

## 2024 年湖南省衡阳市部分学校中考数学联考试卷（二）

一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的，请在答题卡中填涂符合题意的选项.本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) 2024 的相反数是 ( )

- A. 2024                      B. -2024                      C.  $\frac{1}{2024}$                       D.  $-\frac{1}{2024}$

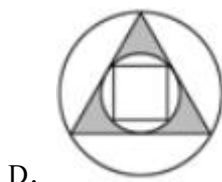
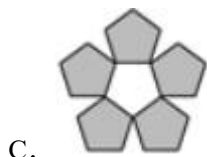
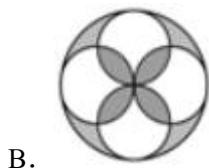
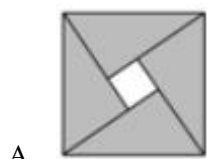
2. (3 分) 下列运算正确的是 ( )

- A.  $a^2+a^3=2a^6$                       B.  $(b^2)^3=b^5$   
 C.  $a^6 \div a^2=a^3$                       D.  $(-2a)^2=4a^2$

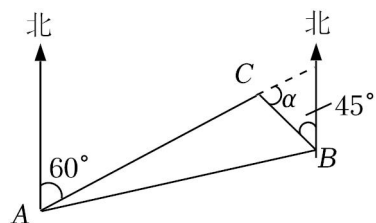
3. (3 分) 2015 年初，一列 CRH5 型高速车组进行了“300000 公里正线运动考核”标志着中国高速快车从“中国制造”到“中国创造”的飞跃，将 300000 用科学记数法表示为 ( )

- A.  $3 \times 10^5$                       B.  $3 \times 10^4$                       C.  $0.3 \times 10^5$                       D.  $30 \times 10^4$

4. (3 分) 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ( )

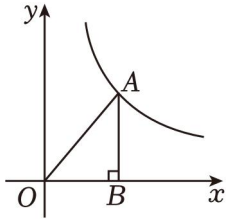


5. (3 分) 如图，一航班沿北偏东  $60^\circ$  方向从 A 地飞往 C 地，到达 C 地上空时，准备备降 B 地，已知 C 地在 B 地的北偏西  $45^\circ$  方向 ( )



- A.  $60^\circ$                       B.  $75^\circ$                       C.  $80^\circ$                       D.  $105^\circ$

6. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A 在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数， $k > 0$ ， $x > 0$ )，过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为  $B\frac{3}{4}$ ，则  $k$  的值 ( )

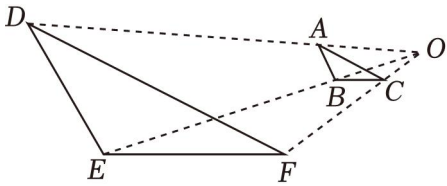


- A.  $\frac{3}{2}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{3}{8}$                       D.  $\frac{3}{16}$

7. (3分) 下列说法正确的是 ( )

- A. 某彩票的中奖机会是 0.1%，买 10000 张一定会中奖  
 B. “水在一个标准大气压下，温度为  $-10^{\circ}C$  时不结冰” 是不可能事件  
 C. 为检验某品牌 LED 灯管的使用寿命，采用普查的调查方式比较合适  
 D. “如果  $x, y$  是实数，那么  $x+y=y+x$ ” 是随机事件

8. (3分) 如图， $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  是位似图形，位似中心为点  $O$ 。若  $OA:AD=1:3$ ，则  $\triangle DEF$  的周长为 ( )



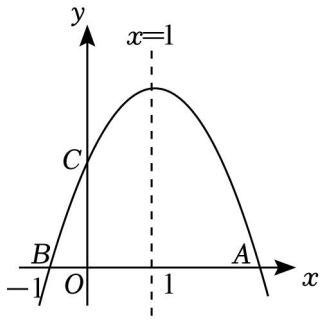
- A. 18                      B. 27                      C. 32                      D. 36

9. (3分) 《孙子算经》是中国传统数学的重要著作，其中有一道题，原文是：“今有木，引绳度之，余绳四尺五寸，不足一尺，木长几何？”意思是：用一根绳子去量一根木头的长；将绳子对折再量木头，则木头还剩余 1 尺，绳子长为  $y$  尺，则所列方程组正确的是 ( )

- A.  $\begin{cases} y=x+4.5 \\ 0.5y=x-1 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} y=x+4.5 \\ y=2x-1 \end{cases}$   
 C.  $\begin{cases} y=x-4.5 \\ 0.5y=x+1 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} y=x-4.5 \\ y=2x-1 \end{cases}$

