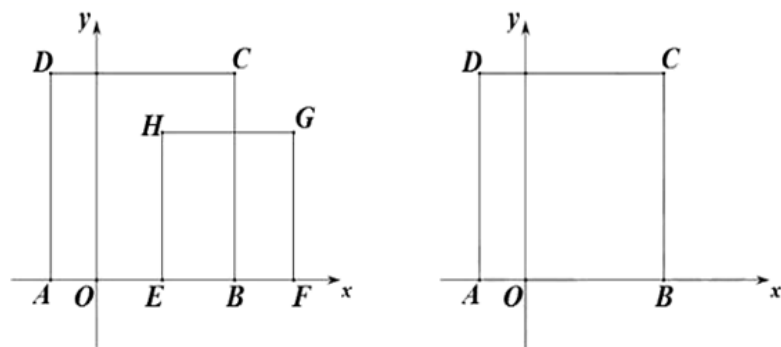


一、解答题

1. 在平面直角坐标系 xOy 中, 如图正方形 $ABCD$ 的顶点 A, B 坐标分别为 $A(-1,0), B(3,0)$, 点 E, F 坐标分别为 $E(m,0), F(3m,0)$, 且 $-1 < m \leq 2$, 以 EF 为边作正方形 $EFGH$. 设正方形 $EFGH$ 与正方形 $ABCD$ 重叠部分面积为 S .



- (1) ①当点 F 与点 B 重合时, m 的值为____; ②当点 F 与点 A 重合时, m 的值为____.
- (2) 请用含 m 的式子表示 S , 并直接写出 m 的取值范围.

2. 如图1, $AB \parallel CD$, 点 E, F 分别在 AB, CD 上, 点 O 在直线 AB, CD 之间, 且 $\angle EOF = 100^\circ$.

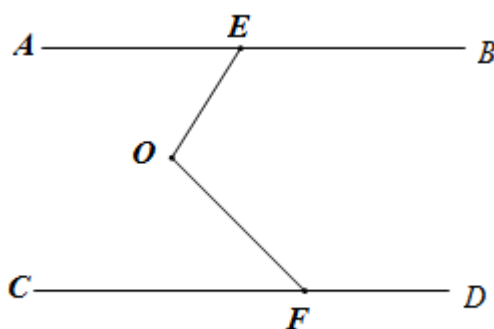


图1

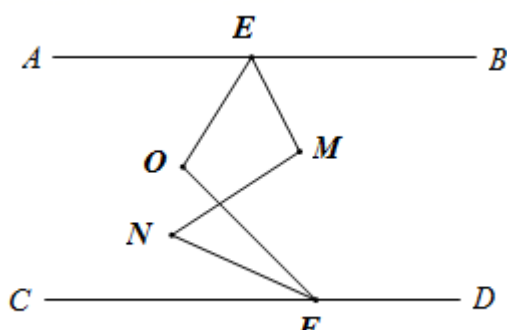


图2

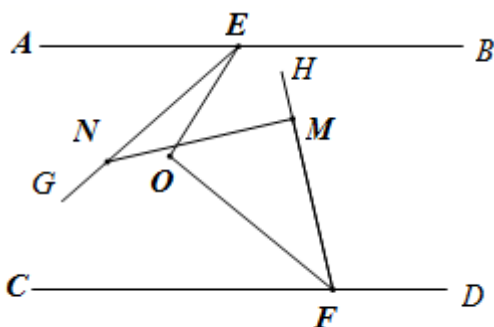


图3

- (1) 求 $\angle BEO + \angle OFD$ 的值;
- (2) 如图2, 直线 MN 分别交 $\angle BEO, \angle OFC$ 的角平分线于点 M, N , 直接写出 $\angle EMN - \angle FNM$ 的值;
- (3) 如图3, EG 在 $\angle AEO$ 内, $\angle AEG = m\angle OEG$; FH 在 $\angle DFO$ 内, $\angle DFH = m\angle OFH$

，直线 MN 分别交 EG 、 FH 分别于点 M 、 N ，且 $\angle FMN - \angle ENM = 50^\circ$ ，直接写出 m 的值。

3. 已知 $AB \parallel CD$ ，线段 EF 分别与 AB 、 CD 相交于点 E 、 F 。

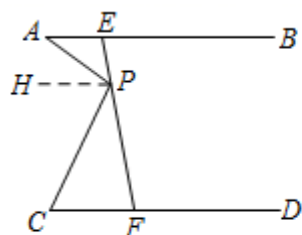


图1

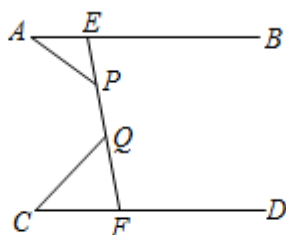


图2

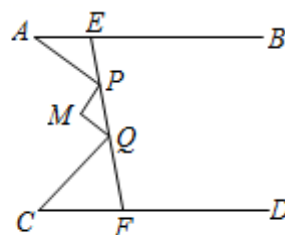


图3

(1) 请在横线上填上合适的内容，完成下面的解答：

如图1，当点 P 在线段 EF 上时，已知 $\angle A = 35^\circ$ ， $\angle C = 62^\circ$ ，求 $\angle APC$ 的度数；

解：过点 P 作直线 $PH \parallel AB$ ，

所以 $\angle A = \angle APH$ ，依据是_____；

因为 $AB \parallel CD$ ， $PH \parallel AB$ ，

所以 $PH \parallel CD$ ，依据是_____；

所以 $\angle C =$ (_____)，

所以 $\angle APC =$ (_____) + (_____) = $\angle A + \angle C = 97^\circ$ 。

(2) 当点 P 、 Q 在线段 EF 上移动时（不包括 E 、 F 两点）：

①如图2， $\angle APQ + \angle PQC = \angle A + \angle C + 180^\circ$ 成立吗？请说明理由；

②如图3， $\angle APM = 2\angle MPQ$ ， $\angle CQM = 2\angle MQP$ ， $\angle M + \angle MPQ + \angle PQM = 180^\circ$ ，请直接写出 $\angle M$ ， $\angle A$ 与 $\angle C$ 的数量关系。

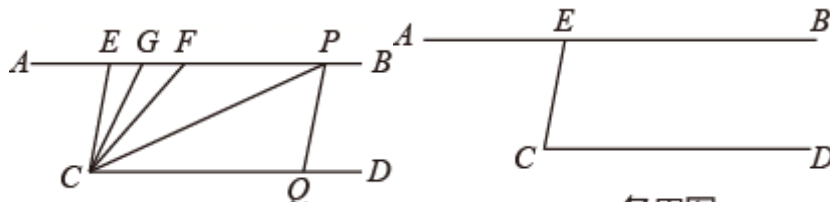
4. 如图，已知直线 $AB \parallel$ 射线 CD ， $\angle CEB = 110^\circ$ 。 P 是射线 EB 上一动点，过点 P 作 $PQ \parallel EC$ 交射线 CD 于点 Q ，连接 CP 。作 $\angle PCF = \angle PCQ$ ，交直线 AB 于点 F ， CG 平分 $\angle ECF$ 。

(1) 若点 P 、 F 、 G 都在点 E 的右侧。

①求 $\angle PCG$ 的度数；

②若 $\angle EGC - \angle ECG = 30^\circ$ ，求 $\angle CPQ$ 的度数。（不能使用“三角形的内角和是 180° ”直接解题）

(2) 在点 P 的运动过程中，是否存在这样的情形，使 $\angle EGC : \angle EFC = 3 : 2$ ？若存在，直接写出 $\angle CPQ$ 的度数；若不存在，请说明理由。



备用图

5. 已知：直线 $AB \parallel CD$ ， M 、 N 分别在直线 AB 、 CD 上， H 为平面内一点，连 HM 、 HN 。

(1) 如图1，延长 HN 至 G ， $\angle BMH$ 和 $\angle GND$ 的角平分线相交于点 E 。求证： $2\angle MEN - \angle MHN = 180^\circ$ ；

(2) 如图2, $\angle BMH$ 和 $\angle HND$ 的角平分线相交于点E.

