东为正方向, 依次到达的 5 个销售地点分别为 A, B, C, D, E , 最后回到仓库 0. 货车行驶的记录 (单位: 千米) 如下: $+1, +3, -6, -1, -2, +5$. 请问:

(1) 请以仓库 0 为原点, 向东为正方向, 选择适当的单位长度, 画出数轴, 并标出 A, B, C, D, E 的位置;

(2) 试求出该货车共行驶了多少千米?

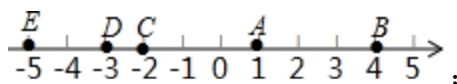
(3) 如果货车运送的水果以 100 千克为标准重量, 超过的千克数记为正数, 不足的千克数记为负数, 则运往 A, B, C, D, E 五个地点的水果重量可记为: $+50, -15, +25, -10, -15$, 则该货车运送的水果总重量是多少千克?

【分析】 (1) 根据数轴的三要素画出数轴, 并根据题意在数轴上表示出 A, B, C, D, E 的位置;

(2) 求出行驶记录的数据的绝对值的和即可;

(3) 根据有理数的加法进行计算即可.

【解答】 解: (1) 如图所示: 取 1 个单位长度表示 1 千米,



$$(2) 1+3+|-6|+|-1|+|-2|+5=18,$$

答: 该货车共行驶了 18 千米;

$$(3) 100 \times 5 + 50 - 15 + 25 - 10 - 15 = 535 \text{ (千克)},$$

答: 货车运送的水果总重量是 535 千克.

【点评】本题考查了正数和负数和数轴，掌握数轴的画法，掌握正负数所表示的意义是解决问题的关键.

6. (2022 秋·法库县期中) 如图在数轴上 A 点表示数 a , B 点表示数 b , a 、 b 满足 $|a+2|+|b-4|=0$;



(1) 点 A 表示的数为 -2; 点 B 表示的数为 4;

(2) 若在原点 O 处放一挡板, 一小球甲从点 A 处以 1 个单位/秒的速度向左运动, 同时另一小球乙从点 B 处以 2 个单位/秒的速度也向左运动, 在碰到挡板后 (忽略球的大小, 可看作一点) 以原来的速度向相反的方向运动, 设运动的时间为 t (秒),

①当 $t=1$ 时, 甲小球到原点的距离 = 3; 乙小球到原点的距离 = 2;

当 $t=3$ 时, 甲小球到原点的距离 = 5; 乙小球到原点的距离 = 2;

②试探究: 甲, 乙两小球到原点的距离可能相等吗? 若不能, 请说明理由. 若能, 请直接写出甲, 乙两小球到原点的距离相等时经历的时间.

【分析】(1) 利用绝对值的非负性即可确定出 a , b 即可;

(2) ①根据运动确定出运动的单位数, 即可得出结论.

②根据 (I) $0 < t \leq 2$, (II) $t > 2$, 根据甲、乙两小球到原点的距离相等列出关于 t 的方程, 解方程即可.

【解答】解: (1) $\because |a+2|+|b-4|=0$;

$$\therefore a = -2, b = 4,$$

$\therefore$ 点 A 表示的数为 -2, 点 B 表示的数为 4,

故答案为: -2, 4;

(2) ①当 $t=1$ 时,

$\because$ 一小球甲从点 A 处以 1 个单位/秒的速度向左运动,

$\therefore$ 甲小球 1 秒钟向左运动 1 个单位, 此时, 甲小球到原点的距离 = 3,

$\because$ 一小球乙从点 B 处以 2 个单位/秒的速度也向左运动,

$\therefore$ 乙小球 1 秒钟向左运动 2 个单位, 此时, 乙小球到原点的距离 = $4 - 2 = 2$,

故答案为: 3, 2;

当 $t=3$ 时,

$\because$ 一小球甲从点 A 处以 1 个单位/秒的速度向左运动,

$\therefore$ 甲小球 3 秒钟向左运动 3 个单位, 此时, 甲小球到原点的距离 = 5,

$\because$ 一小球乙从点 B 处以 2 个单位/秒的速度也向左运动,

∴乙小球2秒钟向左运动2个单位，此时，刚好碰到挡板，改变方向向右运动，再向右运动1秒钟，运动2个单位，

∴乙小球到原点的距离=2.

②当 $0 < t \leq 2$ 时，得 $t+2=4-2t$,

解得 $t=\frac{2}{3}$;

当 $t > 2$ 时，得 $t+2=2t-4$,

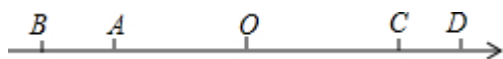
解得 $t=6$.

故当 $t=\frac{2}{3}$ 秒或 $t=6$ 秒时，甲乙两小球到原点的距离相等.

故答案为：5，2.

【点评】此题主要考查了数轴，点的运动特点，解本题的关键是抓住运动特点确定出结论.

7. (2022 秋•张店区期中) 已知：在一条东西向的双轨铁路上迎面驶来一快一慢两列火车，快车长 $AB=2$ (单位长度)，慢车长 $CD=4$ (单位长度)，设正在行驶途中的某一时刻，如图，以两车之间的某点 O 为原点，取向右方向为正方向画数轴，此时快车头 A 在数轴上表示的数是 a ，慢车头 C 在数轴上表示的数是 b . 若快车 AB 以6个单位长度/秒的速度向右匀速继续行驶，同时慢车 CD 以2个单位长度/秒的速度向左匀速继续行驶，且 $|a+8|$ 与 $(b-16)^2$ 互为相反数.



- (1) 求此刻时刻快车头 A 与慢车头 C 之间相距多少单位长度？
- (2) 从此刻开始算起，问再行驶多少秒钟两列火车行驶到车头 AC 相距8个单位长度？
- (3) 此时在快车 AB 上有一位爱动脑筋的七年级学生乘客 P ，他发现行驶中有一段时间 t 秒钟，他的位置 P 到两列火车头 A 、 C 的距离和加上到两列火车尾 B 、 D 的距离和是一个不变的值 (即 $PA+PC+PB+PD$ 为定值). 你认为学生 P 发现的这一结论是否正确？若正确，求出这个时间及定值；若不正确，请说明理由.

