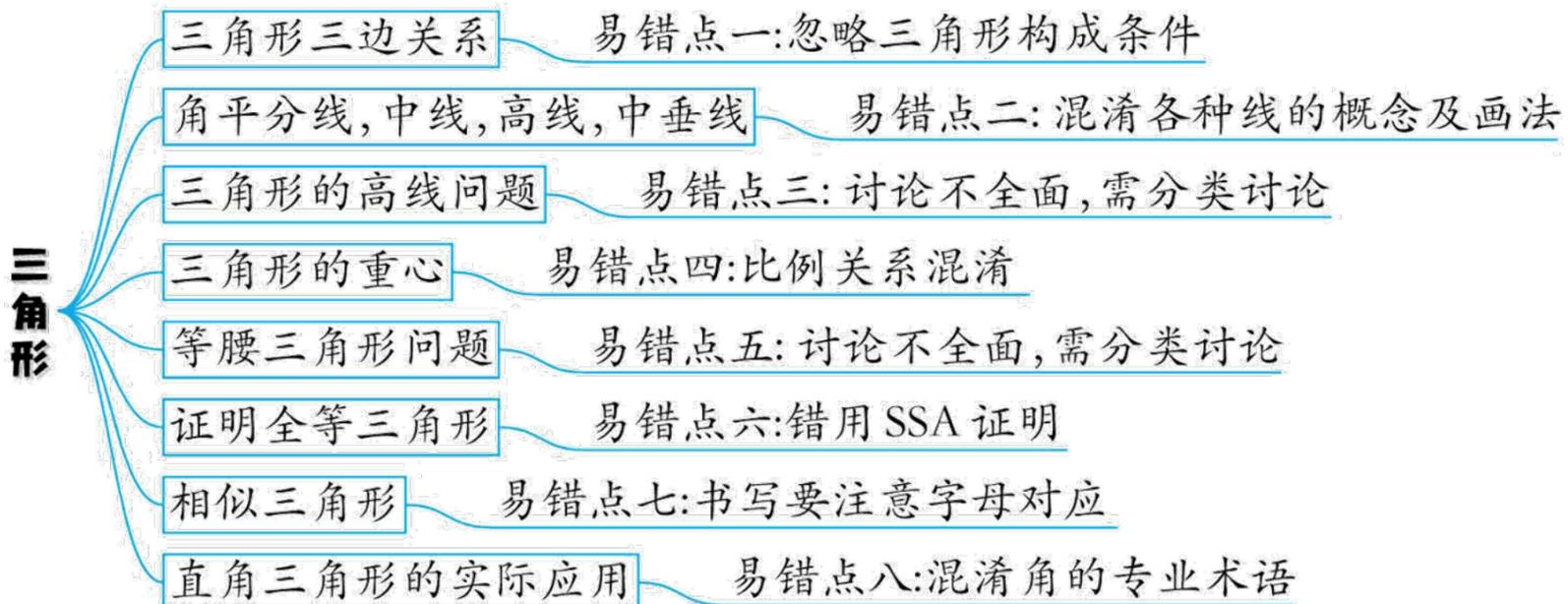


易错 04 三角形

易错集合



易错点一: 忽略三角形构成条件

易错陷阱

三角形的三边关系: 三角形两边的和大于第三边, 两边的差小于第三边.

易错提醒: 在解题时, 要根据三角形存在的条件, 验证求得的解, 否则容易造成多解.

举一反三

例 1. 一个三角形的三边长都是整数, 它的周长为 12, 则这个三角形的形状是 ()

- A. 直角三角形 B. 等边三角形 C. 等腰三角形 D. 以上三种情况都有可能

易错警示: 三角形三边之间的不等关系, 注意其中的“任何两边”。求最短距离的方法。

例 2. 已知等腰 $\triangle ABC$ 的底边长为 5. 其腰长恰好是方程 $x^2 - 2m + 1x + 6m - 2 = 0$ 的根, 则 m 的值是 ()

- A. 2 B. 4 C. 1 D. 3

变式 1. 若菱形 $ABCD$ 的一条对角线长为 8, 边 AB 的长为方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 的一个根, 则菱形 $ABCD$ 的周长为 ()

- A. 24 B. 12 C. 20 D. 12 或 20

变式 2. 定义: 一个三角形的一边长是另一边长的 3 倍, 这样的三角形叫做“3 倍长三角形”. 若等腰 $\triangle ABC$

是“倍长三角形”，底边BC的长为3，则等腰 $\triangle ABC$ 的周长为_____.