①请直接写出 $\angle MEN$ 与 $\angle MHN$ 的数量关系: _____;

②作MP平分 $\angle AMH$, $NQ \parallel MP$ 交ME的延长线于点Q, 若 $\angle H = 140^\circ$, 求 $\angle ENQ$ 的度数. (可直接运用①中的结论)

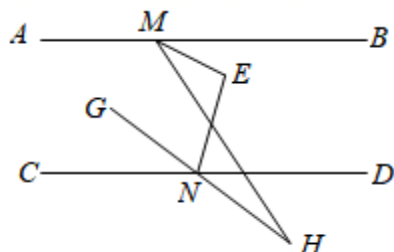


图1

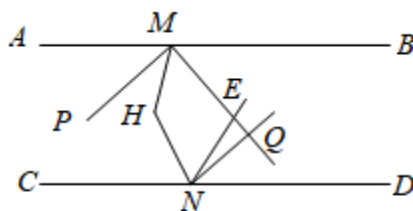


图2

6. 已知, $AB \parallel CD$. 点M在AB上, 点N在CD上.

(1) 如图1中, $\angle BME$ 、 $\angle E$ 、 $\angle END$ 的数量关系为: _____; (不需要证明)

如图2中, $\angle BMF$ 、 $\angle F$ 、 $\angle FND$ 的数量关系为: _____; (不需要证明)

(2) 如图3中, NE平分 $\angle FND$, MB平分 $\angle FME$, 且 $2\angle E + \angle F = 180^\circ$, 求 $\angle FME$ 的度数;

(3) 如图4中, $\angle BME = 60^\circ$, EF平分 $\angle MEN$, NP平分 $\angle END$, 且 $EQ \parallel NP$, 则 $\angle FEQ$ 的大小是否发生变化, 若变化, 请说明理由, 若不变化, 求出 $\angle FEQ$ 的度数.

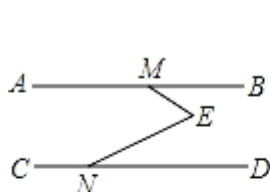


图1

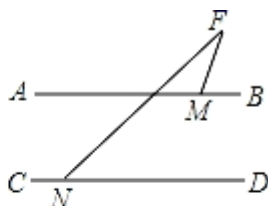


图2

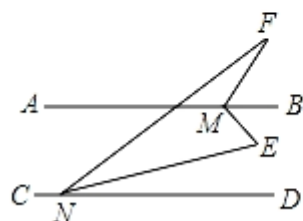


图3

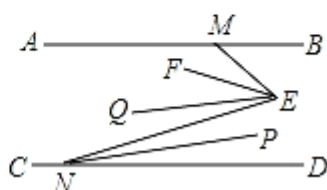


图4

7. 阅读理解:

计算 $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$ 时, 若把

$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$ 与 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$ 分别各看着一个整体, 再利用分配律进行运算, 可以大大简化难度. 过程如下:

解: 设 $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)$ 为A, $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$ 为B,

则原式 $= B(1+A) - A(1+B) = B+AB - A-AB = B-A = \frac{1}{5}$. 请用上面方法计算:

① $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) \times$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right)$$

$$\textcircled{2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n+1}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n+1}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}\right).$$

8. 据说，我国著名数学家华罗庚在一次访问途中，看到飞机邻座的乘客阅读的杂志上有一道智力题：一个数32768，它是一个正数的立方，希望求它的立方根，华罗庚不假思索给出了答案，邻座乘客非常惊奇，很想得知其中的奥秘，你知道华罗庚是怎样准确计算出的吗？请按照下面的问题试一试：

(1) 由 $10^3 = 1000$, $100^3 = 1000000$ ，因为 $1000 < 32768 < 1000000$ ，请确定 $\sqrt[3]{32768}$ 是_____位数；

(2) 由32768的个位上的数是8，请确定 $\sqrt[3]{32768}$ 的个位上的数是_____，划去32768后面的三位数768得到32，因为 $3^3 = 27$, $4^3 = 64$ ，请确定 $\sqrt[3]{32768}$ 的十位上的数是_____；

(3) 已知13824和-110592分别是两个数的立方，仿照上面的计算过程，请计算： $\sqrt[3]{13824}$ ； $\sqrt[3]{-110592}$ 。

9. 观察下列各式，并用所得出的规律解决问题：

$$(1) \sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{200} \approx 14.14, \sqrt{20000} \approx 141.4, \dots$$

$$\sqrt{0.03} \approx 0.1732, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{300} \approx 17.32, \dots$$

由此可见，被开方数的小数点每向右移动_____位，其算术平方根的小数点向_____移动_____位。

$$(2) \text{已知} \sqrt{15} \approx 3.873, \sqrt{1.5} \approx 1.225, \text{则} \sqrt{150} \approx \underline{\hspace{1cm}}; \sqrt{0.15} \approx \underline{\hspace{1cm}}.$$

$$(3) \sqrt[3]{1} = 1, \sqrt[3]{1000} = 10, \sqrt[3]{1000000} = 100, \dots$$

小数点的变化规律是_____。

$$(4) \text{已知} \sqrt[3]{10} \approx 2.154, \sqrt[3]{y} \approx -0.2154, \text{则} y = \underline{\hspace{1cm}}.$$

10. 阅读下面的文字，解答问题。

对于实数 a ，我们规定：用符号 $[a]$ 表示不大于 a 的最大整数；用 $\{a\}$ 表示 a 减去 $[a]$ 所得的差。

例如： $[\sqrt{3}] = 1$, $[2.2] = 2$, $\{\sqrt{3}\} = \sqrt{3} - 1$, $\{2.2\} = 2.2 - 2 = 0.2$ 。

$$(1) \text{仿照以上方法计算：} [\sqrt{7}] = \underline{\hspace{1cm}} \{5 - \sqrt{7}\} = \underline{\hspace{1cm}};$$

$$(2) \text{若} [\sqrt{x}] = 1, \text{写出所有满足题意的整数} x \text{的值：} \underline{\hspace{1cm}}.$$

(3) 已知 y_0 是一个不大于280的非负数，且满足 $\{\sqrt{y_0}\} = 0$ 。我们规定： $y_1 = [\sqrt{y_0}]$, $y_2 = [\sqrt{y_1}]$, $y_3 = [\sqrt{y_2}]$, ..., 以此类推，直到 y_n 第一次等于1时停止计算。当 y_0 是符合条件的所有数中的最大数时，此时 $y_0 = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

11. 阅读下列材料：小明为了计算 $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2019} + 2^{2020}$ 的值，采用以下方法：

$$\text{设} s = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2019} + 2^{2020} \quad \textcircled{1}$$

$$\text{则} 2s = 2 + 2^2 + \dots + 2^{2020} + 2^{2021} \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{得, } 2s - s = s = 2^{2021} - 1$$

请仿照小明的方法解决以下问题：

(1) $1+2+2^2+\dots+2^9=$ _____;

(2) $3+3^2+\dots+3^{20}=$ _____;

(3) 求 $1+a+a^2+a^3+\dots+a^n$ 的和 ($a>1$, n 是正整数, 请写出计算过程).