10. (3分) 如图，二次函数：  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象与  $x$  轴交于  $A, B$  两点，与  $y$  轴交于  $C$  点，点  $B$  坐标为  $(-1, 0)$ ，则下面的五个结论：

- ①  $abc < 0$ ； ②  $4a+2b+c > 0$ ； ③ 当  $y < 0$  时； ④  $2c+3b=0$ ； ⑤  $a+b \geq m(am+b)$  ( $m$  为实数) ( )

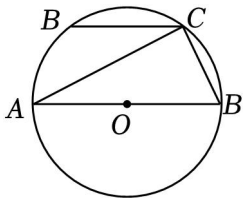


- A. ②③④⑤      B. ①③④⑤      C. ①②④⑤      D. ①②③⑤

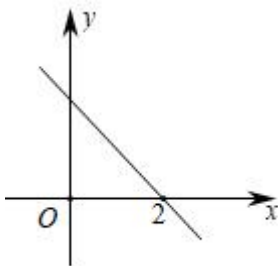
二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. (3 分) 分解因式： $a^3 - a =$ \_\_\_\_\_.

12. (3 分) 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径，弦  $CD \parallel AB$ ，则  $\angle ABC =$ \_\_\_\_\_°.

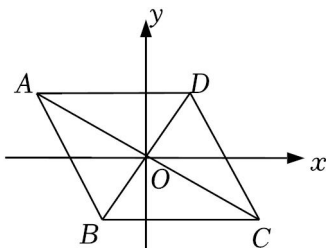


13. (3 分) 一次函数  $y = kx + b$  的图象如图所示，当  $y > 0$  时， $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

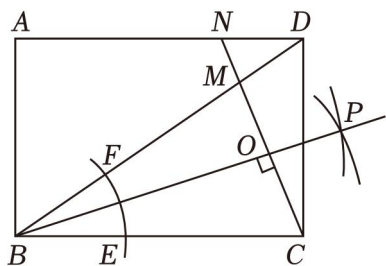


14. (3 分) 关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 + 2x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根，则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. (3 分) 如图：已知点  $A$  的坐标为  $(-3, 2)$ ，菱形  $ABCD$  的对角线交于坐标原点  $O$ ，则  $C$  点的坐标是\_\_\_\_\_.

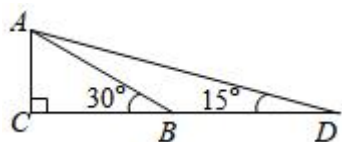


16. (3 分) 如图，矩形  $ABCD$  中， $AB = 6$ ，以点  $B$  为圆心，适当长为半径画弧，交  $BD$  于点  $E, F$ ，再分别以点  $E, F$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}EF$  长为半径画弧交于点  $P$ ，作射线  $BP$ ，交  $AD$  于点  $M, N$ ，则  $CN$  的长为\_\_\_\_\_.



17. (3分) 若有六张完全一样的卡片正面分别写有  $-4, -2, 0, 2, 4, 6$ , 现背面向上  $y = \frac{3-k}{x}$  的图象过第一、三象限的概率为 \_\_\_\_\_.

18. (3分) 构建几何图形解决代数问题是“数形结合”思想的重要应用, 在计算  $\tan 15^\circ$  时, 如图,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ , 连接  $AD$ , 得  $\angle D = 15^\circ$   $\frac{AC}{CD} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}$ . 类比这种方法 \_\_\_\_\_.



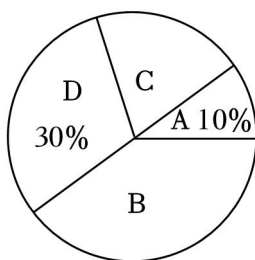
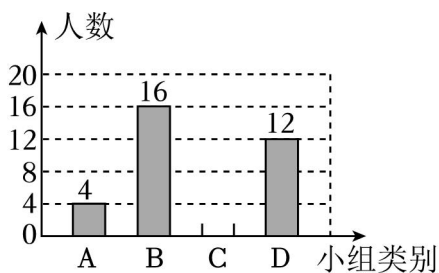
三、解答题 (本大题共 8 个小题, 第 19、20 题每小题 6 分, 第 21、22 题每小题 6 分, 第 23、24 题每小题 6 分, 第 25、26 题每小题 6 分, 共 66 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (6分) 计算:  $(\frac{1}{2})^{-1} - 2\tan 45^\circ + |1-\sqrt{2}| + (\pi - 2024)^0$ .