变式3. 等腰三角形的两边长为a, 8, 当a每取一个值时, 该等腰三角形都只有一个, a的取值范围是_____.

变式4. 已知关于x的方程, $x^2 - k + 2x + 2k = 0$.

(1)求证: 无论k为任意实数值方程, 总有实数根;

(2)若等腰三角形ABC的一边 $a = 1$, 另两边b、c恰是这个方程的两个根, 求三角形ABC的周长.



1. 等腰三角形ABC中, 底边 $BC = 10$, 且 $|AB - BC| = 3$, 则 $AB =$ _____.

2. 已知, a、b是等腰三角形的两边, 且 $\sqrt{a-3} + (b-6)^2 = 0$, 则这个三角形周长是_____.

3. 等腰三角形ABC的周长为7cm, $AB = 3\text{cm}$, 则BC的长为_____.

4. 如果 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 且 $|AB - 4| + |9 - AC| = 0$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为().

A. 13 B. 17 C. 17或22 D. 22

5. 已知a、b、c是 $\triangle ABC$ 的三边, 且 $c^2 + ab - b^2 - ac = 0$, 则 $\triangle ABC$ 一定是()

A. 直角三角形 B. 等边三角形
C. 等腰三角形 D. 等腰直角三角形

6. 已知三角形中两边边长值分别是 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 的两根, 设其剩下的边边长值为m, 则m的取值范围是_____.

7. 一个等腰三角形的周长为30cm.

(1)已知腰长是底边长的2倍, 求各边的长;

(2)已知其中一边的长为7cm. 求其它两边的长.

易错点二: 混淆各种线的概念及画法



三角形的中线: 在三角形中, 连接一个顶点和它对边的中点的线段;

三角形的角平分线: 三角形的一个角的平分线与这个角的对边相交, 这个角的顶点和交点间的线段;

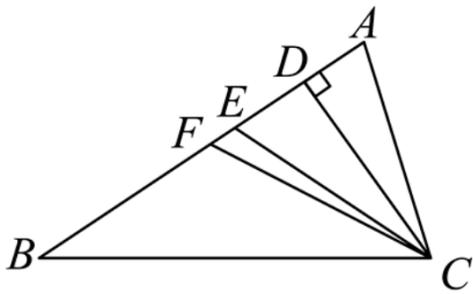
三角形的高线: 从三角形一个顶点向它的对边做垂线, 顶点和垂足之间的线段

垂直平分线(中垂线): 经过某一条线段的中点, 并且垂直于这条线段的直线

易错提醒：一是要对各种线的概念进行熟记；二是能够根据题意画出规范图形

举一反三

例 3. 如图， CD ， CE ， CF 分别是 $\triangle ABC$ 的高、角平分线、中线，则下列结论错误的是（ ）



A. $S_{\triangle ACF} = S_{\triangle BCF}$

B. $\angle ACE = \frac{1}{2} \angle ACB$

C. $AB = 2BE$

D. $CD \perp BE$

易错警示：注意三角形的概念以及三角形的角平分线，中线，高线的特征与区别。

例 4. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，已知 $\angle C = 90^\circ$ ，有一点 D 同时满足以下三个条件：①在直角边 BC 上；②在 $\angle CAB$ 的角平分线上；③在直角边 AB 的垂直平分线上，则 $\angle B$ 等于（ ）

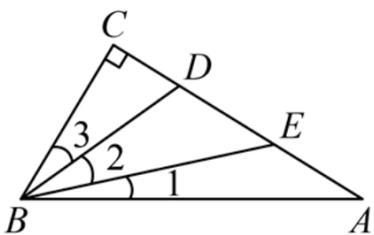
A. 15°

B. 30°

C. 45°

D. 60°

变式 1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， D ， E 是 AC 上两点，且 $AE = DE$ ， BD 平分 $\angle EBC$ ，那么下列说法中不正确的是（ ）