12. 若一个四位数 t 的前两位数字相同且各位数字均不为0, 则称这个数为“前介数”; 若把这个数的个位数字放到前三位数字组成的数的前面组成一个新的四位数, 则称这个新的四位数为“中介数”; 记一个“前介数” t 与它的“中介数”的差为 $P(t)$. 例如, 5536 前两位数字相同, 所以5536为“前介数”; 则6553就为它的“中介数”, $P(5536)=5536-6553=-1017$.

(1) $P(2215)=$ ____, $P(6655)=$ _____.

(2) 求证: 任意一个“前介数” t , $P(t)$ 一定能被9整除.

(3) 若一个千位数字为2的“前介数” t 能被6整除, 它的“中介数”能被2整除, 请求出满足条件的 $P(t)$ 的最大值.

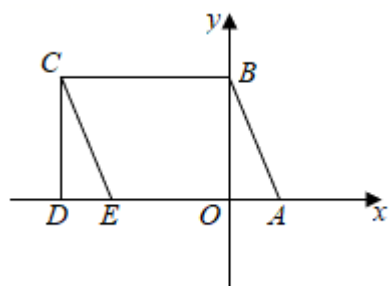
13. 如图所示, $A(1, 0)$, 点 B 在 y 轴上, 将三角形 OAB 沿 x 轴负方向平移, 平移后的图形为三角形 DEC , 点 C 的坐标为 $(-3, 2)$.

(1) 直接写出点 E 的坐标_____;

(2) 在四边形 $ABCD$ 中, 点 P 从点 O 出发, 沿 $OB \rightarrow BC \rightarrow CD$ 移动, 若点 P 的速度为每秒1个单位长度, 运动时间为 t 秒, 请解决以下问题;

①当 t 为多少秒时, 点 P 的横坐标与纵坐标互为相反数;

②当 t 为多少秒时, 三角形 PEA 的面积为2, 求此时 P 的坐标



14. 已知 $AB \parallel CD$, 定点 E, F 分别在直线 AB, CD 上, 在平行线 AB, CD 之间有一动点 P .

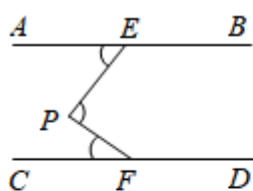
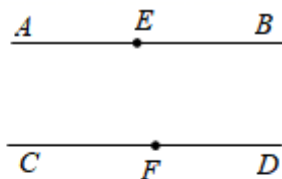
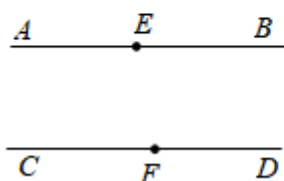


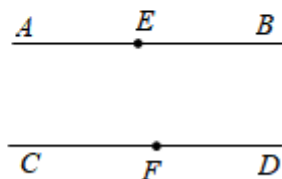
图1



备用图1



备用图2



备用图3

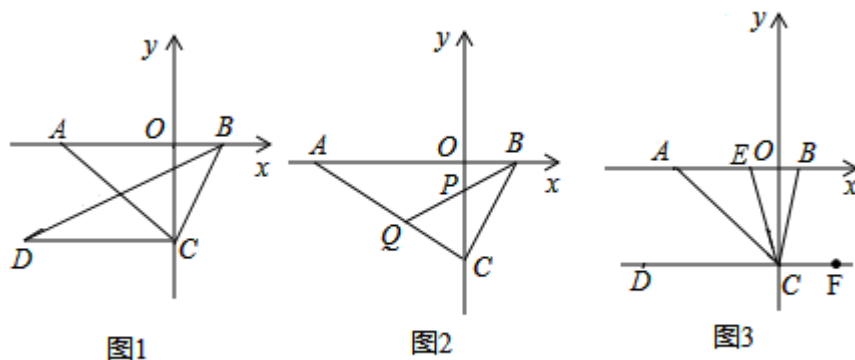
- (1) 如图1所示时, 试问 $\angle AEP$, $\angle EPF$, $\angle PFC$ 满足怎样的数量关系? 并说明理由.
- (2) 除了 (1) 的结论外, 试问 $\angle AEP$, $\angle EPF$, $\angle PFC$ 还可能满足怎样的数量关系? 请画图并证明

(3) 当 $\angle EPF$ 满足 $0^\circ < \angle EPF < 180^\circ$, 且 QE , QF 分别平分 $\angle PEB$ 和 $\angle PFD$,

- ① 若 $\angle EPF = 60^\circ$, 则 $\angle EQF =$ _____ $^\circ$.
- ② 猜想 $\angle EPF$ 与 $\angle EQF$ 的数量关系. (直接写出结论)

15. 如图1, 在平面直角坐标系中, 点A为x轴负半轴上一点, 点B为x轴正半轴上一点, $C(0, a)$, $D(b, a)$, 其中a、b满足关系式: $|a+4| + (b-a-1)^2 = 0$.

- (1) $a =$ _____, $b =$ _____, $\triangle BCD$ 的面积为 _____;
- (2) 如图2, 若 $AC \perp BC$ 于点C, 点P是线段OC上一点, 连接BP, 延长BP交AC于点Q. 当 $\angle CPQ = \angle CQP$ 时, 求证: BP平分 $\angle ABC$; (提示: 三角形三个内角和等于 180°)
- (3) 如图3, 若 $AC \perp BC$, 点E是点A与点B之间一点连接CE, 且CB平分 $\angle ECF$. 问 $\angle BEC$ 与 $\angle BCO$ 有什么数量关系? 请写出它们之间的数量关系并请说明理由.

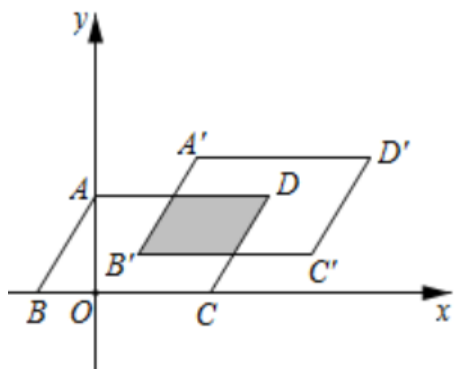


16. 若关于x的方程 $ax+b=0$ ($a \neq 0$) 的解与关于y的方程 $cy+d=0$ ($c \neq 0$) 的解满足 $-1 \leq x-y \leq 1$, 则称方程 $ax+b=0$ ($a \neq 0$) 与方程 $cy+d=0$ ($c \neq 0$) 是“友好方程”. 例如: 方程 $2x-1=0$ 的解是 $x=0.5$, 方程 $y-1=0$ 的解是 $y=1$, 因为 $-1 \leq x-y \leq 1$, 方程 $2x-1=0$ 与方程 $y-1=0$ 是“友好方程”.

(1) 请通过计算判断方程 $2x-9=5x-2$ 与方程 $5(y-1)-2(1-y)=-34-2y$ 是不是“友好方程”.

(2) 若关于x的方程 $3x-3+4(x-1)=0$ 与关于y的方程 $\frac{3y+k}{2}+y=2k+1$ 是“友好方程”, 请你求出k的最大值和最小值.

17. 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形ABCD各顶点的坐标分别为 $A(0,3)$, $B(-1,0)$, $C(4,0)$, $D(5,3)$, 现将四边形ABCD经过平移后得到四边形 $A'B'C'D'$, 点B的对应点 B' 的坐标为 $(1,1)$.

