4.2.2 等差数列的前 n 项和（精练）

题组1 等差数列基本量的计算

1．（2022·四川省）等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_3=6$，$a_4=8$，则公差为（　）

A．-1　　B．2　　C．3　　D．-2

2.（2022·六盘山）《算法统宗》是我国中国古代数学名著，由明代数学家程大位编著，它对中国民间普及珠算和数学知识起到了很大的作用.在这部著作中，许多数学问题都是以歌诀形式呈现的，如“九儿问甲歌”就是其中一首：一个公公九个儿，若问生年总不知，自长排来差三岁，共年二百又零七，借问长儿多少岁，各儿岁数要详推.在这个问题中，记这位公公的第n个儿子的年龄为a_n，则$a_3=$（　　）

A．14　　B．18　　C．29　　D．32

3．（2022·江苏·高二课时练习）在等差数列$\{a_n\}$中，

(1)已知$a_3=16$，$S_{20}=20$，求S_{10}；

(2)已知$a_3+a_7=37$，求S_9；

(3)已知$a_1=1$，$S_4=S_9$，求S_n；

(4)已知$a_1=1$，$d=2$，$S_{n+2}-S_n=24$，求n.

4．（2022·江苏·高二课时练习）设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n.

(1)已知$a_1=1$，公差$d=2$，$n=15$，求a_n和S_n；

(2)已知$a_1=-13$，公差$d=2$，$a_n=7$，求n和S_n；

(3)已知$a_1=8$，$n=5$，$a_n=\frac{1}{2}$，求公差d和S_n；

(4)已知$a_n=2$，$n=12$，$S_n=90$，求a_1和公差d.

题组2 等差数列前 n 项和与中项性质

1．（2022·天津·高二期末）若等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n，T_n，满足$\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n-1}{3n+1}$，则$\frac{a_4}{b_4}=$

_______.

2．（2022·全国·高二课时练习）已知$\{a_n\}$、$\{b_n\}$都是等差数列，S_n为$\{a_n\}$的前n项和，T_n为$\{b_n\}$的前n项和，且$\frac{S_n}{T_n}=\frac{3n+5}{2n-3}$，则$\frac{a_6}{b_6}=$______.

3．（2022·辽宁·东北育才学校高二期中）已知S_n，T_n分别是等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前n项和，且$\frac{S_n}{T_n}=\frac{3n+1}{n+1},\left(n\in N^*\right)$，则$\frac{a_{10}}{b_3+b_{18}}+\frac{a_{11}}{b_6+b_{15}}=$______.

题组3 等差数列前 n 项和性质

1．（2023·全国·高二专题练习）已知等差数列{*an*}的前 *n* 项和为 *S n*，若 S_{10}＝10，S_{20}＝60，则 S_{40} 等于（　）

A．110　　B．150

C．210　　D．280

2．（2022·陕西省丹凤中学高一阶段练习）已知数列$\{a_n\}$是等差数列，$\frac{S_3}{S_6}=\frac{1}{3}$，则$\frac{S_6}{S_{12}}=$（　）

A．$\frac{3}{10}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{8}$　　D．$\frac{1}{9}$

3．（2022·全国·高二课时练习）在等差数列$\{a_n\}$中，若$a_1+a_2+\cdots+a_5=30$，$a_6+a_7+\cdots+a_{10}=80$，则$a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{15}=$（　）．

A．110　　B．120　　C．130　　D．140

4．（2021·安徽滁州·高二阶段练习）已知S_n为等差数列$\{a_n\}$的前 *n* 项和，且$S_7=5$，$S_{14}=20$，则$S_{28}=$（　）．

A．35　　B．50　　C．80　　D．110

5．（2023·全国·高三专题练习）已知 *Sn* 是等差数列{*an*}的前 *n* 项和，若 a_1＝﹣2018，$\frac{S_{2019}}{2019}-\frac{S_{2013}}{2013}=6$，则 S_{2020} 等于（　）