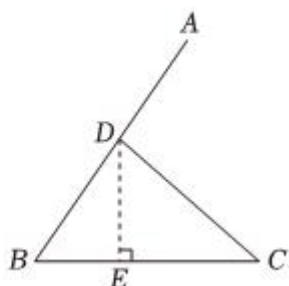
20. (6分) 先化简, 再求值:  $(1 + \frac{1}{x+1}) \div \frac{x^2-4}{x-2}$ , 请在  $-2, 0, 1$  中选择一个你喜欢的数作为  $x$  的值代入, 并求代数式的值.

21. (8分) 为提高学生的综合素养, 某校开设了四个兴趣小组,  $A$  “健美操”、 $B$  “跳绳”、 $C$  “剪纸”、 $D$  “书法”. 为了了解学生对每个兴趣小组的喜爱情况, 并将调查结果绘制出下面不完整的统计图, 请结合图中的信息解答下列问题:

- (1) 本次共调查了 \_\_\_\_\_ 名学生;
- (2) 将条形统计图补充完整;  $C$  组所对应的扇形圆心角为 \_\_\_\_\_ 度;
- (3) 若该校共有学生 1400 人, 则估计该校喜欢跳绳的学生人数约是多少?



22. (8分) 暴雪过后, 校园的两棵风景柏树同时侧倾在一起, 如图 (即  $AB - CD$  的值), 就通过测量得到了以下数据:  $BC = 10.5$  米,  $\angle B \approx 53^\circ$ , 应用以上的数据, 求高树比低树高多少米 (结果精确到  $0.1m$ , 参考数据:  $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$ ,  $\sqrt{2} \approx 1.4$ ).



23. (9分) 为提升学生身体素质, 落实教育部门“在校学生每天锻炼时间不少于 1 小时”的文件精神. 某校利用课后服务时间, 在九年级开展“体育赋能, 共 14 个班级参加.

(1) 比赛积分规定: 每场比赛都要分出胜负, 胜一场积 4 分, 负一场积 2 分. 某班级在 13 场比赛中获  
得总积分为 44 分

(2) 投篮得分规则: 在 3 分线外投篮, 投中一球可得 3 分, 在 3 分线内 (含 3 分线), 投中一球可得 2 分, 某班级在其中一场比赛中 (只有 2 分球和 3 分球), 所得总分不少于 60 分, 问该班级这场比赛中至少投中了多少个 3 分球?

24. (9分) 【问题呈现】

如图,  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  是有公共顶点的直角三角形,  $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ,  $BD$  的位置关系.

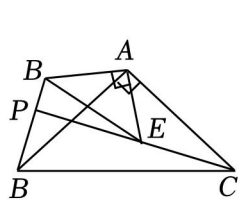


图1

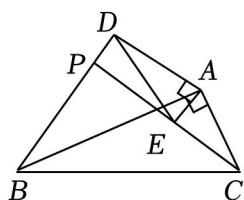
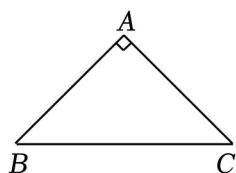


图2



备用图

【问题探究】

(1) 如图 1, 若  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  是等腰直角三角形, 求证:  $CP \perp BD$ ;

(2) 如图 2, 若  $\angle ABC = \angle ADE = 26^\circ$ , (1) 中结论  $CP \perp BD$  是否仍然成立? 请说明理由;

【拓展应用】

(3) 在 (1) 的条件下,  $AB = 8$ , 将  $\triangle ADE$  绕点  $A$  旋转, 使点  $E$  恰好落在线段  $AB$  上

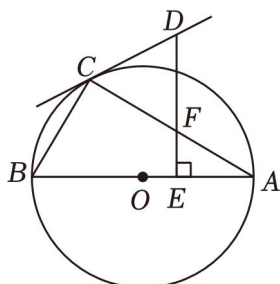
25. (10分) 如图,  $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆,  $AB$  是  $\odot O$  的直径

(1) 求证:  $CD$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 过点  $D$  作  $DE \perp AB$ , 垂足为  $E$ ,  $DE$  交  $AC$  于点  $F$ .

①求证： $AF \cdot CF = 2DF \cdot EF$ ;

②若  $CD = 20$ ,  $\sin A = \frac{3}{5}$ , 求  $CF$  的长.