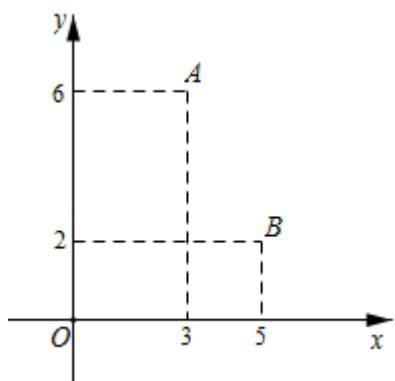


(1) 请直接写点 A' 、 C' 、 D' 的坐标；

(2) 求四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 重叠部分的面积；

(3) 在 y 轴上是否存在一点 M ，连接 MB 、 MC ，使 $S_{\triangle MBC} = S_{\text{四边形}ABCD}$ ，若存在这样一点，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。

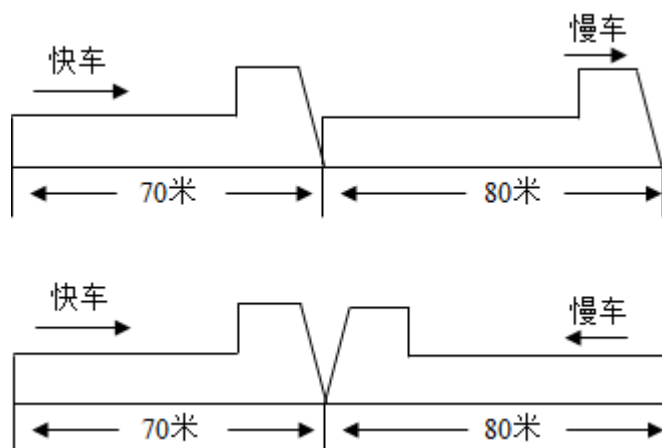
18. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $A(x_1, y_1)$ 与 $B(x_2, y_2)$ 的“非常距离”，给出如下定义：若 $|x_1 - x_2| \geq |y_1 - y_2|$ ，则点 A 与点 B 的“非常距离”为 $|x_1 - x_2|$ ；若 $|x_1 - x_2| < |y_1 - y_2|$ ，则点 A 与点 B 的“非常距离”为 $|y_1 - y_2|$ 。



(1) 填空：已知点 $A(3, 6)$ 与点 $B(5, 2)$ ，则点 A 与点 B 的“非常距离”为_____；

(2) 已知点 $C(-1, 2)$ ，点 D 为 y 轴上的一个动点。①若点 C 与点 D 的“非常距离”为 2，求点 D 的坐标；②直接写出点 C 与点 D 的“非常距离”的最小值。

19. 一列快车长 70 米，慢车长 80 米，若两车同向而行，快车从追上慢车到完全离开慢车，所用时间为 20 秒。若两车相向而行，则两车从相遇到离开时间为 4 秒，求两车每秒钟各行多少米？



20. 某公园的门票价格如下表所示:

购票人数	1 ~ 50 人	51 ~ 100 人	100 人以上
每人门票价	13 元	11 元	9 元

某中学七年级(1)、(2)两个班计划去游览该公园, 其中(1)班的人数较少, 不足 50 人; (2)班人数略多, 有 50 多人. 如果两个班都以班为单位分别购票, 则一共应付 1172 元, 如果两个班联合起来, 作为一个团体购票, 则需付 1078 元.

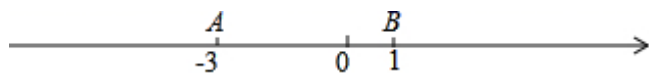
- (1)列方程求出两个班各有多少学生;
- (2)如果两个班联合起来买票, 是否可以买单价为 9 元的票? 你有什么省钱的方法来帮他们买票呢? 请给出最省钱的方案.

21. 数轴上有两个动点 M , N , 如果点 M 始终在点 N 的左侧, 我们称作点 M 是点 N 的“追赶点”. 如图, 数轴上有 2 个点 A , B , 它们表示的数分别为-

3, 1, 已知点 M 是点 N 的“追赶点”, 且 M , N 表示的数分别为 m , n .

- (1)由题意得: 点 A 是点 B 的“追赶点”, $AB=1-(-3)=4$ (AB 表示线段 AB 的长, 以下相同); 类似的, $MN=$ _____.
- (2)在 A , M , N 三点中, 若其中一个点是另外两个点所构成线段的中点, 请用含 m 的代数式来表示 n .

(3)若 $AM=BN$, $MN=\frac{4}{3}BM$, 求 m 和 n 值.



22. 已知, 在平面直角坐标系中, 三角形 ABC 三个顶点的坐标分别为 $A(a,0)$, $B(b,4)$, $C(2,c)$, $BC \parallel x$ 轴, 且 a 、 b 满足 $\sqrt{a+b-1} + |2a-b+10| = 0$.

- (1)则 $a=$ ____; $b=$ ____; $c=$ ____;
- (2)如图1, 在 y 轴上是否存在点 D , 使三角形 ABD 的面积等于三角形 ABC 的面积? 若存在, 请求出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3)如图2, 连接 OC 交 AB 于点 M , 点 $N(n,0)$ 在 x 轴上, 若三角形 BCM 的面积小于三角形 BMN 的面积, 直接写出 n 的取值范围是_____.

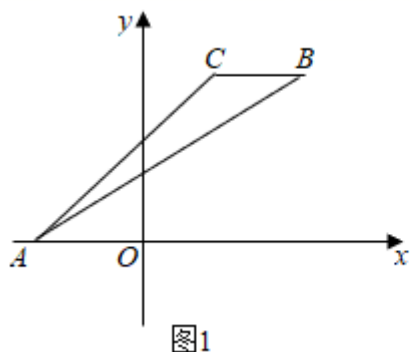


图1

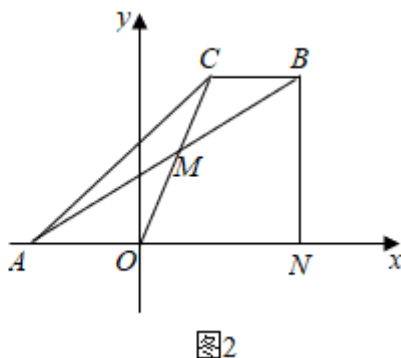


图2

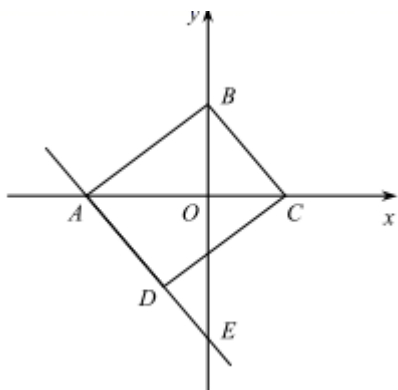
23. 如果3个数位相同的自然数 m , n , k 满足: $m+n=k$, 且 k 各数位上的数字全部相同, 则称数 m 和数 n 是一对“黄金搭档数”. 例如: 因为25, 63, 88都是两位数, 且 $25+63=88$, 则25和63是一对“黄金搭档数”. 再如: 因为152, 514, 666都是三位数, 且 $152+514=666$, 则152和514是一对“黄金搭档数”.

(1) 分别判断87和12, 62和49是否是一对“黄金搭档数”, 并说明理由;

(2) 已知两位数 s 和两位数 t 的十位数字相同, 若 s 和 t 是一对“黄金搭档数”, 并且 s 与 t 的和能被7整除, 求出满足题意的 s .