A．﹣4040　　B．﹣2020　　C．2020　　D．4040

6．（2021·重庆巴蜀中学高三阶段练习）在等差数列$\{a_n\}$中，S_n为其前n项和．若$S_{2023}=2023$，且$\frac{S_{2021}}{2021}-\frac{S_{20}}{20}=2001$，则$a_1$等于（　）

A．-2021　　B．-2020　　C．-2019　　D．-2018

7．（2022·广东）已知等差数列$\{a_n\}$共有$2n+1$项，其中奇数项之和为290，偶数项之和为261，则a_{n+1}的值为（　）．

A．30　　　　　B．29　　　　　C．28　　　　　D．27

8．（2021·全国·高二专题练习）已知某等差数列$\{a_n\}$的项数n为奇数，前三项与最后三项这六项之和为78，所有奇数项的和为65，则这个数列的项数n为（　）

A．9　　　　　B．11　　　　　C．13　　　　　D．15

9．（2022·上海市延安中学高二阶段练习）已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_{10}=20$，$S_{30}=90$，则$S_{20}=$____________

10．（2022·辽宁·高二期末）等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=2020$，前n项和为S_n，若$\frac{S_{12}}{12}-\frac{S_{10}}{10}=-2$，则$S_{2022}=$______.

11．（2022·全国·高二）在等差数列$\{an\}$中，$S_{10}=120$，且在这10项中，$\frac{S_{奇}}{S_{偶}}=\frac{11}{13}$，则公差$d=$________.

12．（2022·全国·高二课时练习）已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为377，项数n为奇数，且前n项中，奇数项的和与偶数项的和之比为7:6，则中间项为________.

题组4　等差数列前n项和的最值

1．（2022·湖南·新邵县教研室高二期末）（多选）已知递减的等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$S_5=S_9$，则（　）

A．$a_7>0$　　　　　B．S_7最大　　　　　C．$S_{14}>0$　　　　　D．$S_{13}>0$

2．（2022·全国·高二课时练习）（多选）设Sn是等差数列$\{an\}$的前n项之和，且$S_6<S_7$，$S_7=S_8>S_9$，则下列结论中正确的是（　）

A．$d>0$　　　　　B．$a_8=0$

C．$S_{10}>S_6$　　　　　D．S_7，S_8均为Sn的最大项

3．（2022·四川）已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则（　）

A．若$S_9>S_8$，$S_9>S_{10}$，则$S_{17}>0$，$S_{18}<0$　B．若$S_{17}>0$，$S_{18}<0$，则$S_9>S_8$，$S_9>S_{10}$

C．若$S_{17}>0$，$S_{18}<0$，则$a_{17}>0$，$a_{18}<0$　D．若$a_{17}>0$，$a_{18}<0$，则$S_{17}>0$，$S_{18}<0$

4．（2022·辽宁葫芦岛·高二阶段练习）（多选）已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，公差为d，若$S_{10}<S_9<S_{11}$，则（　）

A．$d>0$　B．$a_1>0$　C．$S_{20}<0$　D．$S_{21}>0$

5．（2022·全国·高二课时练习）（多选）已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，且$S_6>S_7>S_5$，下列说法正确的是（　）

A．$d<0$　B．$S_{12}>0$

C．数列$\{S_n\}$的最大项为S_{11}　D．$|a_6|>|a_7|$

6．（2022·云南·昆明一中高二期末）（多选）在等差数列$\{a_n\}$中，首项$a_1>0$，公差$d\neq 0$，前n项和为$S_n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，则下列命题中正确的有（　）

A．若$S_7>S_8$，则$a_8<0$　B．若$S_7>S_8$，则$S_6>S_7$

C．若$S_3=S_{11}$，则$S_{14}=0$　D．若$S_3=S_{11}$，则S_7是$\{S_n\}$中的最小项

7．（2022·广西·昭平中学高二阶段练习（理））已知等差数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=9-2n$，则其前n项和S_n的最大值为____________.