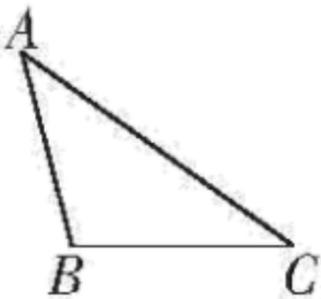
A. BE 是 $\triangle ABD$ 的中线

B. BD 是 $\triangle BCE$ 的角平分线

C. $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$

D. BC 是 $\triangle BDE$ 的高

变式 2. 如图，已知 $\triangle ABC$ ，按下列要求画图：

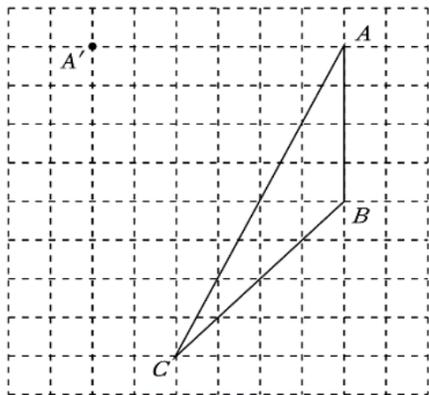


(1) 画出 $\angle ABC$ 的平分线，并指出相等的角；

(2) 画出 BC 边上的中线，并指出相等的线段；

(3)画出 BC 边上的高，并指出图中所有的直角三角形.

变式 3. 如图，在长度为 1 个单位长度的小正方形网格中， $\triangle ABC$ 的三个顶点均在格点上. 将 $\triangle ABC$ 经过一次对称后得到 $\triangle A'B'C'$ ，图中标出了点 A 的对应点 A' .



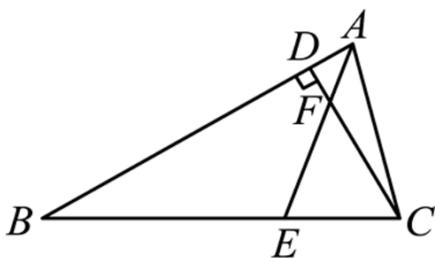
(1)补全 $\triangle A'B'C'$;

(2)画出 AC 边上的中线 BD ;

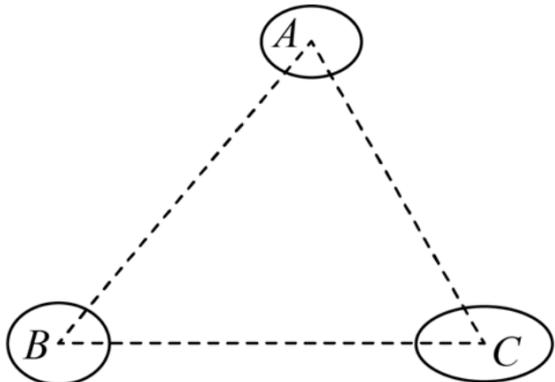
(3)画出 AC 边上的高线 BE ;

(4)求 $\triangle ABC$ 的面积.

变式 4. 如图所示，AE 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，CD 为 $\triangle ABC$ 的高，若 $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle ACB = 75^\circ$ ，求 $\angle AFC$ 的度数.



1. 如图，A、B、C 分别为某经济开发区中的三地，每两地之间都修建了一条笔直的公路，现在要在 A、B、C 三地之间建一个加油站，要求加油站到三条公路的距离相等，则加油站应建在 ().