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $A(a, 0)$, $B(0, b)$ 两点, 且 a 、 b 满足

$\sqrt{2a+b+4} + (a+2b-1)^2 = 0$ 点 $C(m, 0)$ 在射线 AO 上 (不与原点重合). 将线段 AB 平移到 DC , 点 D 与点 A 对应, 点 C 与点 B 对应, 连接 BC , 直线 AD 交 y 轴于点 E . 请回答下列问题:



(1) 求 A 、 B 两点的坐标;

(2) 设三角形 ABC 面积为 $S_{\triangle ABC}$, 若 $4 < S_{\triangle ABC} \leq 7$, 求 m 的取值范围;

(3) 设 $\angle BCA = \alpha$, $\angle AEB = \beta$, 请给出 α, β , 满足的数量关系式, 并说明理由.

25. 阅读材料: 形如 $2 < 2x+1 < 3$ 的不等式, 我们就称之为双连不等式. 求解双连不等式的方法一, 转化为不等式组求解, 如 $\begin{cases} 2 < 2x+1 \\ 2x+1 < 3 \end{cases}$; 方法二, 利用不等式的性质直接求解, 双

连不等式的左、中、右同时减去1, 得 $1 < 2x < 2$, 然后同时除以2, 得 $\frac{1}{2} < x < 1$.

解决下列问题:

(1) 请你写一个双连不等式并将它转化为不等式组;

(2) 利用不等式的性质解双连不等式 $2 \geq -2x+3 > -5$;

(3) 已知 $-3 \leq x < -\frac{5}{2}$, 求 $3x+5$ 的整数值.

26. 材料1: 我们把形如 $ax+by=c$ (a 、 b 、 c 为常数) 的方程叫二元一次方程. 若 a 、 b 、 c 为整数, 则称二元一次方程 $ax+by=c$ 为整系数方程. 若 $|c|$ 是 $|a|$ 、 $|b|$ 的最大公约数的整倍数, 则方程有整数解. 例如方程 $3x+4y=2$, $7x-3y=5$, $4x+2y=6$ 都有整数解; 反过来也成立. 方程 $6x+3y=10$ 和 $4x-2y=1$ 都没有整数解, 因为6, 3的最大公约数是3, 而10不是3的整倍数; 4, 2的最大公约数是2, 而1不是2的整倍数.

材料2: 求方程 $5x+6y=100$ 的正整数解.

解: 由已知得: $x = \frac{100-6y}{5} = \frac{100-5y-y}{5} = 20-y-\frac{y}{5}$ ①

设 $\frac{y}{5} = k$ (k 为整数), 则 $y = 5k$ ②

把②代入①得: $x = 20-6k$.

所以方程组的解为 $\begin{cases} x=20-6k \\ y=5k \end{cases}$,

根据题意得: $\begin{cases} 20-6k > 0 \\ 5k > 0 \end{cases}$.

解不等式组得 $0 < k < \frac{10}{3}$. 所以 k 的整数解是1, 2, 3.

所以方程 $5x+6y=100$ 的正整数解是: $\begin{cases} x=14 \\ y=5 \end{cases}$, $\begin{cases} x=8 \\ y=10 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=15 \end{cases}$.

根据以上材料回答下列问题:

(1) 下列方程中: ① $3x+9y=11$, ② $15x-5y=70$, ③ $6x+3y=111$, ④ $27x-9y=99$, ⑤ $91x-26=169$, ⑥ $22x+121y=324$. 没有整数解的方程是 (填方程前面的编号);

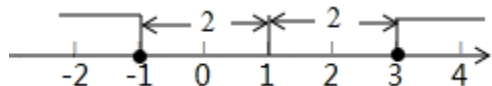
(2) 仿照上面的方法, 求方程 $3x+4y=38$ 的正整数解;

(3) 若要把一根长30m的钢丝截成2m长和3m长两种规格的钢丝 (两种规格都要有), 问怎样截才不浪费材料? 你有几种不同的截法? (直接写出截法, 不要求解题过程)

27. 阅读理解:

例1. 解方程 $|x|=2$, 因为在数轴上到原点的距离为2的点对应的数为 ± 2 , 所以方程 $|x|=2$ 的解为 $x=\pm 2$.

例2. 解不等式 $|x-1|>2$, 在数轴上找出 $|x-1|=2$ 的解 (如图), 因为在数轴上到1对应的点的距离等于2的点对应的数为-1或3, 所以方程 $|x-1|=2$ 的解为 $x=-1$ 或 $x=3$, 因此不等式 $|x-1|>2$ 的解集为 $x<-1$ 或 $x>3$.



参考阅读材料, 解答下列问题:

(1) 方程 $|x-2|=3$ 的解为 _____;

(2) 解不等式: $|x-2|\leq 1$.

(3) 解不等式: $|x-4|+|x+2|>8$.

(4) 对于任意数 x ，若不等式 $|x+2|+|x-4|>a$ 恒成立，求 a 的取值范围.

28. 定义：如果一个两位数 a 的十位数字为 m ，个位数字为 n ，且 $m \neq n$ 、 $m \neq 0$ 、 $n \neq 0$ ，那么这个两位数叫做“互异数”.

将一个“互异数”的十位数字与个位数字对调后得到一个新的两位数，把这个新两位数与原两位数的和与11的商记为 $W(a)$.

例如： $a=14$ ，对调个位数字与十位数字得到新两位数41，新两位数与原两位数的和为 $41+14=55$ ，和与11的商为 $55 \div 11=5$ ，所以 $W(14)=5$.

根据以上定义，解答下列问题：

(1) 填空：①下列两位数：20，21，22中，“互异数”为_____；

②计算： $W(36)=$ _____； $W(10m+n)=$ _____；（ m 、 n 分别为一个两位数的十位数字与个位数字）

(2) 如果一个“互异数” b 的十位数字是 x ，个位数字是 y ，且 $W(b)=7$ ；另一个“互异数” c 的十位数字是 $x+2$ ，个位数字是 $2y-1$ ，且 $W(c)=13$ ，请求出“互异数” b 和 c ；

(3) 如果一个“互异数” d 的十位数字是 x ，个位数字是 $x+3$ ，另一个“互异数” e 的十位数字是 $x-2$ ，个位数字是3，且满足 $W(d)+W(e)<25$ ，请直接写出满足条件的所有 x 的值_____；

(4) 如果一个“互异数” f 的十位数字是 $x+4$ ，个位数字是 x ，且满足 $W(f)<t$ 的互异数有且仅有3个，则 t 的取值范围_____.

29. 如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(a,0)$ ， $B(b,0)$ ， $C(0,4)$ ， a ， b 满足

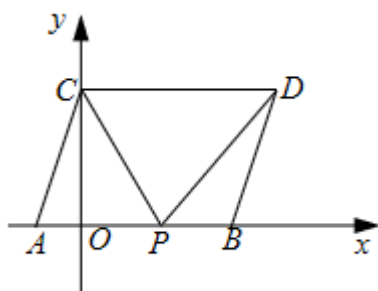
$(a+2)^2+\sqrt{b-4}=0$. 平移线段 AB 得到线段 CD ，使点 A 与点 C 对应，点 B 与点 D 对应，连接 AC ， BD .

(1) 求 a ， b 的值，并直接写出点 D 的坐标；

(2) 点 P 在射线 AB （不与点 A ， B 重合）上，连接 PC ， PD .

①若三角形 PCD 的面积是三角形 PBD 的面积2倍，求点 P 的坐标；

②设 $\angle PCA=\alpha$ ， $\angle PDB=\beta$ ， $\angle DPC=\theta$. 求 α ， β ， θ 满足的关系式.



30. 阅读以下内容：

已知有理数 m ， n 满足 $m+n=3$ ，且 $\begin{cases} 3m+2n=7k-4 \\ 2m+3n=-2 \end{cases}$ 求 k 的值.