8．（2022·广东·汕头市潮阳区棉城中学高二期中）已知等差数列$\{an\}$的前n项和为Sn，若$S_{2021}<0$，$S_{2022}>0$，则当Sn最小时，n的值为 __.

题组5　含有绝对值等差数列求和

1．（2022·全国·高三专题练习）已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$n=1,2,3,\cdots$，从条件①、条件②和条件③中选择两个能够确定一个数列的条件，并完成解答．

（条件①：$a_5=5$；　　条件②：$a_{n+1}-a_n=2$；　　条件③：$S_2=-4$.）

选择条件________和__________．

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设数列$\{b_n\}$满足$b_n=|a_n|$，并求数列$\{b_n\}$的前n项的和T_n

2．（2022·辽宁·高二期中）已知在前n项和为S_n的等差数列$\{a_n\}$中，$2a_4-a_2=22$，$S_3=102$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)求数列$\{|a_n|\}$的前20项和T_{20}.

3．（2022·四川省）已知数列$\{an\}$是等差数列，公差为d，Sn为数列$\{an\}$的前n项和，$a_1+a_7=-2$，$S_3=15$.

(1)求数列{*an*}的通项公式 *an*;

(2)求数列{|*an*|}的前 *n* 项和 *Tn.*

4．（2022·广东·测试·编辑教研五高二阶段练习）等差数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n．已知$a_1=10$，a_2为整数，且$S_n\le S_4$.

(1)求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式;

(2)若$b_n=\left|a_n\right|$，设数列$\left\{b_n\right\}$的前n项和为T_n，求T_{20}的值.

5．（2021·湖北·石首市第一中学高二阶段练习）记S_n为等差数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和，已知$S_9=-a_5\cdot a_3=4$.

(1)求$\left\{a_n\right\}$的通项公式.

(2)记 $T_n=|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$，求 T_n.

6．（2022·福建省漳州第一中学高三阶段练习）已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，且 $a_2+a_8=0$， $\log_2 a_6=1$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n；

(2)求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 n 项和 T_n.

7．（2022·宁夏·银川一中高三阶段练习（理））已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=\dfrac{23}{25}$，$a_n=2-\dfrac{1}{a_{n-1}}$（$n\geq 2$，$n\in \mathrm{N}^*$），数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\dfrac{1}{a_n-1}\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$.

(1)证明 $\{b_n\}$ 是等差数列，并求 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2)求$|b_1|+|b_2|+|b_3|+\cdots+|b_n|$；

(3)求数列$\{a_n\}$中的最大项和最小项，并说明理由．

8．（2022·江苏省镇江中学高二开学考试）已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=\dfrac{23}{25}, a_n=2-\dfrac{1}{a_{n-1}}\left(n\geq 2, n\in \mathrm{N}^*\right)$，数列$\{b_n\}$满足：$b_n=\dfrac{1}{a_n-1}\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$．

(1)求证：数列$\{b_n\}$是等差数列，并求数列$\{b_n\}$的通项公式；

(2)求$|b_1|+|b_2|+\cdots+|b_{20}|$的值；

(3)求数列$\{a_n\}$中的最大项和最小项，并说明理由．

4.2.2 等差数列的前 n 项和（精练）

题组1 等差数列基本量的计算

1．（2022·四川省）等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_3=6$，$a_4=8$，则公差为（　）

A．-1　　B．2　　C．3　　D．-2

答案：C

【解析】设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，由题意可得：$\begin{cases}S_3=3a_1+3d=6\\a_4=a_1+3d=8\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a_1=-1\\d=3\end{cases}$.故公差为 3.

