

2024 年湖南省衡阳市部分学校中考数学联考试卷（二）

一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的，请在答题卡中填涂符合题意的选项.本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) 2024 的相反数是 ()

- A. 2024 B. -2024 C. $\frac{1}{2024}$ D. $-\frac{1}{2024}$

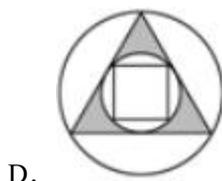
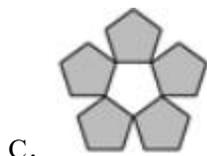
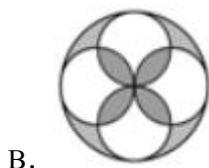
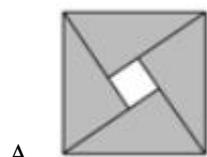
2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2+a^3=2a^6$ B. $(b^2)^3=b^5$
C. $a^6 \div a^2=a^3$ D. $(-2a)^2=4a^2$

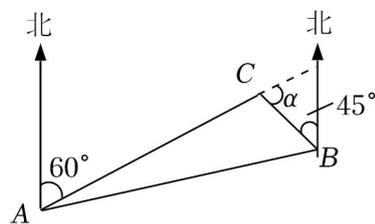
3. (3 分) 2015 年初，一列 CRH5 型高速车组进行了“300000 公里正线运动考核”标志着中国高速快车从“中国制造”到“中国创造”的飞跃，将 300000 用科学记数法表示为 ()

- A. 3×10^5 B. 3×10^4 C. 0.3×10^5 D. 30×10^4

4. (3 分) 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()

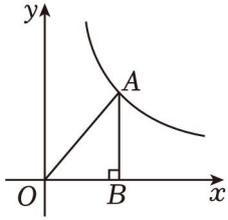


5. (3 分) 如图，一航班沿北偏东 60° 方向从 A 地飞往 C 地，到达 C 地上空时，准备备降 B 地，已知 C 地在 B 地的北偏西 45° 方向 ()



- A. 60° B. 75° C. 80° D. 105°

6. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k > 0$ ， $x > 0$)，过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为 $B\frac{3}{4}$ ，则 k 的值 ()

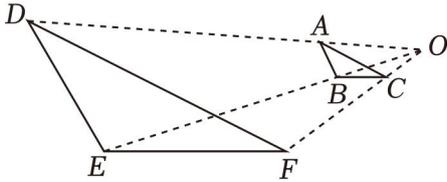


- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{16}$

7. (3分) 下列说法正确的是 ()

- A. 某彩票的中奖机会是 0.1%，买 10000 张一定会中奖
 B. “水在一个标准大气压下，温度为 -10°C 时不结冰” 是不可能事件
 C. 为检验某品牌 LED 灯管的使用寿命，采用普查的调查方式比较合适
 D. “如果 x, y 是实数，那么 $x+y=y+x$ ” 是随机事件

8. (3分) 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形，位似中心为点 O 。若 $OA:AD=1:3$ ，则 $\triangle DEF$ 的周长为 ()



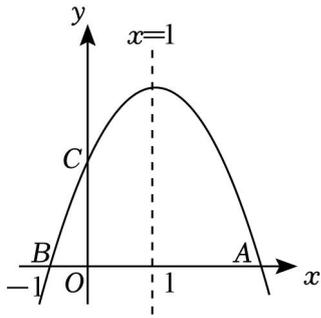
- A. 18 B. 27 C. 32 D. 36

9. (3分) 《孙子算经》是中国传统数学的重要著作，其中有一道题，原文是：“今有木，引绳度之，余绳四尺五寸，不足一尺，木长几何？”意思是：用一根绳子去量一根木头的长；将绳子对折再量木头，则木头还剩余 1 尺，绳子长为 y 尺，则所列方程组正确的是 ()

- A. $\begin{cases} y=x+4.5 \\ 0.5y=x-1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y=x+4.5 \\ y=2x-1 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} y=x-4.5 \\ 0.5y=x+1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y=x-4.5 \\ y=2x-1 \end{cases}$

10. (3分) 如图，二次函数： $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴交于 C 点，点 B 坐标为 $(-1, 0)$ ，则下面的五个结论：

- ① $abc < 0$ ； ② $4a+2b+c > 0$ ； ③ 当 $y < 0$ 时； ④ $2c+3b=0$ ； ⑤ $a+b \geq m(am+b)$ (m 为实数) ()

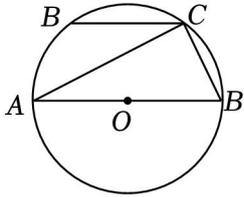


- A. ②③④⑤ B. ①③④⑤ C. ①②④⑤ D. ①②③⑤

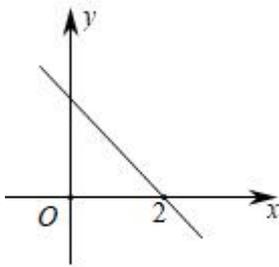
二、填空题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. (3 分) 分解因式： $a^3 - a =$ _____.