三位同学分别提出了以下三种不同的解题思路：

甲同学：先解关于 m ， n 的方程组 $\begin{cases} 3m+2n=7k-4 \\ 2m+3n=-2 \end{cases}$ ，再求 k 的值；

乙同学：将原方程组中的两个方程相加，再求 k 的值；

丙同学：先解方程组 $\begin{cases} m+n=3 \\ 2m+3n=-2 \end{cases}$ ，再求k的值.

(1) 试选择其中一名同学的思路，解答此题；

(2) 在解关于x, y的方程组 $\begin{cases} (a+1)x-by=18 \textcircled{1} \\ (b+2)x+ay=1 \textcircled{2} \end{cases}$ 时，可以用 $\textcircled{1} \times 7 - \textcircled{2} \times 3$ 消去未知数x，也可以用 $\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{2} \times 5$ 消去未知数y. 求a和b的值.

【参考答案】***试卷处理标记，请不要删除

一、解答题

$$1. \quad (1) \textcircled{1} 1; \textcircled{2} -\frac{1}{3}; \quad (2) S = \begin{cases} -2m^2 + 6m & (1 \leq m \leq 2) \\ 4m^2 \left(-\frac{1}{3} \leq m < 0 \right) \\ 4m^2 & (0 < m < 1) \\ -2m^2 - 2m \left(-1 < m < -\frac{1}{3} \right) \end{cases}.$$

【分析】

(1) $\textcircled{1} \textcircled{2}$ 根据点F的坐标构建方程即可解决问题.

(2) 分四种情形： $\textcircled{1}$ 如图1中，当 $1 \leq m \leq 2$ 时，重叠部分是四边形BEGN. $\textcircled{2}$ 如图2中，当 $0 < m < 1$ 时，重叠部分是正方形EFGH. $\textcircled{3}$ 如图3中， -

$1 < m < -\frac{1}{3}$ 时，重叠部分是矩形AEHN. $\textcircled{4}$ 如图4中，当 $-\frac{1}{3} \leq m < 0$ 时，重叠部分是正方形EFGH. 分别求解即可解决问题.

【详解】

解：(1) $\textcircled{1}$ 当点F与点B重合时，由题意 $3m=3$,

$\therefore m=1$.

$\textcircled{2}$ 当点F与点A重合时，由题意 $3m=-1$,

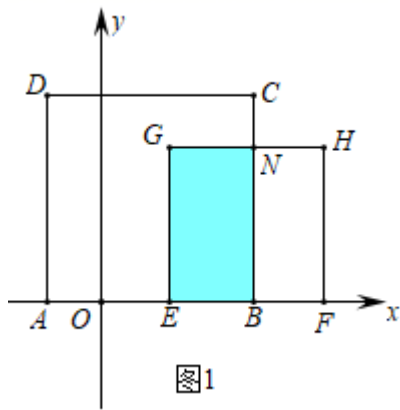
$\therefore m=-\frac{1}{3}$,

故答案为 $1, -\frac{1}{3}$.

(2) $\textcircled{1}$ 当 $1 \leq m \leq 2$ 时，如图1.

$BE = 3 - m, HE = EF = 3m - m = 2m$.

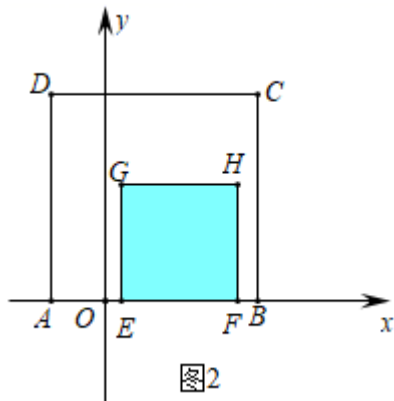
$S = BE \cdot HE = 2m(3 - m) = -2m^2 + 6m$.



②当 $0 \leq m < 1$ 时，如图2.

$$EF = 3m - m = 2m.$$

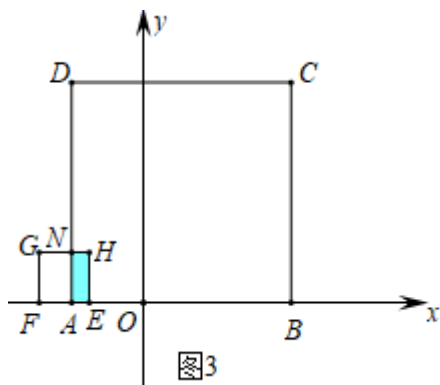
$$S = EF^2 = (2m)^2 = 4m^2.$$



③当 $-1 < m < -\frac{1}{3}$ 时，如图3.

$$AE = m - (-1) = m + 1, \quad HE = EF = m - 3m = -2m.$$

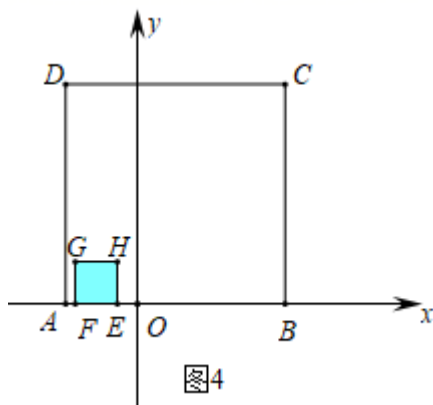
$$S = AE \cdot HE = -2m(m + 1) = -2m^2 - 2m$$



④当 $-\frac{1}{3} \leq m < 0$ 时，如图4.

$$EF = m - 3m = -2m.$$

$$S = EF^2 = (-2m)^2 = 4m^2.$$



综上，

$$S = \begin{cases} -2m^2 + 6m & (1 \leq m \leq 2) \\ 4m^2 \left(-\frac{1}{3} \leq m < 0 \right) \\ 4m^2 & (0 < m < 1) \\ -2m^2 - 2m \left(-1 < m < -\frac{1}{3} \right) \end{cases}.$$

【点睛】

本题属于四边形综合题，考查了正方形的性质，平移变换，四边形的面积等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考常考题型．

2. (1) $\angle BEO + \angle DFO = 260^\circ$; (2) $\angle EMN - \angle FNM$ 的值为 40° ; (3) $\frac{5}{3}$.

【分析】

(1) 过点O作 $OG \parallel AB$ ，可得 $AB \parallel OG \parallel CD$ ，利用平行线的性质可求解；

(2) 过点M作 $MK \parallel AB$ ，过点N作 $NH \parallel CD$ ，由角平分线的定义可设 $\angle BEM = \angle OEM = x$ ， $\angle CFN = \angle OFN = y$ ，由 $\angle BEO + \angle DFO = 260^\circ$ 可求 $x - y = 40^\circ$ ，进而求解；

(3) 设直线FK与EG交于点H，FK与AB交于点K，根据平行线的性质即三角形外角的性质及 $\angle FMN - \angle ENM = 50^\circ$ ，可得 $\angle KFD - \angle AEG = 50^\circ$ ，结合 $\angle AEG = n \angle OEG$ ， $DFK = n \angle OFK$ ， $\angle BEO + \angle DFO = 260^\circ$ ，可得

$$\angle AEG + \frac{1}{n} \angle AEG + 180^\circ - \angle KFD - \frac{1}{n} \angle KFD = 100^\circ,$$

即可得关于n的方程，计算可求解n值．

【详解】

证明：过点O作 $OG \parallel AB$ ，

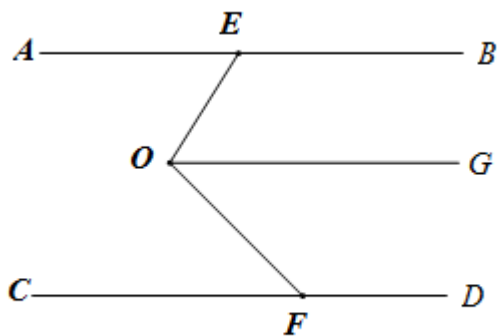


图1

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore AB \parallel OG \parallel CD$,