26. (10分) 定义：形如  $y = |x|$  ( $|x|$  为用自变量表示的代数式) 的函数叫做“翻折函数”. “翻折函数”本质

是分段函数. 例如, 函数  $y = |x - 1|$ ,  $y = \left| \frac{2}{x} \right|^2 - x - 2$  都是“翻折函数”. 可以将“翻折函数”  $y = |x|$  写成

分段函数的形式：
$$y = |x| = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}.$$

探索并解决下列问题：

(1) 将“翻折函数”  $y = |x - 1|$  写成分段函数的形式；

(2) 若“翻折函数”函数  $y = |x^2 - x - 2|$  的图象与直线  $y = x + m$  恰有 4 个公共点，求  $m$  的取值范围；

(3) 已知函数  $y = |-x^2 + 2x + 3|$  的图象与  $y$  轴交于  $F$  点，与  $x$  轴交于  $M, N$  两点 (点  $M$  在点  $N$  的左边)  $y = |-x^2 + 2x + 3|$  的图象上 (点  $P$  与点  $F$  不重合)， $PH \perp x$  轴，垂足为  $H$ . 若  $\triangle PMH$  与  $\triangle MOF$  相似

## 2024年湖南省衡阳市部分学校中考数学联考试卷（二）

参考答案与试题解析

一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的，请在答题卡中填涂符合题意的选项.本大题共10个小题，每小题3分，共30分）

1.（3分）2024的相反数是（ ）

- A. 2024                      B. -2024                      C.  $\frac{1}{2024}$                       D.  $-\frac{1}{2024}$

【解答】解：2024的相反数是-2024，

故选：B.

2.（3分）下列运算正确的是（ ）

- A.  $a^2+a^3=2a^6$                       B.  $(b^2)^3=b^5$   
C.  $a^6 \div a^2=a^3$                       D.  $(-2a)^2=4a^2$

【解答】解：A、 $a^2$ 与 $a^3$ 不是同类项，不能进行合并，不符合题意；

B、 $(b^3)^3=b^9$ ，故B项运算错误，不符合题意；

C、 $a^8 \div a^2=a^6$ ，故C项运算错误，不符合题意；

D、 $(-2a)^2=4a^2$ ，故D项运算正确，符合题意；

故选：D.

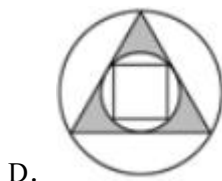
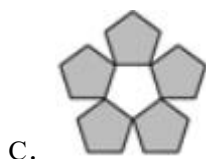
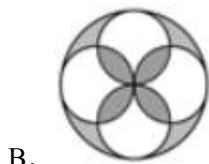
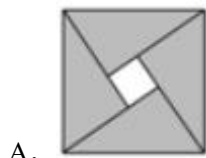
3.（3分）2015年初，一列CRH5型高速车组进行了“300000公里正线运动考核”标志着中国高速快车从“中国制造”到“中国创造”的飞跃，将300000用科学记数法表示为（ ）

- A.  $3 \times 10^5$                       B.  $3 \times 10^4$                       C.  $0.3 \times 10^5$                       D.  $30 \times 10^4$

【解答】解： $300000=3 \times 10^5$ ，

故选：A.

4.（3分）下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



【解答】解：A. 不是轴对称图形，故本选项不合题意；

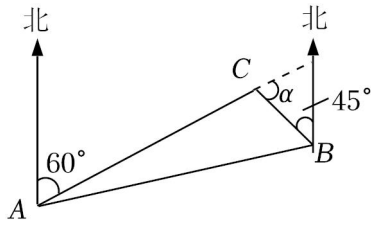
B. 既是轴对称图形，故本选项符合题意；

C. 是轴对称图形，故本选项不合题意；

D. 是轴对称图形，故本选项不合题意.

故选：B.

5. (3分) 如图，一航班沿北偏东  $60^\circ$  方向从 A 地飞往 C 地，到达 C 地上空时，准备备降 B 地，已知 C 地在 B 地的北偏西  $45^\circ$  方向 ( )



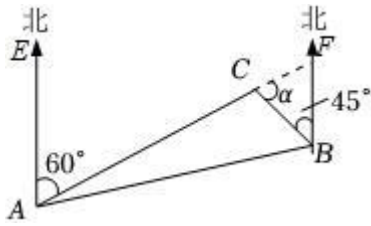
A.  $60^\circ$

B.  $75^\circ$

C.  $80^\circ$

D.  $105^\circ$

【解答】解：如图：



由题意得： $\angle EAC = 60^\circ$ ， $\angle CBF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle EAB + \angle ABF = 180^\circ$ ，

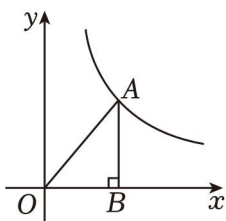
$\therefore \angle CAB + \angle CBA = 180^\circ - \angle EAC - \angle CBF = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle \alpha$  是  $\triangle ACB$  的一个外角，

$\therefore \angle \alpha = \angle CAB + \angle CBA = 75^\circ$ ，

故选：B.

6. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A 在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数， $k > 0$ ， $x > 0$ )，过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为  $B(\frac{3}{4})$ ，则  $k$  的值 ( )





- A.  $\frac{3}{2}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{3}{8}$                       D.  $\frac{3}{16}$

【解答】解： $\triangle AOB$  的面积为  $\frac{|k|}{2} = \frac{k}{2} = \frac{2}{4}$ ,

所以  $k = \frac{3}{2}$ .

故选：A.

7. (3分) 下列说法正确的是 ( )

- A. 某彩票的中奖机会是 0.1%，买 10000 张一定会中奖  
 B. “水在一个标准大气压下，温度为  $-10^{\circ}\text{C}$  时不结冰” 是不可能事件  
 C. 为检验某品牌 LED 灯管的使用寿命，采用普查的调查方式比较合适  
 D. “如果  $x, y$  是实数，那么  $x+y=y+x$ ” 是随机事件

【解答】解：A、某彩票的中奖机会是 0.1%，故本选项不符合题意；

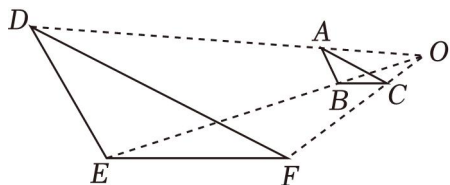
B、“水在一个标准大气压下，故本选项符合题意；

C、为检验某品牌 LED 灯管的使用寿命，故本选项不符合题意；

D、“如果  $x$ ，那么  $x+y=y+x$ ” 是必然事件.

故选：B.

8. (3分) 如图， $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  是位似图形，位似中心为点  $O$ . 若  $OA:AD=1:3$ ，则  $\triangle DEF$  的周长为 ( )



- A. 18                      B. 27                      C. 32                      D. 36

【解答】解： $\because \triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  是位似图形，点  $O$  是位似中心，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$ ,  $AC \parallel DF$ ,

$\because OA:AD=1:3$ ,

$\therefore OA:OD=1:4$ ,

$\therefore \frac{AC}{DF} = \frac{OA}{OD} = \frac{1}{4}$ ,

$\therefore \frac{\triangle ABC \text{ 的周长}}{\triangle DEF \text{ 的周长}} = \frac{1}{4}$ ,

$\because \triangle ABC$  的周长为 5，

$\therefore \triangle DEF$  的周长为 20.

故选：D.

9. (3分)《孙子算经》是中国传统数学的重要著作，其中有一道题，原文是：“今有木，引绳度之，余绳四尺五寸，不足一尺，木长几何？”意思是：用一根绳子去量一根木头的长；将绳子对折再量木头，则木头还剩余1尺，绳子长为 $y$ 尺，则所列方程组正确的是（ ）

A.  $\begin{cases} y=x+4.5 \\ 0.5y=x-1 \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} y=x+4.5 \\ y=2x-1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} y=x-4.5 \\ 0.5y=x+1 \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} y=x-4.5 \\ y=2x-1 \end{cases}$

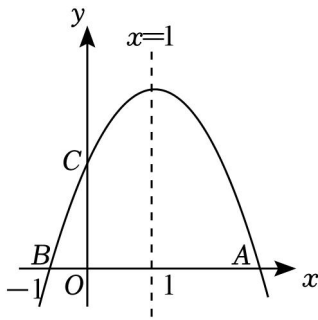
【解答】解：由题意可得，

$$\begin{cases} y=x+4.5 \\ 3.5y=x-1 \end{cases}$$

故选：A.