【分析】(1) 根据非负数的性质求出 $a=-8$ ， $b=16$ ，再根据两点间的距离公式即可求解；

(2) 根据时间=路程和÷速度和，列式计算即可求解；

(3) 由于 $PA+PB=AB=2$ ，只需要 $PC+PD$ 是定值，从快车 AB 上乘客 P 与慢车 CD 相遇到完全离开之间都满足 $PC+PD$ 是定值，依此分析即可求解.

【解答】解：(1) ∵ $|a+8|$ 与 $(b-16)^2$ 互为相反数，

∴ $|a+8|+(b-16)^2=0$,

$$\therefore a+8=0, b-16=0,$$

解得 $a=-8, b=16$.

$\therefore$ 此刻快车头 A 与慢车头 C 之间相距 $16 - (-8) = 24$ 单位长度;

$$(2) (24-8) \div (6+2)$$

$$=16 \div 8$$

$$=2 \text{ (秒)}.$$

或 $(24+8) \div (6+2) = 4 \text{ (秒)}$

答: 再行驶 2 秒或 4 秒两列火车行驶到车头 AC 相距 8 个单位长度;

$$(3) \because PA+PB=AB=2,$$

当 P 在 CD 之间时, $PC+PD$ 是定值 4,

$$t=4 \div (6+2)$$

$$=4 \div 8$$

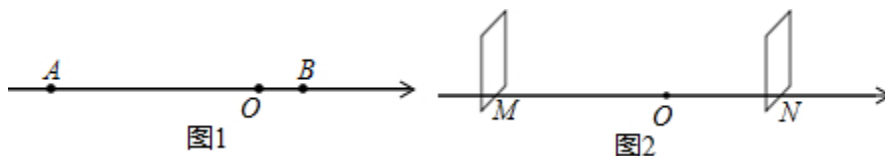
$$=0.5 \text{ (秒)},$$

此时 $PA+PC+PB+PD = (PA+PB) + (PC+PD) = 2+4=6$ (单位长度).

故这个时间是 0.5 秒, 定值是 6 单位长度.

【点评】 本题考查了数轴, 涉及的知识点有: 非负数的性质, 两点之间的距离公式, 路程问题, 综合性较强, 有一定的难度.

8. (2021 秋•龙泉驿区校级期中) 如图 1, 已知数轴上的点 A 对应的数是 a , 点 B 对应的数是 b , 且满足 $(a+5)^2 + |b-1| = 0$.



(1) 求数轴上到点 A 、点 B 距离相等的点 C 对应的数

(2) 动点 P 从点 A 出发, 以 2 个单位/秒的速度向右运动, 设运动时间为 t 秒, 问: 是否存在某个时刻 t , 恰好使得 P 到点 A 的距离是点 P 到点 B 的距离的 2 倍? 若存在, 请求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由

(3) 如图 2 在数轴上的点 M 和点 N 处各竖立一个挡板 (点 M 在原点左侧, 点 N 在原点右侧), 数轴上甲、乙两个弹珠同时从原点出发, 甲弹珠以 2 个单位/秒的速度沿数轴向左运动, 乙弹珠以 1 个单位/秒的速度沿数轴向右运动. 当弹珠遇到挡板后立即以原速度向反方向运动, 若甲、乙两个弹珠相遇的位置恰

好到点 M 和点 N 的距离相等. 试探究点 M 对应的数与点 N 对应的数是否满足某种数量关系, 请写出它们的关系式, 并说明理由.

【分析】(1) 根据已知等式, 利用非负数的性质求出 a 与 b 的值, 设点 C 对应的数为 x , 表示出 BC 与 CA , 根据 $BC=CA$ 求出 x 的值, 即可确定出点 C 对应的数;

(2) 表示出点 P 对应的数, 进而表示出 PA 与 PB , 根据 $PA=2PB$ 求出 t 的值即可;

(3) 分两种情况考虑: ①甲乙均反弹之后在中点相遇, 设点 M 对应的数为 m , 点 N 对应的数为 n , 则 M 、 N 的中点对应的数为 $\frac{m+n}{2}$, 根据甲、乙两个弹珠相遇的位置恰好到点 M 和点 N 的距离相等列出关系式即可; ②甲反弹乙没反弹在中间相遇, 同理可得关系式.

【解答】解: (1) $\because (a+5)^2 + |b-1| = 0$,

$$\therefore a = -5, b = 1,$$

设点 C 对应的数为 x ,

则 $BC = 1 - x$, $CA = x + 5$,

$$\because BC = CA,$$

$$\therefore 1 - x = x + 5,$$

解得: $x = -2$,

$\therefore$ 点 C 对应的数为 -2 ;

(2) P 对应的数为 $-5 + 2t$,

$$\therefore PA = 2t, PB = |-5 + 2t - 1| = |2t - 6|,$$

$$\because PA = 2PB,$$

$$\therefore 2t = 2|2t - 6|,$$

当 $t = 2t - 6$ 时, $t = 6$;

当 $t + 2t - 6 = 0$ 时, $t = 2$;

(3) 分两种情况考虑:

①甲乙均反弹之后在中点相遇,

设点 M 对应的数为 m , 点 N 对应的数为 n ,

则 M 、 N 的中点对应的数为 $\frac{m+n}{2}$,

$$\therefore MN = n - m, OM = -m, ON = n,$$

$$\therefore \frac{-m + \frac{m+n}{2} - m}{2} = n + n - \frac{m+n}{2},$$

化简得 $m+5n=0$;

②甲反弹乙没反弹在中间相遇，同理可得 $5m+n=0$,

综上， m 与 n 的关系式为 $m+5n=0$ 或 $5m+n=0$.

【点评】此题考查了数轴，以及非负数的性质，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

9. (2021 秋·方城县期中) 如图， A 、 B 分别为数轴上的两点， A 点对应的数为 -20 ， B 点对应的数为 100 .



(1) 请写出与 A 、 B 两点距离相等的点 M 所对应的数;

(2) 现有一只电子蚂蚁 P 从 B 点出发，以 6 个单位/秒的速度向左运动，同时另一只电子蚂蚁 Q 恰好从 A 点出发，以 4 个单位/秒的速度向右运动，设两只电子蚂蚁在数轴上的 C 点相遇，你知道 C 点对应的数是多少吗?