$\therefore \angle BEO + \angle EOG = 180^\circ$, $\angle DFO + \angle FOG = 180^\circ$,

$\therefore \angle BEO + \angle EOG + \angle DFO + \angle FOG = 360^\circ$,

即 $\angle BEO + \angle EOF + \angle DFO = 360^\circ$,

$\because \angle EOF = 100^\circ$,

$\therefore \angle BEO + \angle DFO = 260^\circ$;

(2) 解: 过点M作 $MK \parallel AB$, 过点N作 $NH \parallel CD$,

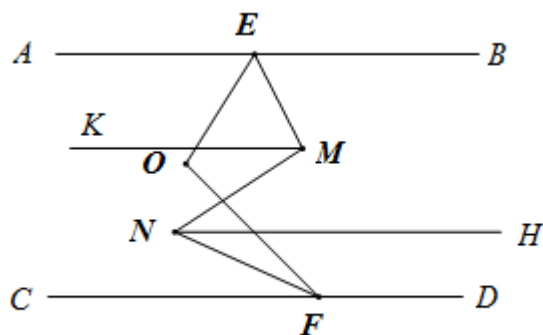


图2

$\because EM$ 平分 $\angle BEO$, FN 平分 $\angle CFO$,

设 $\angle BEM = \angle OEM = x$, $\angle CFN = \angle OFN = y$,

$\because \angle BEO + \angle DFO = 260^\circ$

$\therefore \angle BEO + \angle DFO = 2x + 180^\circ - 2y = 260^\circ$,

$\therefore x - y = 40^\circ$,

$\because MK \parallel AB$, $NH \parallel CD$, $AB \parallel CD$,

$\therefore AB \parallel MK \parallel NH \parallel CD$,

$\therefore \angle EMK = \angle BEM = x$, $\angle HNF = \angle CFN = y$, $\angle KMN = \angle HNM$,

$\therefore \angle EMN + \angle FNM = \angle EMK + \angle KMN - (\angle HNM + \angle HNF)$

$= x + \angle KMN - \angle HNM - y$

$= x - y$

$= 40^\circ$,

$\angle EMN - \angle FNM$ 的值为 40° ;

$$\therefore \angle AKF = \angle KFD,$$

$$\therefore \angle KFD = \angle EHK + \angle AEG,$$

$$\therefore \angle KFD = 50^\circ + \angle AEG,$$

$\therefore \angle AEG = n\angle OEG$, FK 在 $\angle DFO$ 内, $\angle DFK = n\angle OFK$.

$$\angle AEO = \angle AEG + \angle OEG = \angle AEG + \frac{1}{n} \angle AEG,$$

$$\therefore \angle AEO + \angle CFO = 100^\circ,$$

$$\text{即} \left(1 + \frac{1}{n}\right)(\angle KFD - \angle AEG) = 80^\circ,$$

$$\therefore \left(1 + \frac{1}{n}\right) \times 50^\circ = 80^\circ,$$

解得 $n = \frac{5}{3}$.

故答案为: $\frac{5}{3}$.

本题主要考查平行线的性质，角平分线的定义，灵活运用平行线的性质是解题的关键.

3. (1) 两直线平行, 内错角相等; 平行于同一条直线的两条直线平行; $\angle CPH$; $\angle APH$, $\angle CPH$; (2) ① $\angle APQ + \angle PQC = \angle A + \angle C + 180^\circ$ 成立, 理由见解答过程; ② $3\angle PMQ + \angle A + \angle C = 360^\circ$.

【分析】

(1) 根据平行线的判定与性质即可完成填空；

(2) 结合(1)的辅助线方法即可完成证明；

(3) 结合(1)(2)的方法，根据 $\angle APM = 2\angle MPQ$ ， $\angle CQM = 2\angle MQP$ ， $\angle PMQ + \angle MPQ + \angle PQM = 180^\circ$ ，即可证明 $\angle PMQ$ ， $\angle A$ 与 $\angle C$ 的数量关系。

【详解】

解：过点P作直线 $PH \parallel AB$ ，

所以 $\angle A = \angle APH$ ，依据是两直线平行，内错角相等；

因为 $AB \parallel CD$ ， $PH \parallel AB$ ，

所以 $PH \parallel CD$ ，依据是平行于同一条直线的两条直线平行；

所以 $\angle C = (\angle CPH)$ ，

所以 $\angle APC = (\angle APH) + (\angle CPH) = \angle A + \angle C = 97^\circ$ 。

故答案为：两直线平行，内错角相等；平行于同一条直线的两条直线平行； $\angle CPH$ ； $\angle APH$ ， $\angle CPH$ ；

(2) ①如图2， $\angle APQ + \angle PQC = \angle A + \angle C + 180^\circ$ 成立，理由如下：

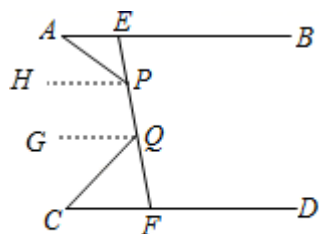


图2

过点P作直线 $PH \parallel AB$ ， $QG \parallel AB$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore AB \parallel CD \parallel PH \parallel QG$ ，

$\therefore \angle A = \angle APH$ ， $\angle C = \angle CQG$ ， $\angle HPQ + \angle GQP = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle APQ + \angle PQC = \angle APH + \angle HPQ + \angle GQP + \angle CQG = \angle A + \angle C + 180^\circ$ 。

$\therefore \angle APQ + \angle PQC = \angle A + \angle C + 180^\circ$ 成立；

②如图3，

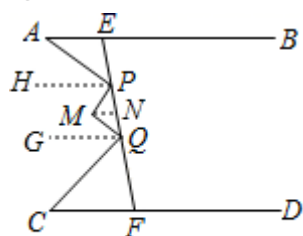


图3

过点P作直线 $PH \parallel AB$ ， $QG \parallel AB$ ， $MN \parallel AB$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore AB \parallel CD \parallel PH \parallel QG \parallel MN$ ，

$\therefore \angle A = \angle APH$ ， $\angle C = \angle CQG$ ， $\angle HPQ + \angle GQP = 180^\circ$ ， $\angle HPM = \angle PMN$ ， $\angle GQM = \angle QMN$ ，

$$\therefore \angle PMQ = \angle HPM + \angle GQM,$$

$$\because \angle APM = 2\angle MPQ, \angle CQM = 2\angle MQP, \angle PMQ + \angle MPQ + \angle PQM = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle APM + \angle CQM = \angle A + \angle C + \angle PMQ = 2\angle MPQ + 2\angle MQP = 2(180^\circ - \angle PMQ),$$

$$\therefore 3\angle PMQ + \angle A + \angle C = 360^\circ.$$

【点睛】

考核知识点：平行线的判定和性质．熟练运用平行线性质的判定，添加适当辅助线是关键．

4. (1) ① 35° ; (2) 55° ; (2) 存在, 52.5° 或 7.5°

【分析】

(1) ① 依据平行线的性质以及角平分线的定义, 即可得到 $\angle PCG$ 的度数;

② 依据平行线的性质以及角平分线的定义, 即可得到 $\angle ECG = \angle GCF = 20^\circ$, 再根据 $PQ \parallel CE$, 即可得出 $\angle CPQ = \angle ECP = 60^\circ$;

(2) 设 $\angle EGC = 3x$, $\angle EFC = 2x$, 则 $\angle GCF = 3x -$

$2x = x$, 分两种情况讨论: ① 当点 G 、 F 在点 E 的右侧时, ② 当点 G 、 F 在点 E 的左侧时, 依据等量关系列方程求解即可.