12. (3 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \parallel AB$ ，则 $\angle ABC =$ _____°.

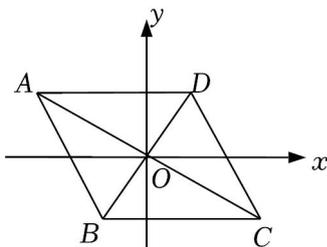


13. (3 分) 一次函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示，当 $y > 0$ 时， x 的取值范围是_____.

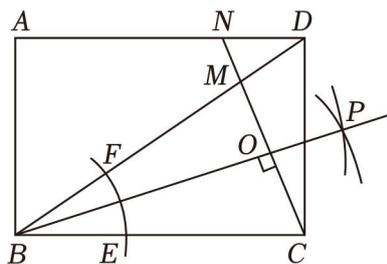


14. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是_____.

15. (3 分) 如图：已知点 A 的坐标为 $(-3, 2)$ ，菱形 $ABCD$ 的对角线交于坐标原点 O ，则 C 点的坐标是_____.

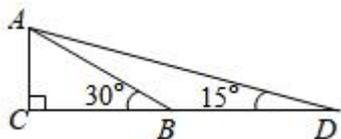


16. (3 分) 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ，以点 B 为圆心，适当长为半径画弧，交 BD 于点 E, F ，再分别以点 E, F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 长为半径画弧交于点 P ，作射线 BP ，交 AD 于点 M, N ，则 CN 的长为_____.



17. (3分) 若有六张完全一样的卡片正面分别写有 $-4, -2, 0, 2, 4, 6$, 现背面向上 $y = \frac{3-k}{x}$ 的图象过第一、三象限的概率为 _____.

18. (3分) 构建几何图形解决代数问题是“数形结合”思想的重要应用, 在计算 $\tan 15^\circ$ 时, 如图, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, 连接 AD , 得 $\angle D = 15^\circ$ $\frac{AC}{CD} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}$. 类比这种方法 _____.



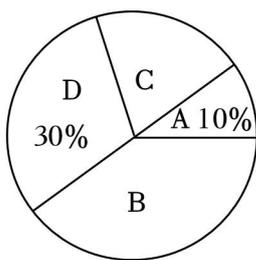
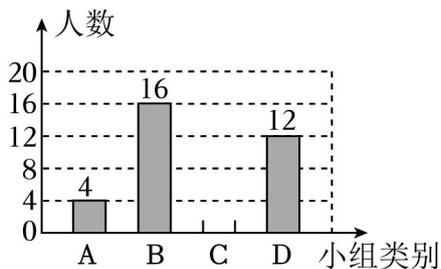
三、解答题 (本大题共 8 个小题, 第 19、20 题每小题 6 分, 第 21、22 题每小题 6 分, 第 23、24 题每小题 6 分, 第 25、26 题每小题 6 分, 共 66 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (6分) 计算: $(\frac{1}{2})^{-1} - 2\tan 45^\circ + |1-\sqrt{2}| + (\pi - 2024)^0$.

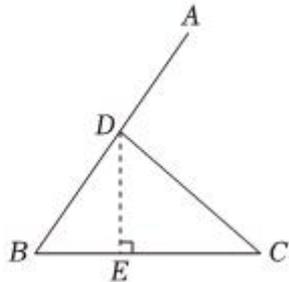
20. (6分) 先化简, 再求值: $(1 + \frac{1}{x+1}) \div \frac{x^2-4}{x-2}$, 请在 $-2, 0, 1$ 中选择一个你喜欢的数作为 x 的值代入, 并求代数式的值.

21. (8分) 为提高学生的综合素养, 某校开设了四个兴趣小组, A “健美操”、 B “跳绳”、 C “剪纸”、 D “书法”. 为了了解学生对每个兴趣小组的喜爱情况, 并将调查结果绘制出下面不完整的统计图, 请结合图中的信息解答下列问题:

- (1) 本次共调查了 _____ 名学生;
- (2) 将条形统计图补充完整; C 组所对应的扇形圆心角为 _____ 度;
- (3) 若该校共有学生 1400 人, 则估计该校喜欢跳绳的学生人数约是多少?