(3) 若当电子蚂蚁 P 从 B 点出发时，以 6 个单位/秒的速度向左运动，同时另一只电子蚂蚁 Q 恰好从 A 点出发，以 4 个单位/秒的速度也向左运动，请问：当它们运动多少时间时，两只蚂蚁间的距离为 20 个单位长度?

【分析】(1) 根据中点坐标公式即可求解;

(2) 此题是相遇问题，先求出相遇所需的时间，再求出点 Q 走的路程，根据左减右加的原则，可求出 -20 向右运动到相遇地点所对应的数;

(3) 此题是追及问题，分相遇前两只蚂蚁间的距离为 20 个单位长度，相遇后两只蚂蚁间的距离为 20 个单位长度，列出算式求解即可.

【解答】解：(1) M 点对应的数是 $(-20+100) \div 2=40$;

(2) A 、 B 之间的距离为 120 ,

它们的相遇时间是 $120 \div (6+4) = 12$ (秒),

即相同时间 Q 点运动路程为: $12 \times 4 = 48$ (个单位),

即从数 -20 向右运动 48 个单位到数 28 ;

(3) 相遇前: $(100+20-20) \div (6-4) = 50$ (秒),

相遇后: $(100+20+20) \div (6-4) = 70$ (秒).

故当它们运动 50 秒或 70 秒时间时，两只蚂蚁间的距离为 20 个单位长度。

【点评】此题考查的是数轴上点的运动，还有相遇问题与追及问题。注意用到了路程=速度×时间。

三. 绝对值 (共 2 小题)

10. (2022 秋·颍州区校级期中) 先阅读，后探究相关的问题

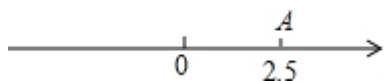
【阅读】 $|5 - 2|$ 表示 5 与 2 差的绝对值，也可理解为 5 与 2 两数在数轴上所对应的两点之间的距离； $|5 + 2|$ 可以看作 $|5 - (-2)|$ ，表示 5 与 -2 的差的绝对值，也可理解为 5 与 -2 两数在数轴上所对应的两点之间的距离。

(1) 如图，先在数轴上画出表示点 2.5 的相反数的点 B ，再把点 A 向左移动 1.5 个单位，得到点 C ，则点 B 和点 C 表示的数分别为 -2.5 和 1， B ， C 两点间的距离是 3.5；

(2) 数轴上表示 x 和 -1 的两点 A 和 B 之间的距离表示为 $|x - (-1)|$ ；如果 $|AB| = 3$ ，那么 x 为 -4, 2；

(3) 若点 A 表示的整数为 x ，则当 x 为 -1 时， $|x+4|$ 与 $|x-2|$ 的值相等；

(4) 要使代数式 $|x+5| + |x-2|$ 取最小值时，相应的 x 的取值范围是 $-5 \leq x \leq 2$ 。



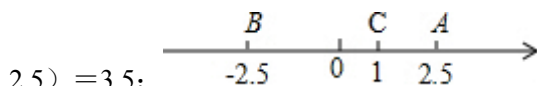
【分析】(1) 根据数先在数轴上描出点，再根据点得出两点间的距离；

(2) 根据数轴上两点间的距离公式，可得到一点距离相等的点有两个；

(3) 根据到两点距离相等的点是这两个点的中点，可得答案；

(4) 根据线段上的点到这两点的距离最小，可得范围。

【解答】解：(1) 如图，点 B 为所求点。点 B 表示的数 -2.5，点 C 表示的数 1， BC 的长度是 $1 - (-2.5) = 3.5$ ；



(2) 数轴上表示 x 和 -1 的两点 A 和 B 之间的距离表示为 $|x - (-1)|$ ，如果 $|AB| = 3$ ，那么 x 为 -4, 2；

(3) 若点 A 表示的整数为 x ，则当 x 为 -1 时， $|x+4|$ 与 $|x-2|$ 的值相等；

(4) 要使代数式 $|x+5| + |x-2|$ 取最小值时，相应的 x 的取值范围是 $-5 \leq x \leq 2$ ，

故答案为：-2.5, 1, 3.5； $|x - (-1)|$ ，-4, 2；-1； $-5 \leq x \leq 2$ 。

【点评】本题考查了绝对值，由数轴上点的关系，得出到一点距离相等的点有两个，到两点相等的点是这两点的中点，到两点距离和最小的点是这条线段上的点。

11. (2022 秋·定远县期中) 同学们都知道， $|5 - (-2)|$ 表示 5 与 -2 之差的绝对值，实际上也可理解为 5 与 -2 两数在数轴上所对的两点之间的距离。试探索

(1) 求 $|5 - (-2)| = \underline{7}$;

(2) 同样道理 $|x+1008| = |x - 1005|$ 表示数轴上有理数 x 所对点到 -1008 和 1005 所对的两点距离相等, 则 $x = \underline{-1.5}$

(3) 类似的 $|x+5| + |x - 2|$ 表示数轴上有理数 x 所对点到 -5 和 2 所对的两点距离之和, 请你找出所有符合条件的整数 x , 使得 $|x+5| + |x - 2| = 7$, 这样的整数是 $\underline{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2}$.

(4) 由以上探索猜想对于任何有理数 x , $|x - 3| + |x - 6|$ 是否有最小值? 如果有, 写出最小值; 如果没有, 说明理由.

【分析】(1) 5 与 -2 两数在数轴上所对的两点之间的距离为 $5 - (-2) = 7$;

(2) 在数轴上, 找到 -1008 和 1005 的中点坐标即可求解;

(3) 利用数轴解决: 把 $|x+5| + |x - 2| = 7$ 理解为: 在数轴上, 某点到 -5 所对应的点的距离和到 2 所对应的点的距离之和为 7 , 然后根据数轴可写出满足条件的整数 x ;

(4) 把 $|x - 3| + |x - 6|$ 理解为: 在数轴上表示 x 到 3 和 6 的距离之和, 求出表示 3 和 6 的两点之间的距离即可.

【解答】解: (1) $|5 - (-2)| = 7$;

(2) $(-1008 + 1005) \div 2 = -1.5$;

(3) 式子 $|x+5| + |x - 2| = 7$ 理解为: 在数轴上, 某点到 -5 所对应的点的距离和到 2 所对应的点的距离之和为 7 ,

所以满足条件的整数 x 可为 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$;

(4) 有, 最小值为 $3 - (-6) = 3$.