【详解】

解: (1) ① $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle CEB + \angle ECQ = 180^\circ,$$

$$\because \angle CEB = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle ECQ = 70^\circ,$$

$$\because \angle PCF = \angle PCQ, CG \text{ 平分 } \angle ECF,$$

$$\therefore \angle PCG = \angle PCF + \angle FCG = \frac{1}{2} \angle QCF + \frac{1}{2} \angle FCE = \frac{1}{2} \angle ECQ = 35^\circ;$$

② $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle QCG = \angle EGC,$$

$$\because \angle QCG + \angle ECG = \angle ECQ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle EGC + \angle ECG = 70^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle EGC - \angle ECG = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EGC = 50^\circ, \angle ECG = 20^\circ,$$

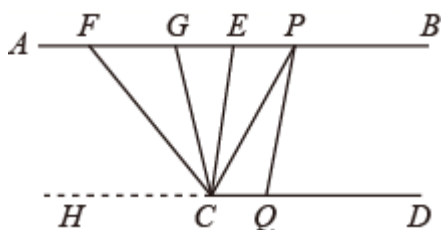
$$\therefore \angle ECG = \angle GCF = 20^\circ, \angle PCF = \angle PCQ = \frac{1}{2} (70^\circ - 40^\circ) = 15^\circ,$$

$$\because PQ \parallel CE,$$

$$\therefore \angle CPQ = \angle ECP = \angle ECQ - \angle PCQ = 70^\circ - 15^\circ = 55^\circ.$$

(2) 52.5° 或 7.5° ,

设 $\angle EGC = 3x^\circ$, $\angle EFC = 2x^\circ$,



①当点 G 、 F 在点 E 的右侧时，

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle QCG = \angle EGC = 3x^\circ$, $\angle QCF = \angle EFC = 2x^\circ$,

则 $\angle GCF = \angle QCG - \angle QCF = 3x^\circ - 2x^\circ = x^\circ$,

$\therefore \angle PCF = \angle PCQ = \frac{1}{2} \angle FCQ = \frac{1}{2} \angle EFC = x^\circ$,

则 $\angle ECG = \angle GCF = \angle PCF = \angle PCD = x^\circ$,

$\because \angle ECD = 70^\circ$,

$\therefore 4x = 70^\circ$, 解得 $x = 17.5^\circ$,

$\therefore \angle CPQ = 3x = 52.5^\circ$;

②当点 G 、 F 在点 E 的左侧时，反向延长 CD 到 H ,

$\because \angle EGC = 3x^\circ$, $\angle EFC = 2x^\circ$,

$\therefore \angle GCH = \angle EGC = 3x^\circ$, $\angle FCH = \angle EFC = 2x^\circ$,

$\therefore \angle ECG = \angle GCF = \angle GCH - \angle FCH = x^\circ$,

$\because \angle CGF = 180^\circ - 3x^\circ$, $\angle GCQ = 70^\circ + x^\circ$,

$\therefore 180 - 3x = 70 + x$,

解得 $x = 27.5$,

$\therefore \angle FCQ = \angle ECF + \angle ECQ = 27.5^\circ \times 2 + 70^\circ = 125^\circ$,

$\therefore \angle PCQ = \frac{1}{2} \angle FCQ = 62.5^\circ$,

$\therefore \angle CPQ = \angle ECP = 62.5^\circ - 55^\circ = 7.5^\circ$,

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质，掌握两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等是解题的关键。

5. (1) 见解析; (2) ① $2\angle MEN + \angle MHN = 360^\circ$; ② 20°

【分析】

(1) 过点 E 作 $EP \parallel AB$ 交 MH 于点 Q , 利用平行线的性质、角平分线性质、邻补角和为 180° , 角与角之间的基本运算、等量代换等即可得证.

(2) ①过点 H 作 $GI \parallel AB$, 利用(1)中结论 $2\angle MEN - \angle MHN = 180^\circ$, 利用平行线的性质、角平分线性质、邻补角和为 180° , 角与角之间的基本运算、等量代换等得出 $\angle AMH + \angle HNC = 360^\circ - (\angle BMH + \angle HND)$, 进而用等量代换得出 $2\angle MEN + \angle MHN = 360^\circ$.

②过点 H 作 $HT \parallel MP$, 由①的结论得 $2\angle MEN + \angle MHN = 360^\circ$, $\angle H = 140^\circ$, $\angle MEN = 110^\circ$. 利用平行线性质得 $\angle ENQ + \angle ENH + \angle NHT = 180^\circ$, 由角平分线性质及邻补角可得 $\angle ENQ + \angle ENH + 140^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BMH) = 180^\circ$. 继续使用等量代换可得 $\angle ENQ$ 度数.

【详解】

解: (1) 证明: 过点 E 作 $EP \parallel AB$ 交 MH 于点 Q . 如答图1

②：由①的结论得 $2\angle MEN + \angle MHN = 360^\circ$,

$$\because \angle H = \angle MHN = 140^\circ,$$

$$\therefore 2\angle MEN = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ.$$

$$\therefore \angle MEN = 110^\circ.$$

过点H作 $HT \parallel MP$. 如答图2

$$\because MP \parallel NQ,$$

$$\therefore HT \parallel NQ.$$

$$\therefore \angle ENQ + \angle ENH + \angle NHT = 180^\circ \text{ (两直线平行, 同旁内角互补)}.$$

$$\because MP \text{ 平分 } \angle AMH,$$

$$\therefore \angle PMH = \frac{1}{2} \angle AMH = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BMH).$$

$$\therefore \angle NHT = \angle MHN - \angle MHT = 140^\circ - \angle PMH.$$

$$\therefore \angle ENQ + \angle ENH + 140^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \angle BMH) = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle ENH = \frac{1}{2} \angle HND.$$

$$\therefore \angle ENQ + \frac{1}{2} \angle HND + 140^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BMH = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle ENQ + \frac{1}{2} (\angle HND + \angle BMH) = 130^\circ.$$

$$\therefore \angle ENQ + \frac{1}{2} \angle MEN = 130^\circ.$$

$$\therefore \angle ENQ = 130^\circ - 110^\circ = 20^\circ.$$

【点睛】

本题考查了平行线的性质，角平分线的性质，邻补角，等量代换，角之间的数量关系运算，辅助线的作法，正确作出辅助线是解题的关键，本题综合性较强.

6. (1) $\angle BME = \angle MEN - \angle END$; $\angle BMF = \angle MFN + \angle FND$; (2) 120° ; (3) 不变, 30°

【分析】

(1) 过E作 $EH \parallel AB$, 易得 $EH \parallel AB \parallel CD$, 根据平行线的性质可求解; 过F作 $FH \parallel AB$, 易得 $FH \parallel AB \parallel CD$, 根据平行线的性质可求解;

(2) 根据(1)的结论及角平分线的定义可得 $2(\angle BME + \angle END) + \angle BMF - \angle FND = 180^\circ$, 可求解 $\angle BMF = 60^\circ$, 进而可求解;

(3) 根据平行线的性质及角平分线的定义可推知 $\angle FEQ = \frac{1}{2} \angle BME$, 进而可求解.

【详解】

解: (1) 过E作 $EH \parallel AB$, 如图1,

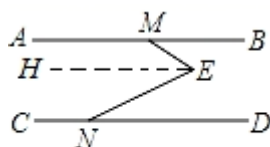


图1

$$\therefore \angle BME = \angle MEH,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore HE \parallel CD,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/205242004114012010>