故选：C

2.（2022·六盘山）《算法统宗》是我国中国古代数学名著，由明代数学家程大位编著，它对中国民间普及珠算和数学知识起到了很大的作用.在这部著作中，许多数学问题都是以歌诀形式呈现的，如“九儿问甲歌”就是其中一首：一个公公九个儿，若问生年总不知，自长排来差三岁，共年二百又零七，借问长儿多少岁，各儿岁数要详推.在这个问题中，记这位公公的第n个儿子的年龄为a_n，则$a_3=$（　　）

A．14　　B．18　　C．29　　D．32

答案：C

【解析】由题意，数列$\{a_n\}$是以-3为公差的等差数列，

因为$S_9=9a_1+\dfrac{9\times 8}{2}\times(-3)=207$，解得$a_1=35$，

所以$a_3=a_1+(3-1)\times(-3)=29$.

故选：C.

3．（2022·江苏·高二课时练习）在等差数列$\{a_n\}$中，

(1)已知$a_3=16$，$S_{20}=20$，求S_{10}；

(2)已知$a_3+a_7=37$，求S_9；

(3)已知$a_1=1$，$S_4=S_9$，求S_n；

(4)已知$a_1=1$，$d=2$，$S_{n+2}-S_n=24$，求n.

答案：(1)110；(2)$\dfrac{333}{2}$；(3)$\dfrac{13n-n^2}{12}$；(4)5.

【解析】(1)设公差为 d，则$\begin{cases}a_3=a_1+2d=16\\S_{20}=20a_1+190d=20\end{cases}$，解得$\begin{cases}a_1=20\\d=-2\end{cases}$，

所以$S_{10}=10a_1+45d=200-90=110$.

(2)由 $S_9=\dfrac{9(a_1+a_9)}{2}$，而 $a_1+a_9=a_3+a_7=37$，所以 $S_9=\dfrac{9\times 37}{2}=\dfrac{333}{2}$.

(3)由题设，$\dfrac{4(a_1+a_4)}{2}=\dfrac{9(a_1+a_9)}{2}$，而 $a_1=1$，则 $4a_4=5+9a_9$，若公差为 d，

则 $4+12d=5+9+72d$，可得 $d=-\dfrac{1}{6}$，

所以 $S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d=n-\dfrac{n(n-1)}{12}=\dfrac{13n-n^2}{12}$.

(4)由 $S_{n+2}-S_n=a_{n+1}+a_{n+2}=24$，又 $a_1=1$，$d=2$，

所以 $2a_1+(2n+1)d=4n+4=24$，可得 $n=5$.

4．（2022·江苏·高二课时练习）设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n.

(1)已知 $a_1=1$，公差 $d=2$，$n=15$，求 a_n 和 S_n；

(2)已知 $a_1=-13$，公差 $d=2$，$a_n=7$，求 n 和 S_n；

(3)已知 $a_1=8$，$n=5$，$a_n=\dfrac{1}{2}$，求公差 d 和 S_n；

(4)已知 $a_n=2$，$n=12$，$S_n=90$，求 a_1 和公差 d.

答案：(1) $a_n=a_{15}=29$，$S_n=S_{15}=225$

(2) $n=11$，$S_n=S_{11}=-33$

(3) $d=-\dfrac{15}{8}$，$S_n=S_5=\dfrac{85}{4}$

(4) $a_1=13, d=-1$

【解析】(1)等差数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1=1$，公差 $d=2$，$n=15$，

$a_n=a_{15}=1+2\times(15-1)=29$，$S_n=S_{15}=\dfrac{15\times(1+29)}{2}=225$；

(2)等差数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1=-13$，$d=2$，

由 $-13+2(n-1)=7$，可得 $n=11$，$S_n=S_{11}=\dfrac{11\times(-13+7)}{2}=-33$

(3)等差数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1=8$，$n=5$，

由 $\dfrac{1}{2}=8+(5-1)d$，可得 $d=-\dfrac{15}{8}$，$S_n=S_5=\dfrac{5\times(8+\frac{1}{2})}{2}=\dfrac{85}{4}$

(4)等差数列 $\{a_n\}$ 中 $a_n=2$，$n=12$，$S_n=90$，

由 $\begin{cases}2=a_1+11d\\90=12a_1+66d\end{cases}$，可得 $\begin{cases}a_1=13\\d=-1\end{cases}$