10. (3分)如图，二次函数： $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象与 $x$ 轴交于 $A$ 、 $B$ 两点，与 $y$ 轴交于 $C$ 点，点 $B$ 坐标为 $(-1, 0)$ ，则下面的五个结论：

- ① $abc < 0$ ；② $4a+2b+c > 0$ ；③当 $y < 0$ 时；④ $2c+3b=0$ ；⑤ $a+b \geq m(am+b)$  ( $m$ 为实数) ( )



- A. ②③④⑤                      B. ①③④⑤                      C. ①②④⑤                      D. ①②③⑤

【解答】解： $\because$ 抛物线的开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore \text{对称轴为 } x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a > 0,$$

$\because$ 抛物线与 $y$ 轴交于正半轴，

$$\therefore c > 0,$$

$\therefore abc < 0$ ，故①正确；

$\because$ 对称轴为 $x=1$ ，

$\therefore x=3$ 与 $x=0$ 的函数值相等，即： $4a+2b+c=c > 0$ ；

$\because$ 点 $(-1, 6)$ 关于 $x=1$ 的对称点为 $(3,$

∴当  $y < 2$  时,  $x < -1$  或  $x > 3$ ;

∴图象过点  $(-6, 0)$ ,

$$\therefore a - b + c = -\frac{1}{2}b - b + c = -\frac{3b}{2} + c = 3,$$

∴  $2c - 3b = 7$ ; 故④错误;

∴抛物线的开口向下,

∴当  $x = 1$  时, 函数值最大,

$$\text{即: } a + b + c \geq am^2 + bm + c,$$

∴  $a + b \geq m(am + b)$ ; 故⑤正确;

综上, 正确的结论是①②③⑤;

故选: D.

## 二、填空题 (本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) 分解因式:  $a^3 - a = \underline{a(a+1)(a-1)}$ .

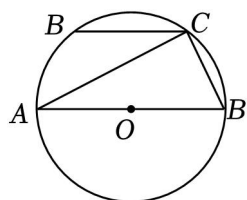
**【解答】**解:  $a^3 - a$ ,

$$= a(a^2 - 1),$$

$$= a(a+1)(a-1).$$

故答案为:  $a(a+1)(a-1)$ .

12. (3 分) 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 弦  $CD \parallel AB$ , 则  $\angle ABC = \underline{64}^\circ$ .



**【解答】**解: ∵  $CD \parallel AB$ ,  $\angle ACD = 26^\circ$ ,

$$\therefore \angle CAB = \angle ACD = 26^\circ,$$

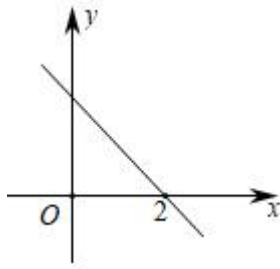
∵  $AB$  是  $\odot O$  的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB - \angle CAB = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ,$$

故答案为: 64.

13. (3 分) 一次函数  $y = kx + b$  的图象如图所示, 当  $y > 0$  时,  $x$  的取值范围是  $\underline{x < 2}$ .



【解答】解：由图象可得，

当  $y > 0$  时， $x$  的取值范围是  $x < 2$ ，

故答案为： $x < 2$ 。

14. (3分) 关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 + 2x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根，则  $k$  的取值范围是  $k > -1$  且  $k \neq 0$ 。

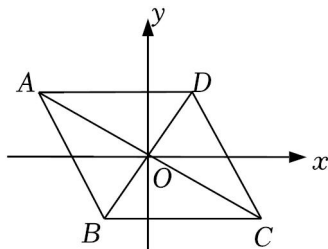
【解答】解：由已知得：
$$\begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac > 0 \end{cases}$$

即 
$$\begin{cases} k \neq 0 \\ 6 + 4k > 0 \end{cases}$$

解得： $k > -1.5$  且  $k \neq 0$ 。

故答案为： $k > -1$  且  $k \neq 0$ 。

15. (3分) 如图：已知点  $A$  的坐标为  $(-3, 2)$ ，菱形  $ABCD$  的对角线交于坐标原点  $O$ ，则  $C$  点的坐标是  $(3, -2)$ 。



【解答】解： $\because$  四边形  $ABCD$  为菱形，

$\therefore OA = OC, OB = OD$ ,

$\because$  点  $O$  为坐标原点，

$\therefore$  点  $A$  和点  $C$  关于原点对称，点  $B$  和点  $D$  关于原点对称，

$\because$  点  $A$  的坐标为  $(-3, 2)$ ，

$\therefore C$  点坐标为  $(3, -2)$ 。

故答案为： $(3, -2)$ 。

16. (3分) 如图，矩形  $ABCD$  中， $AB = 6$ ，以点  $B$  为圆心，适当长为半径画弧，交  $BD$  于点  $E, F$ ，再分别以

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/206004120011010142>