故答案为: $7; -1.5; -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$.

【点评】此题主要考查了去绝对值和数轴相联系的综合试题以及去绝对值的方法和去绝对值在数轴上的运用, 难度较大, 去绝对的关键是确定绝对值里面的数的正负性.

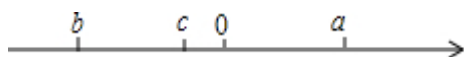
四. 有理数大小比较 (共 1 小题)

12. (2020 秋•全椒县期中) 已知有理数 a, b, c 在数轴上对应的点如图所示, 且表示数 a 的点、数 b 的点与原点的距离相等.

(1) 用 “=” “>” “<” 填空:

$b < 0$, $a+b = 0$, $a - c > 0$, $b - c < 0$;

(2) 化简: $|a+b| + |a - c| - |b|$.



【分析】(1) 根据各点在数轴上的位置判断出 a, b 的符号及绝对值的大小即可；

(2) 根据 (1) 中的结论去绝对值符号，合并同类项即可.

【解答】解：(1) $\because$ 由图可知， $b < c < 0 < a$ ， $|b| = a$ ，

$\therefore b < 0$ ， $a + b = 0$ ， $a - c > 0$ ， $b - c < 0$.

故答案为：<，=，>，<；

(2) $\because$ 由 (1) 知， $a + b = 0$ ， $a - c > 0$ ， $b - c < 0$ ，

$\therefore$ 原式 $= 0 + a - c + b = -c$.

【点评】本题考查的是有理数的大小比较，熟知数轴上右边的数总比左边的大的特点是解答此题的关键.

五. 有理数的加减混合运算 (共 1 小题)

13. (2022 秋•铜官区校级期中) 在抗洪抢险中，解放军战士的冲锋舟加满油沿东西方向的河流抢救灾民，早晨从 A 地出发，晚上到达 B 地，约定向东为正方向，当天的航行路程记录如下 (单位：千米)：

+14， - 9， +8， - 7， +13， - 6， +12， - 5.

(1) 请你帮忙确定 B 地相对于 A 地的方位？

(2) 救灾过程中，冲锋舟离出发点 A 最远处有多远？

(3) 若冲锋舟每千米耗油 0.5 升，油箱容量为 28 升，求冲锋舟当天救灾过程中至少还需补充多少升油？

【分析】(1) 把题目中所给数值相加，若结果为正数则 B 地在 A 地的东方，若结果为负数，则 B 地在 A 地的西方；

(2) 分别计算出各点离出发点的距离，取数值较大的点即可；

(3) 先求出这一天走的总路程，再计算出一共所需油量，减去油箱容量即可求出途中还需补充的油量.

【解答】解：(1) $\because 14 - 9 + 8 - 7 + 13 - 6 + 12 - 5 = 20$ ，

$\therefore B$ 地在 A 地的东边 20 千米；

(2) $\because$ 路程记录中各点离出发点的距离分别为：

14 千米； $14 - 9 = 5$ 千米；

$14 - 9 + 8 = 13$ 千米；

$14 - 9 + 8 - 7 = 6$ 千米；

$14 - 9 + 8 - 7 + 13 = 19$ 千米；

$14 - 9 + 8 - 7 + 13 - 6 = 13$ 千米；

$$14 - 9 + 8 - 7 + 13 - 6 + 12 = 25 \text{ 千米};$$

$$14 - 9 + 8 - 7 + 13 - 6 + 12 - 5 = 20 \text{ 千米}.$$

∴最远处离出发点 25 千米;

(3) 这一天走的总路程为: $14 + |-9| + 8 + |-7| + 13 + |-6| + 12 + |-5| = 74$ 千米,

应耗油 $74 \times 0.5 = 37$ (升),

故还需补充的油量为: $37 - 28 = 9$ (升)

【点评】 本题考查的是有理数的加减混合运算, 解答此题的关键是熟知用正负数表示两种具有相反意义的量, 注意所走总路程一定是绝对值的和.

六. 有理数的乘方 (共 1 小题)

14. (2022 秋•鲤城区校级期中) 阅读以下内容, 并解决所提出的问题. 我们知道, $2^3 = 2 \times 2 \times 2$, $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$, 所以: $2^3 \times 2^5 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^8$.

(1) 根据上述信息, 试计算填空: $5^3 \times 5^6 = 5$ (), $a^2 \cdot a^5 = a$ (), $a^m \cdot a^n = a$ (),

(2) 已知 $2^m = 3$, $2^n = 5$, 试根据 (1) 问的结论计算: 2^{m+n+1} 的值.

【分析】 (1) 利用题中的方法求出所求即可;

(2) 原式变形后, 将已知等式代入计算即可求出值.

【解答】 解: (1) 根据题意得: $5^3 \times 5^6 = 5^9$; $a^2 \cdot a^5 = a^7$; $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$;

(2) $\because 2^m = 3$, $2^n = 5$,

∴原式 $= 2^m \times 2^n \times 2 = 30$.

【点评】 此题考查了有理数的乘方, 熟练掌握乘方的意义是解本题的关键.

七. 有理数的混合运算 (共 5 小题)

15. (2021 秋•利辛县期中) 已知 a 、 b 互为相反数且 $a \neq 0$, c 、 d 互为倒数, m 的绝对值是最小的正整数,

求 $|m| - \frac{a}{b} + \frac{2011(a+b)}{2010} - cd$ 的值.

【分析】 根据 a 、 b 互为相反数且 $a \neq 0$, 可得: $a+b=0$; 根据 c 、 d 互为倒数, 可得: $cd=1$; 根据 m 的绝对值是最小的正整数, 可得: $|m|=1$, 据此求出 $|m| - \frac{a}{b} + \frac{2011(a+b)}{2010} - cd$ 的值是多少即可.