A. AC、BC 两边高线的交点处

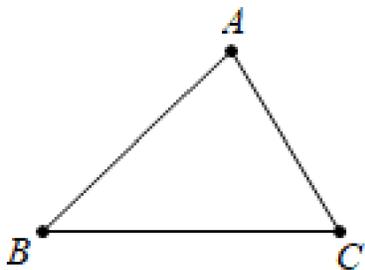
B. $\angle A$ 、 $\angle B$ 两内角平分线的交点处

C. AC、BC 两边中线的交点处

D. AC、BC 两边垂直平分线的交点处

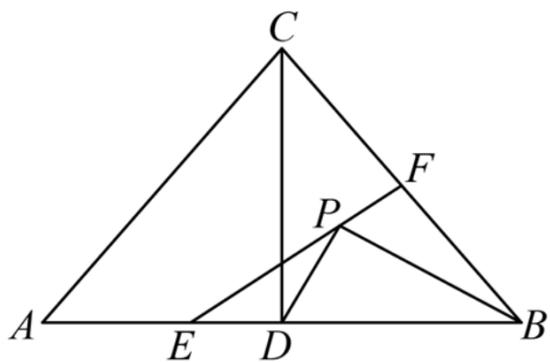
2. 如图，三条公路把 A、B、C 三个村庄连成一个三角形区域，某地区决定在这个三角形区域内修建一个

集贸市场，使集贸市场到三条公路的距离相等，则这个集贸市场应建在（ ）



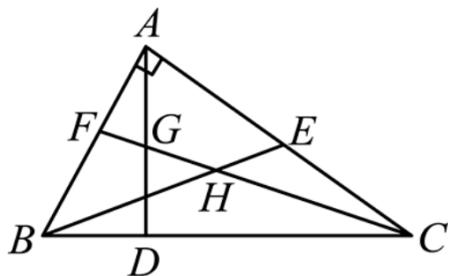
- A. 在 AC、BC 两边高线的交点处 B. 在 $\angle A$ 、 $\angle B$ 两内角平分线的交点处
 C. 在 AC、BC 两边中线的交点处 D. 在 AC、BC 两边垂直平分线的交点处

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $AB = 6$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 12， $CD \perp AB$ 于点 D，直线 EF 垂直平分 BC 交 AB 于点 E，交 BC 于点 F，P 是线段 EF 上的一个动点，则 $\triangle PBD$ 的周长的最小值是（ ）



- A. 6 B. 7 C. 10 D. 12

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 6$ ， $AC = 8$ ， $BC = 10$ ，AD 是高，BE 是中线，CF 是角平分线，CF 交 AD 于点 G，交 BE 于点 H，下面结论：① $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BCE}$ 的面积；② $\angle AFG = \angle AGF$ ；③ $\angle FAG = 2\angle ACF$ ；④ $AD = 2.4$ 其中正确结论的序号是_____。



5. 如图，是由小正方形组成的 6×6 网格，每个小正方形的顶点叫做格点， $\triangle ABC$ 的三个顶点都是格点，仅用无刻度直尺在给定网格中完成画图。（画图过程用虚线表示，画图结果用实线表示）。

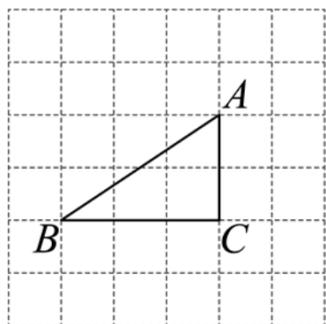


图1

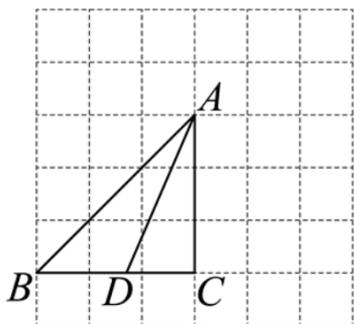
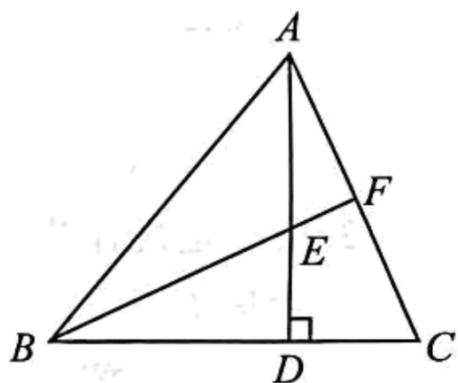