22. (8分) 暴雪过后, 校园的两棵风景柏树同时侧倾在一起, 如图 (即 $AB - CD$ 的值), 就通过测量得到了以下数据: $BC = 10.5$ 米, $\angle B \approx 53^\circ$, 应用以上的数据, 求高树比低树高多少米 (结果精确到 $0.1m$, 参考数据: $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$, $\sqrt{2} \approx 1.4$).



23. (9分) 为提升学生身体素质, 落实教育部门“在校学生每天锻炼时间不少于 1 小时”的文件精神. 某校利用课后服务时间, 在九年级开展“体育赋能, 共 14 个班级参加.

(1) 比赛积分规定: 每场比赛都要分出胜负, 胜一场积 4 分, 负一场积 2 分. 某班级在 13 场比赛中获
得总积分为 44 分

(2) 投篮得分规则: 在 3 分线外投篮, 投中一球可得 3 分, 在 3 分线内 (含 3 分线), 投中一球可得 2 分, 某班级在其中一场比赛中 (只有 2 分球和 3 分球), 所得总分不少于 60 分, 问该班级这场比赛中至少投中了多少个 3 分球?

24. (9分) 【问题呈现】

如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是有公共顶点的直角三角形, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, BD 的位置关系.

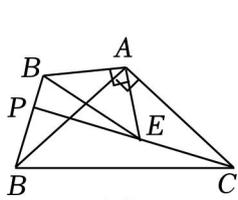


图1

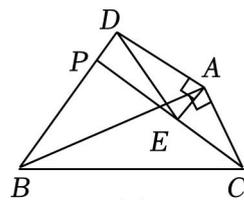
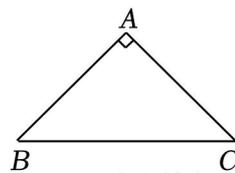


图2



备用图

【问题探究】

(1) 如图 1, 若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是等腰直角三角形, 求证: $CP \perp BD$;

(2) 如图 2, 若 $\angle ABC = \angle ADE = 26^\circ$, (1) 中结论 $CP \perp BD$ 是否仍然成立? 请说明理由;

【拓展应用】

(3) 在 (1) 的条件下, $AB = 8$, 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转, 使点 E 恰好落在线段 AB 上

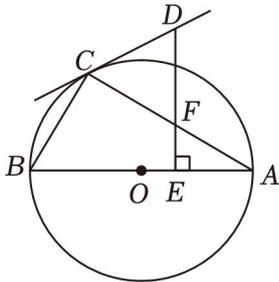
25. (10分) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是 $\odot O$ 的直径

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足为 E , DE 交 AC 于点 F .

①求证： $AF \cdot CF = 2DF \cdot EF$;

②若 $CD = 20$, $\sin A = \frac{3}{5}$, 求 CF 的长.



26. (10分) 定义：形如 $y = |x|$ ($|x|$ 为用自变量表示的代数式) 的函数叫做“翻折函数”. “翻折函数”本质是分段函数. 例如, 函数 $y = |x - 1|$, $y = \left| \frac{2}{x} \right|^2 - x - 2$ 都是“翻折函数”. 可以将“翻折函数” $y = |x|$ 写成分段函数的形式:

$$y = |x| = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}.$$

探索并解决下列问题:

(1) 将“翻折函数” $y = |x - 1|$ 写成分段函数的形式;

(2) 若“翻折函数”函数 $y = |x^2 - x - 2|$ 的图象与直线 $y = x + m$ 恰有 4 个公共点, 求 m 的取值范围;

(3) 已知函数 $y = |-x^2 + 2x + 3|$ 的图象与 y 轴交于 F 点, 与 x 轴交于 M, N 两点 (点 M 在点 N 的左边) $y = |-x^2 + 2x + 3|$ 的图象上 (点 P 与点 F 不重合), $PH \perp x$ 轴, 垂足为 H . 若 $\triangle PMH$ 与 $\triangle MOF$ 相似

2024年湖南省衡阳市部分学校中考数学联考试卷（二）

参考答案与试题解析

一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的，请在答题卡中填涂符合题意的选项.本大题共10个小题，每小题3分，共30分）

1.（3分）2024的相反数是（ ）

- A. 2024 B. -2024 C. $\frac{1}{2024}$ D. $-\frac{1}{2024}$

【解答】解：2024的相反数是-2024，

故选：B.