【解答】 解: $\because a$ 、 b 互为相反数且 $a \neq 0$,

∴ $a+b=0$;

∵ c 、 d 互为倒数,

$$\therefore cd=1;$$

$\because m$ 的绝对值是最小的正整数,

$$\therefore |m|=1,$$

$$\therefore |m| - \frac{a}{b} + \frac{2011(a+b)}{2010} - cd$$

$$= 1 - (-1) + 0 - 1$$

$$= 1$$

【点评】此题主要考查了有理数的混合运算，要熟练掌握，注意明确有理数混合运算顺序：先算乘方，再算乘除，最后算加减；同级运算，应按从左到右的顺序进行计算；如果有括号，要先做括号内的运算。

16. (2022 秋•射洪市校级期中) 观察算式：

$$\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3},$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4};$$

...

(1) 按规律填空：

$$\textcircled{1} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} = \frac{4}{5};$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100} = \frac{99}{100};$$

$$\textcircled{3} \text{如果 } n \text{ 为正整数, 那么 } \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1};$$

(2) 计算 (由此拓展写出具体过程)：

$$\textcircled{1} \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{99 \times 101};$$

$$\textcircled{2} 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \cdots - \frac{1}{9900}.$$

【分析】(1) 根据题意找出规律，根据此规律即可得出结论；

(2) 把所给的式子进行化简，找出规律即可。

【解答】解： $\because$ 观察算式：

$$\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3},$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4};$$

...

$$\therefore (1) \textcircled{1} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5};$$

$$\textcircled{2} \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100} = \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100};$$

$$\textcircled{3} \text{如果 } n \text{ 为正整数, 那么 } \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{n \times (n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} = \frac{n}{n+1}.$$

故答案为: $\frac{4}{5}, \frac{99}{100}; \frac{n}{n+1}$.

$$(2) \textcircled{1} \because \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{2}{5};$$

$$\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} = \frac{3}{7} \cdots;$$

$$1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 2 \times \frac{2}{5};$$

$$1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7} = 2 \times \frac{3}{7} \cdots,$$

$$\therefore \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \cdots + \frac{1}{99 \times 101} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{101} \right) = \frac{50}{101};$$

$$\textcircled{2} \because 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}, 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4} \cdots,$$

$$1 - \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} = 1 - \left(1 - \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{3}, 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = 1 - \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \cdots - \frac{1}{9900} = 1 - \frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} - \cdots - \frac{1}{99 \times 100} = \frac{1}{100}.$$

【点评】 本题考查的是有理数的混合运算, 根据题意找出规律是解答此题的关键.

17. (2022 秋·上蔡县期中) 我们规定运算符号 $\otimes$ 的意义是: 当 $a > b$ 时, $a \otimes b = a - b$; 当 $a \leq b$ 时, $a \otimes b = a + b$, 其他运算符号意义不变, 按上述规定, 请计算: $-1^4 + 5 \times \left[\left(-\frac{1}{2} \right) \otimes \left(-\frac{2}{5} \right) \right] - (3^4 \otimes 4^3) \div (-68)$.

【分析】 原式利用已知的新定义计算即可求出值.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 根据题中的新定义得: 原式} &= -1 + 5 \times \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{5} \right) - (81 - 64) \div (-68) = -1 - \frac{9}{2} + \frac{1}{4} \\ &= -5\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

【点评】 此题考查了有理数的混合运算, 熟练掌握运算是解本题的关键.

18. (2022 秋•将乐县期中) 如图所示, 小明有 5 张写着不同数字的卡片, 请你按要求抽出卡片, 完成下列各题:

(1) 若从中抽出 2 张卡片, 且这 2 个数字的差最小, 应如何抽取? 最小值是多少?

(2) 若从中抽出 2 张卡片, 且这 2 个数字的积最大, 应如何抽取? 最大值是多少?

(3) 若从中抽出 4 张卡片, 运用加、减、乘、除、乘方、括号等运算符号, 使得结果为 24, 请写出运算式. (只需写出 1 种)

3	-1	-4	6	-8
---	----	----	---	----

【分析】(1) 找出两张卡片, 使其差最小即可;

(2) 找出两张卡片, 使其积最大即可;

(3) 找出四张卡片, 利用 24 点游戏规则列出算式即可.

【解答】解: (1) 抽取的 2 张卡片是 -8、6, 差的最小值是 $-8 - 6 = -14$;

(2) 抽取的 2 张卡片是 -4、-8, 它们积最大, 最大值是 $(-4) \times (-8) = 32$;

(3) 抽取的 4 张卡片是 3、-4、6、-8, 算式为 $(-8+6) \times 3 \times (-4) = 24$ (答案不唯一).

【点评】此题考查了有理数的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (2022 秋•历城区期中) 李强靠勤工俭学的收入维持上大学的费用. 下面是他某一周的收支情况表 (收入为正, 支出为负, 单位为元)

周一	周二	三	四	五	六	日
+15	+10	0	+20	+15	+10	+14
-8	-12	-19	-10	-9	-11	-8

(1) 到这个周末, 李强有多少节余?

(2) 照这样, 李强一个月 (按 30 天计算) 能有多少节余?

(3) 按以上的支出水平, 李强一个月 (按 30 天计算) 至少有多少收入才能维持正常开支?

【分析】(1) 根据表格, 将所有的数字相加, 利用同号及异号两数相加的法则计算, 得到结果, 即为节余;

(2) 由 (1) 求出的结果, 除以 7 求出每天的节余, 乘以 30 即可得到一个月的节余;

(3) 根据表格将所有的开支相加, 求出维持正常开支的费用, 除以 7 求出一天开支的费用, 乘以 30 即

可求出所求维持正常开支的收入.

【解答】解：(1) 根据题意列得：

$$(+15) + (-8) + (+10) + (-12) + 0 + (-19) + (+20) + (-10) + (+15) + (-9) + (+10) + (-11) + (+14) + (-8) = 7,$$

则李强有 7 元的节余；

$$(2) 30 \times (7 \div 7) = 30,$$

则李强一个月能有 30 元的节余；

$$(3) \text{根据题意列得：} (-8) + (-12) + (-19) + (-10) + (-9) + (-11) + (-8) = -77,$$

$\therefore$ 至少支出 77 元，即每天至少支出 11 元，

则一个月至少有 330 元的收入才能维持正常开支.

【点评】此题考查了有理数混合运算的应用，弄清题意是解本题的关键.