图2

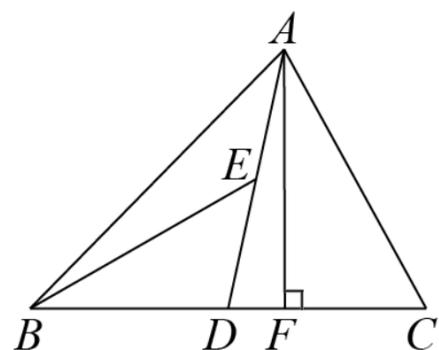
(1)如图1, 请画出 $\triangle ABC$ 的高 CD 和中线 AE ;

(2)如图2, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 请画出 $\triangle ABC$ 的角平分线 BE , 并在射线 BE 上画点 F , 使 $BE = 2AF$.

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的高, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , 交 AC 于点 F . 若 $\angle DAC = 24^\circ$, $\angle ABC = 50^\circ$, 求 $\angle AFB$ 的度数.



7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD , AF 分别为 $\triangle ABC$ 的中线和高, BE 为 $\triangle ABD$ 的角平分线.



(1)若 $\angle BED = 60^\circ$, $\angle BAD = 40^\circ$, 求 $\angle BAF$ 的大小.

(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为40, $BD = 5$, 求 AF 的长.

易错点三: 讨论不全面, 需分类讨论

易错陷阱

易错提醒: 不同的三角形, 高的位置也不同, 所以要分类讨论, 可以按照锐角三角形、直角三角形和钝角三角形三种情况讨论, 以免漏解.

举一反三

例5. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 40° , 则这个等腰三角形的顶角度数为 ()

- A. 40° B. 50° C. 130° D. 50° 或 130°

例6. 若等腰三角形腰上的高是腰长的一半, 则这个等腰三角形的底角是 ()

- A. 75° 或 15° B. 75° C. 15° D. 75° 和 30°

变式1. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 50^\circ$, 高 BD 和高 CE 所在的直线交于 P 点, 则 $\angle BPC$ 的度数为_____.

变式 2. 在 $\triangle ABC$ 中, BD 是 AC 边上的高, $\angle ABD = 30^\circ$, 求 $\angle BAC$ 的度数.

变式 3. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 13$, $AC = 15$, 高 $AD = 12$, 则 BC 的长是 ()

- A. 14 B. 4 C. 14 或 4 D. 14 或 6

变式 4. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为边 BC 上的高, $\angle ABC = 50^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$, 则 $\angle BAC$ 的度数是__度.

易错题通关

1. 已知等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 35° , 那么这个等腰三角形的顶角等于 ()
A. 55° 或 125° B. 55° C. 125° D. 35° 或 55°
2. 若等腰三角形一腰上的高与另一个腰的夹角为 60° 则这个等腰三角形的底角是 ()
A. 75° 或 15° B. 75° C. 15° D. 75° 或 30°
3. 直角三角形的两边分别为 2 和 3, 则斜边上的高为
4. 已知等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 50° , 则这个等腰三角形的顶角度数为 __; 已知等腰三角形一腰上的中线把三角形周长分为 12cm 和 15cm 两部分, 则这个等腰三角形的底边 BC 的长为__.
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 BC 边上的高 $AD = 8\text{cm}$, $BD = 15\text{cm}$, $CD = 6\text{cm}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为__.
6. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 20cm^2 , AD 为 BC 边上的高, 且 $AD = 8\text{cm}$, $CD = 2\text{cm}$, 求 BD 的长度.

易错点四：比例关系混淆

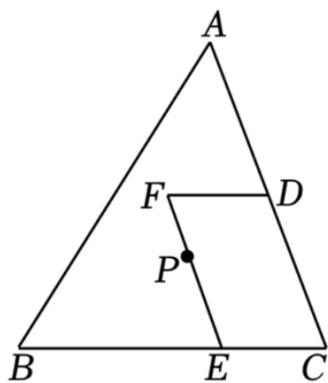
易错陷阱

三角形的重心：三角形三条边中线的交点，重心到顶点的距离是它到对边中点的距离的 2 倍。

易错提醒：比例关系要记熟，线段位置容易写相反导致比例出错

举一反三

- 例 7. 如图, 点 P 是 $\triangle ABC$ 的重心, 点 D 是边 AC 的中点, $PE \parallel AC$ 交 BC 于点 E , $DF \parallel BC$ 交 EP 于点 F . 若四边形 $CDFE$ 的面积为 6, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



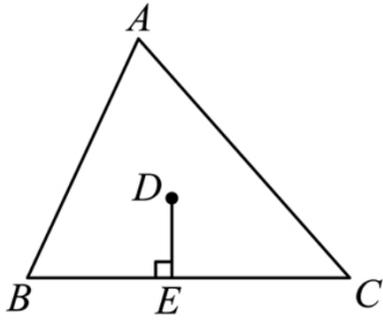
A. 12

B. 14

C. 18

D. 24

例8. 如图, 点D是 $\triangle ABC$ 的重心, $DE \perp BC$, $BC = 4$, $DE = 1$, $\triangle ABC$ 的面积为()



A. 4

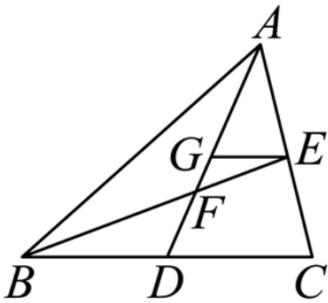
B. 6

C. 8

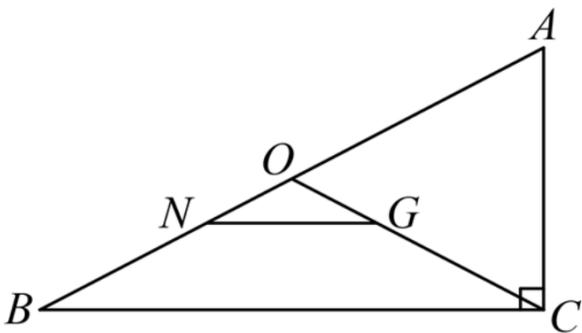
D. 12

变式1. 已知点G是等腰直角三角形ABC的重心, $AC = BC = 2$, 则AG的长为_____.

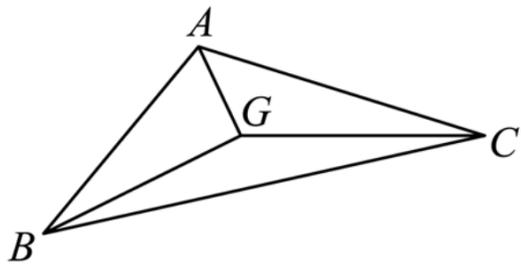
变式2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 中线AD, BE相交于点F. $EG \parallel BC$, 交AD于点G, 则AG与GF的比为_____.



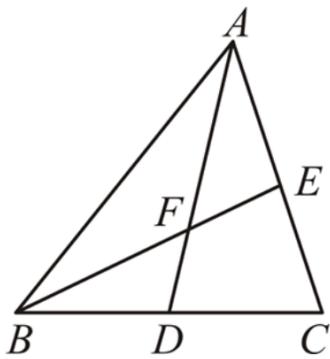
变式3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 6$, CO是边AB上的中线, G为 $\triangle ABC$ 的重心, 过点G作GN \parallel BC交AB于点N, 那么 $\triangle OGN$ 的面积是_____.



变式4. 如图, G是 $\triangle ABC$ 的重心, 且 $AG = 5$, $BG = 12$, $CG = 13$, 求 $\triangle ABC$ 中AB边上的高.