八. 列代数式 (共 6 小题)

20. (2022 秋•肥西县校级期中) 已知逍遥津公园的门票价格为：成人 20 元/张，学生 10 元/张，满 20 人可以购买团体票 (打八折). 如果一个旅游团共有 x 人 ($x > 20$)，其中学生有 y 人.

(1) 用代数式表示该旅游团应付的门票费；

(2) 如果该旅游团有 25 个成人和 10 个学生，那么他们应付多少元门票费？

【分析】(1) 根据题意可以列出相应的代数式；

(2) 将 $x - y = 25$, $y = 10$ 代入 (1) 中的代数式即可解答本题.

【解答】解：(1) 由题意可得，

$$\text{该旅游团应付的门票费是：} [20 \times (x - y) + 10y] \times 0.8 = (16x - 8y) \text{ 元},$$

答：该旅游团应付的门票费是 $(16x - 8y)$ 元；

(2) 当 $x - y = 25$, $y = 10$ 时，

$$16x - 8y = 16(25 + 10) - 8 \times 10 = 480 \text{ (元)},$$

答：他们应付 480 元门票费.

【点评】本题考查列代数式、代数式求值，解答本题的关键是明确题意，列出相应的代数式.

21. (2020 秋•庐阳区校级期中) 如图，在一长方形休闲广场的四角都设计一块半径相同的四分之一圆的花坛，若圆形的半径为 r 米，广场长为 a 米，宽为 b 米.

(1) 请列式表示广场空地的面积；

(2) 若休闲广场的长为 400 米，宽为 100 米，圆形花坛的半径为 10 米，求广场空地的面积 (计算结果

保留 π).



【分析】(1) 观察可得空地的面积=长方形的面积-圆的面积，把相关数值代入即可；

(2) 把所给数值代入(1)得到的代数式求值即可.

【解答】解：(1) 空地的面积 $= ab - \pi r^2$ ；

(2) 当 $a=400$, $b=100$, $r=10$ 时，

空地的面积 $= 400 \times 100 - \pi \times 10^2 = (40000 - 100\pi)$ (平方米).

【点评】考查列代数式及代数式的相关计算；得到空地部分的面积的关系式是解决本题的关键.

22. (2020 秋·庐江县期中) 某商场销售一种西装和领带，西装每套定价 1000 元，领带每条定价 200 元. “国庆节”期间商场决定开展促销活动，活动期间向客户提供两种优惠方案.

方案一：买一套西装送一条领带；

方案二：西装和领带都按定价的 90% 付款.

现某客户要到该商场购买西装 20 套，领带 x 条 ($x > 20$).

(1) 若该客户按方案一购买，需付款 $(200x+16000)$ 元. (用含 x 的代数式表示) 若该客户按方案二购买，需付款 $(180x+18000)$ 元. (用含 x 的代数式表示)

(2) 若 $x=30$ ，通过计算说明此时按哪种方案购买较为合算？

(3) 当 $x=30$ 时，你能给出一种更为省钱的购买方案吗？试写出你的购买方法.

【分析】(1) 根据题目提供的两种不同的付款方式列出代数式即可；

(2) 将 $x=30$ 代入求得的代数式中即可得到费用，然后比较即可得到选择哪种方案更合算；

(3) 根据题意先按方案一购买 20 套西装获赠送 20 条领带，再按方案二购买 10 条领带更合算.

【解答】解：(1) 客户要到该商场购买西装 20 套，领带 x 条 ($x > 20$).

方案一费用： $200x+16000$,

方案二费用： $180x+18000$.

故答案为： $(200x+16000)$, $(180x+18000)$.

(2) 当 $x=30$ 时，方案一： $200 \times 30 + 16000 = 22000$ (元)，

方案二： $180 \times 30 + 18000 = 23400$ (元)，

所以，按方案一购买较合算.

(3) 先按方案一购买 20 套西装获赠 20 条领带，再按方案二购买 10 条领带.

则 $20000+200\times 10\times 90\%=21800$ (元).

【点评】 本题考查了列代数式和求代数式的值的相关的题目，解题的关键是认真分析题目并正确的列出代数式.

23. (2021 秋•扶沟县期中) 小明去文具用品商店给同学买某品牌水性笔，已知甲、乙两商店都有该品牌的水性笔且标价都是 1.50 元/支，但甲、乙两商店的优惠条件却不同.

甲商店：若购买不超过 10 支，则按标价付款；若一次购 10 支以上，则超过 10 支的部分按标价的 60%付款.

乙商店：按标价的 80%付款.

在水性笔的质量等因素相同的条件下.

(1) 设小明要购买的该品牌笔数是 x ($x>10$) 支，请用含 x 的式子分别表示在甲、乙两个商店购买该品牌笔的费用；

(2) 若小明要购买该品牌笔 30 支，你认为在甲、乙两商店中，到哪个商店购买比较省钱？说明理由.

【分析】 (1) 先求出甲商店 10 支水性笔的价钱，然后再求出超过 10 支的部分的价钱，然后列出代数式；乙商店每支水性笔的价钱是 1.5×0.8 元，那么 x 支的价钱是 $1.5\times 0.8\times x$ 元；

(2) 把 $x=30$ 代入即可得到答案.

【解答】 解：(1) 在甲商店需要： $10\times 1.5+0.6\times 1.5\times (x-10)=0.9x+6$ (元)，

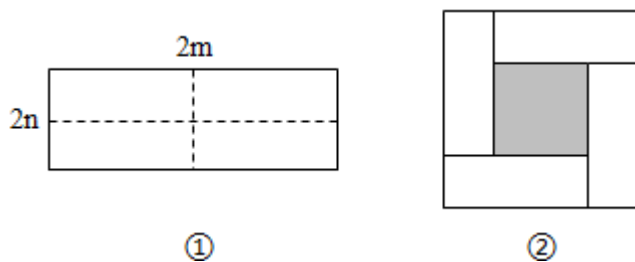
在乙商店需要： $1.5\times 0.8\times x=1.2x$ (元)，

(2) 当 $x=30$ 时， $0.9x+6=33$ ， $1.2x=36$ ，

因为 $33<36$ ，所以小明要买 30 支笔应到甲商店买比较省钱.

【点评】 本题考查了列代数式，解决问题的关键是读懂题意，找到关键描述语，进而找到所求的量的等量关系.

24. (2021 秋•吉安期中) 如图①所示是一个长为 $2m$ ，宽为 $2n$ 的长方形，沿图中虚线用剪刀均分成四个小长方形，然后按图②的方式拼成一个正方形.



(1) 你认为图②中的阴影部分的正方形的边长等于 $m - n$ ；

(2) 请用两种不同的方法列代数式表示图②中阴影部分的面积.

方法① $(m+n)^2 - 4mn$. 方法② $(m - n)^2$ ；

(3) 观察图②，你能写出 $(m+n)^2$ ， $(m - n)^2$ ， mn 这三个代数式之间的等量关系吗？

(4) 根据(3)题中的等量关系，解决如下问题：若 $a+b=6$ ， $ab=4$ ，则求 $(a - b)^2$ 的值.

【分析】 平均分成后，每个小长方形的长为 m ，宽为 n .

(1) 正方形的边长 = 小长方形的长 - 宽；

(2) 第一种方法为：大正方形面积 - 4 个小长方形面积，第二种表示方法为：阴影部分为小正方形的面积；

(3) 利用 $(m+n)^2 - 4mn = (m - n)^2$ 可求解；

(4) 利用 $(a - b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$ 可求解.

【解答】 解：(1) $m - n$ ；

(2) $(m+n)^2 - 4mn$ 或 $(m - n)^2$ ；

(3) $(m+n)^2 - 4mn = (m - n)^2$ ；

(4) $(a - b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$,

$\because a+b=6$ ， $ab=4$,

$\therefore (a - b)^2 = 36 - 16 = 20$.

【点评】 解决问题的关键是读懂题意，找到所求的量的等量关系. 本题更需注意要根据所找到的规律做题.

25. (2022 秋•湘潭期中) 已知： c 是最小的两位正整数，且 a ， b 满足 $(a+26)^2 + |b+c| = 0$ ，请回答问题：

(1) 请直接写出 a ， b ， c 的值： $a = \underline{-26}$ ， $b = \underline{-10}$ ， $c = \underline{10}$

(2) 在数轴上 a 、 b 、 c 所对应的点分别为 A 、 B 、 C

① 记 A 、 B 两点间的距离为 AB ，则 $AB = \underline{16}$ ， $AC = \underline{36}$ ；

② 点 P 为该数轴的动点，其对应的数为 x ，点 P 在点 A 与点 C 之间运动时（包含端点），则 $AP = \underline{x+26}$ ， $PC = \underline{10-x}$ ；

(3) 在 (1) (2) 的条件下，若点 M 从 A 出发，以每秒 1 个单位长度的速度向终点 C 移动，当点 M 运动到 B 点时，点 N 从 A 出发，以每秒 3 个单位长度向 C 点运动， N 点到达 C 点后，再立即以同样的速度返回点 A ，设点 M 移动时间为 t 秒，当点 N 开始运动后，请用含 t 的代数式表示 M 、 N 两点间的距离。

【分析】(1) 根据题意可以求得 a 、 b 、 c 的值，从而可以解答本题；

(2) ① 根据数轴上两点的距离公式： $AB = x_B - x_A$ ，可得 AB 和 AC 的长；

② 同理可以表示 AP 和 PC 的长；

(3) 先计算 t 的取值，因为点 M 从 A 出发，以每秒 1 个单位长度的速度向终点 C 移动，且 $AC = 36$ ，所以需要 36 秒完成，又因为当点 M 运动到 B 点时，即 16 秒后，点 N 从 A 出发，以每秒 3 个单位长度向 C 点运动，所以点 N 还需要运动 24 秒，所以一共需要 40 秒，再分别计算 M 、 N 两次相遇的时间，分五种情况讨论，根据图形结合数轴上两点的距离表示 MN 的长。

【解答】解：(1) $\because c$ 是最小的两位正整数， a 、 b 满足 $(a+26)^2 + |b+c| = 0$ ，

$$\therefore c = 10, a + 26 = 0, b + c = 0,$$

$$\therefore a = -26, b = -10, c = 10,$$

故答案为：-26，-10，10；

(2) ① $\because$ 数轴上 a 、 b 、 c 三个数所对应的点分别为 A 、 B 、 C ，

$\therefore$ 点 A 表示的数是 -26，点 B 表示的数是 -10，点 C 表示的数是 10，

所画的数轴如图 1 所示；

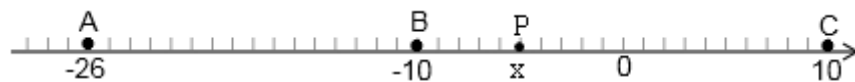


图1

$$\therefore AB = -10 + 26 = 16,$$

$$AC = 10 - (-26) = 36;$$

故答案为：16，36；

② $\because$ 点 P 为点 A 和 C 之间一点，其对应的数为 x ，

$$\therefore AP = x + 26, PC = 10 - x;$$

故答案为: $x+26$, $10-x$;

(3) 点 N 运动的总时间为: $2(36 \div 3) = 12 \times 2 = 24$,

$$24+16=40,$$

设 t 秒时, M 、 N 第一次相遇,

$$3(t-16)=t,$$

$$t=24,$$

分五种情况:

①当 $16 < t \leq 24$ 时, 如图 3, M 在 N 的右侧, 此时 $MN = t - 3(t-16) = -2t+48$,

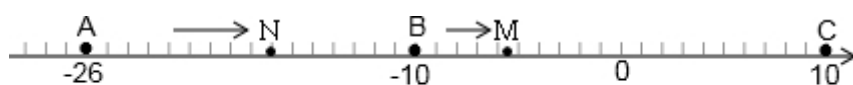


图3

②当 $24 < t \leq 28$ 时, 如图 7, M 在 N 的左侧, 此时 $MN = 3(t-16) - t = 2t-48$,

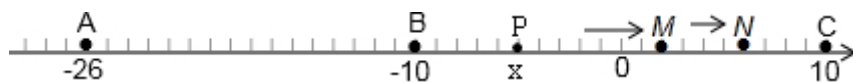


图7

③ M 、 N 第二次相遇 (点 N 从 C 点返回时): $t+3(t-16) = 36 \times 2$,

$$t=30,$$

当 $28 < t \leq 30$ 时, 如图 4, 点 M 在 N 的左侧, 此时 $MN = 36 \times 2 - t - 3(t-16) = -4t+120$,