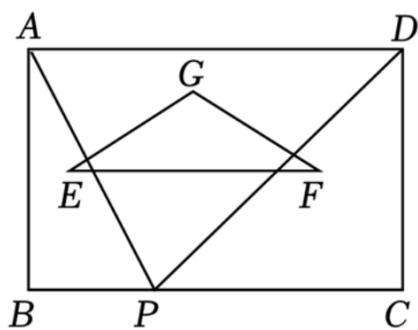
1. 如图, F是 $\triangle ABC$ 的重心, 连接AF并延长交BC于D, 连接BF并延长交AC于E. 若 $\triangle ABF$ 的面积是4, 则四边形CDFE的面积是()



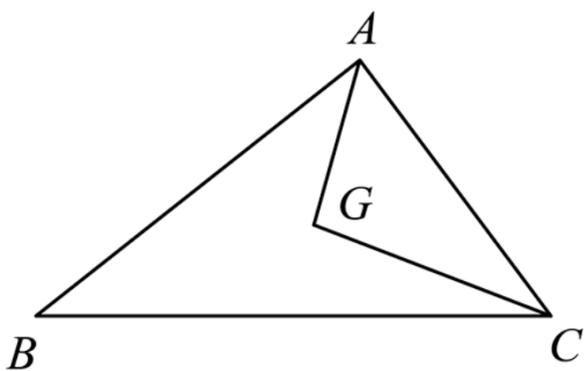
- A. 2 B. 5 C. 3 D. 4

2. 点G 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的重心, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $CG = 2$, 那么 AB 的长是___.

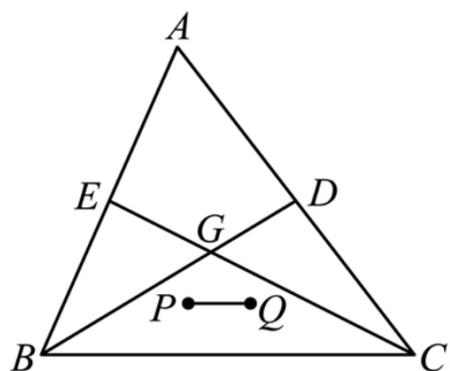
3. 如图, 点 P 是矩形 ABCD 边 BC 上的任意一点 (不包括点 B, C), 点 E, F, G 分别是 $\triangle PBA, \triangle PCD, \triangle PAD$ 的重心, 若矩形 ABCD 的面积是 8, 则 $\triangle EFG$ 的面积是_____.



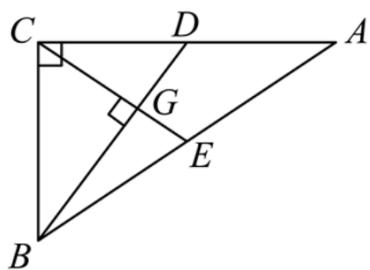
4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 联结 GA、GC, 如果 $AC = 3, AG = \frac{5}{3}$, 那么 $\angle GCA$ 的余切值为_____.



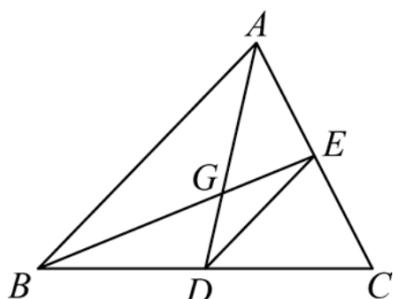
5. 如图, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 延长 BG 交 AC 于点 D, 延长 CG 交 AB 于点 E, P, Q 分别是 $\triangle BCE$ 和 $\triangle BCD$ 的重心, BC 长为 $12\sqrt{3}$, 则 PQ 的长为_____.



6. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 中线 BD、CE 交于 G 点, $\angle BGC = 90^\circ, CG = 2$, 则 $BC =$ _____.



7. 如图, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, $S_{\triangle DEG} = 2$, 求 $S_{\triangle ABC}$ 的值.



易错点五：讨论不全面，需分类讨论



易错提醒：在等腰三角形中，涉及到腰上的垂直平分线、中线，某边是底边还是腰等问题时，易错点在于忘记分情况讨论，导致漏解



例 9. 已知等腰 $\triangle ABC$ ， $AB = AC$ ，若 AB 边上的垂直平分线与直线 AC 所夹的锐角为 50° ，则等腰 $\triangle ABC$ 顶角的度数为（ ）

- A. 65° B. 65° 或 25° C. 50° D. 40° 或 140°

易错警示：等腰（等边）三角形的定义以及等腰（等边）三角形的判定与性质，运用等腰（等边）三角形的判定与性质解决有关计算与证明问题，需注意分类讨论思想的渗入。

例 10. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角是 50° ，则这个等腰三角形的底角为（ ）

- A. 70° B. 20° C. 70° 或 20° D. 40° 或 140°

变式 1. 已知等腰三角形一腰上的垂直平分线与另一腰所在直线的夹角是 50° ，则底角的度数为 _____.

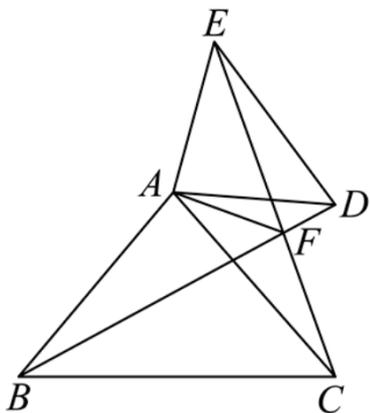
变式 2. 已知等腰三角形一腰的垂直平分线与另一腰所在直线的夹角为 40° ，求此等腰三角形的顶角的度数.

变式 3. 在等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ ，一腰上的中线 BD 将这个等腰三角形的周长分成 12 和 6 两部分（中线 BD 将 $\triangle ABC$ 的周长分成 $AB + AD$ 和 $BC + CD$ 两部分，（注意不是 $AB + AD + BD$ 和 $BC + CD + BD$ 两部分），由于没有指明哪部分为 12，哪部分为 6，故应分两种情况讨论），求这个等腰三角形的腰长及底边长.

变式 4. 若等腰三角形的一个角为 80° ，则它的另外两个角的度数分别为_____.

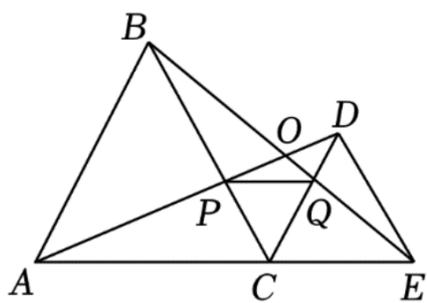
易 错 题 通 关

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE = 80^\circ$ ，连接 BD ， CE 相交于点 F ，连接 AF 。下列结论：① $BD = CE$ ；② $\angle DFE = 80^\circ$ ；③ $\triangle ABF \cong \triangle FCA$ ；④ $\angle AFB = 50^\circ$ 。其中正确的结论个数为（ ）



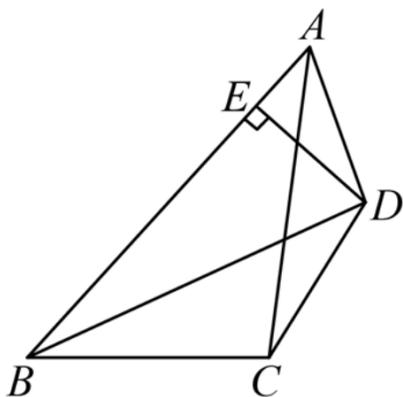
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 如图， C 为线段 AE 上任意一点（不与点 A ， E 重合），在 AE 同侧分别作等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle CDE$ ， AD 与 BE 交于点 O ， AD 与 BC 交于点 P ， BE 与 CD 交于点 Q ，连结 PQ 。以下五个结论：① $AD = BE$ ；② $PQ \parallel AE$ ；③ $OP = OQ$ ；④ $\triangle PCQ$ 为等边三角形；⑤ $\angle AOB = 60^\circ$ 。其中正确的有（ ）



- A. ①②③④ B. ①②④⑤ C. ①②③⑤ D. ①③④⑤

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BD 平分 $\angle ABC$ ， $DA = DC$ ， $DE \perp AB$ 于点 E ，若 $BC = 5$ ， $AE = 2$ ， $DE = 3$ ，则四边形 $ABCD$ 的面积是_____。



4. 如图， $AB = AE$ ， $BC = ED$ ， $\angle B = \angle E$ 。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/205143104142012004>