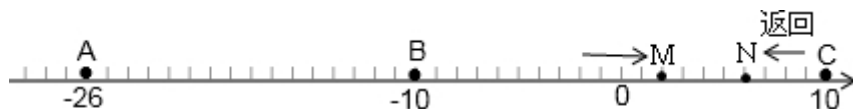


图4

④当 $30 < t \leq 36$ 时, 如图 5, 点 M 在 N 的右侧, 此时 $MN = 3(t-16) - 36 - (36-t) = 4t-120$,

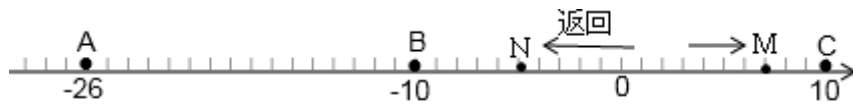


图5

⑤当 $36 < t \leq 40$ 时, 如图 6, 点 M 在点 C 处, 此时 $MN = 3(t-16) - 36 = 3t-84$,

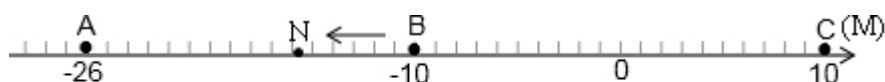


图6

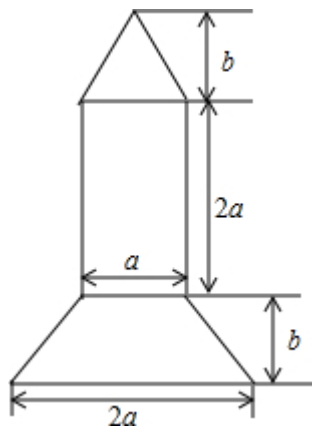
【点评】 本题考查非负数的性质、绝对值、数轴等知识, 解题的关键是熟练掌握非负数的性质, 绝对值的化简, 学会用参数表示线段的长, 有难度, 属于中考常考题型.

九. 代数式求值 (共 3 小题)

26. (2022 秋·庐江县期中) 为庆祝我国首个空间实验室“天宫一号”顺利升空, 学校开展了火箭模型制作比赛, 如图为火箭模型的截面图, 下面是梯形, 中间是长方形, 上面是三角形.

(1) 用 a 、 b 的代数式表示该截面的面积 S ;

(2) 当 $a=2\text{cm}$, $b=3\text{cm}$ 时, 求这个截面的面积.



【分析】(1) 依据截面的面积 = 1 个三角形的面积 + 一个矩形的面积 + 一个梯形的面积求解即可;

(2) 将 a 、 b 的值代入求解即可.

【解答】解: (1) 原式 = $\frac{1}{2}ab + a \cdot 2a + \frac{1}{2}(a+2a)b = 2a^2 + 2ab$;

(2) 将 $a=2\text{cm}$, $b=3\text{cm}$ 代入得:

这个截面的面积 = $2 \times 2^2 + 2 \times 2 \times 3 = 20\text{cm}^2$.

【点评】本题主要考查的是列代数式, 明确该图形的面积 = 1 个三角形的面积 + 一个矩形的面积 + 一个梯形的面积是解题的关键.

27. (2020 秋·合肥期中) 已知: $4x^2y^{1+a}$ 是关于 x 、 y 的 5 次单项式

(1) 分别求下列代数式的值: ① a^3+1 ; ② $(a+1)(a^2-a+1)$

(2) 由①、②你有什么发现或想法.

【分析】(1) 先求出 a 的值, 再代入求出即可;

(2) 根据求出的结果得出即可.

【解答】解: (1) $\because 4x^2y^{1+a}$ 是关于 x 、 y 的 5 次单项式,

$$\therefore 2+1+a=5,$$

解得: $a=2$,

$$\text{① } a^3+1=2^3+1=9;$$

$$\text{② } (a+1)(a^2-a+1) = (2+1) \times (2^2-2+1) = 9;$$

(2) 由①、②可知： $a^3+1=(a+1)(a^2-a+1)$.

【点评】本题考查了单项式的次数、求代数式的值，能正确进行计算是解此题的关键.

28. (2020 秋·金安区校级期中) 电动车厂计划每天平均生产 n 辆电动车(每周工作五天), 而实际产量与计划产量相比有出入, 下表记录了某周五个工作日每天实际产量情况(超过计划产量记为正、少于计划产量记为负):

日期	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
实际生产量	+5	- 1	- 6	+13	- 2

(1) 用含 n 的整式表示本周五天生产电动车的总数;

(2) 该厂实行每日计件工资制, 每生产一辆车可得 200 元, 若超额完成任务, 则超过部分每辆另奖 55 元; 少生产一辆扣 60 元, 当 $n=50$ 时, 那么该厂工人这一周的工资总额是多少元?

(3) 若将上面第(2)问中“实行每日计件工资制”改为“实行每周计件工资制”, 其他条件不变, 当 $n=50$ 时, 在此方式下这一周工人的工资总额与按日计件的工资哪一个更多? 请说明理由.

【分析】(1) 根据正负数的意义分别表示出 5 天的生产电动车的数量, 再求和即可;

(2) 5 天的生产电动车的总数 $\times 200$ 元 + 超出部分的奖励 - 罚款可得工人这一周的工资总额;

(3) 计算出一周的工资, 然后与(2)中数据进行比较即可.

【解答】解: (1) $n+5+n-1+n-6+n+13+n-2=5n+9$;

(2) 当 $n=50$ 时, $5n+9=5 \times 50+9=259$,

$200 \times 259 + 55(5+13) + 60(-1-6-2) = 52250$,

所以该厂工人这一周的工资总额是 52250 元.

(3) $5+(-1)+(-6)+13+(-2)=9$,

$259 \times 200 + 9 \times 55 = 52295$,

$\because 52250 < 52295$,

$\therefore$ 每周计件工资制一周工人的工资总额更多.

【点评】此题主要考查了由实际问题列代数式, 关键是正确理解题意, 掌握每日计件工资制的计算方法.

一十. 规律型: 数字的变化类(共 5 小题)

29. (2020 秋·田家庵区期中) 观察以下一系列等式:

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/198106036063006075>