2.（3分）下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2+a^3=2a^6$ B. $(b^2)^3=b^5$
C. $a^6\div a^2=a^3$ D. $(-2a)^2=4a^2$

【解答】解：A、 a^2 与 a^3 不是同类项，不能进行合并，不符合题意；

B、 $(b^3)^3=b^9$ ，故B项运算错误，不符合题意；

C、 $a^8\div a^2=a^6$ ，故C项运算错误，不符合题意；

D、 $(-2a)^2=4a^2$ ，故D项运算正确，符合题意；

故选：D.

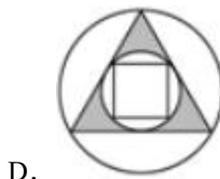
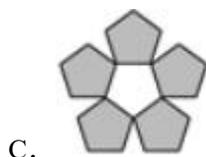
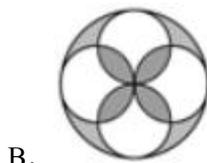
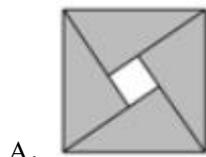
3.（3分）2015年初，一列CRH5型高速车组进行了“300000公里正线运动考核”标志着中国高速快车从“中国制造”到“中国创造”的飞跃，将300000用科学记数法表示为（ ）

- A. 3×10^5 B. 3×10^4 C. 0.3×10^5 D. 30×10^4

【解答】解： $300000=3\times 10^5$ ，

故选：A.

4.（3分）下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



【解答】解：A. 不是轴对称图形，故本选项不合题意；

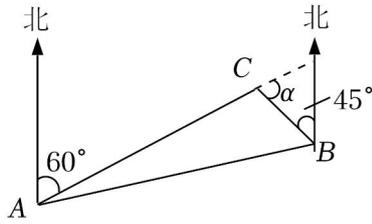
B. 既是轴对称图形，故本选项符合题意；

C. 是轴对称图形，故本选项不合题意；

D. 是轴对称图形，故本选项不合题意.

故选：B.

5. (3分) 如图，一航班沿北偏东 60° 方向从 A 地飞往 C 地，到达 C 地上空时，准备备降 B 地，已知 C 地在 B 地的北偏西 45° 方向 ()



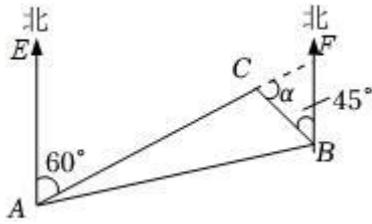
A. 60°

B. 75°

C. 80°

D. 105°

【解答】解：如图：



由题意得： $\angle EAC = 60^\circ$ ， $\angle CBF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle EAB + \angle ABF = 180^\circ$ ，

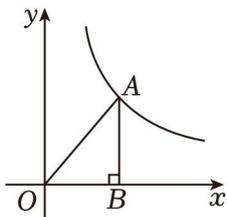
$\therefore \angle CAB + \angle CBA = 180^\circ - \angle EAC - \angle CBF = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle \alpha$ 是 $\triangle ACB$ 的一个外角，

$\therefore \angle \alpha = \angle CAB + \angle CBA = 75^\circ$ ，

故选：B.

6. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k > 0$ ， $x > 0$)，过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为 $B(\frac{3}{4})$ ，则 k 的值 ()



- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{3}{16}$

【解答】解： $\triangle AOB$ 的面积为 $\frac{|k|}{2} = \frac{k}{2} = \frac{2}{4}$,

所以 $k = \frac{3}{2}$.

故选：A.

7. (3分) 下列说法正确的是 ()

- A. 某彩票的中奖机会是 0.1%，买 10000 张一定会中奖
 B. “水在一个标准大气压下，温度为 -10°C 时不结冰” 是不可能事件
 C. 为检验某品牌 LED 灯管的使用寿命，采用普查的调查方式比较合适
 D. “如果 x, y 是实数，那么 $x+y=y+x$ ” 是随机事件

【解答】解：A、某彩票的中奖机会是 0.1%，故本选项不符合题意；

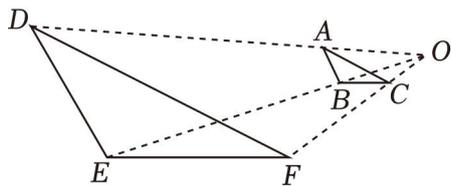
B、“水在一个标准大气压下，故本选项符合题意；

C、为检验某品牌 LED 灯管的使用寿命，故本选项不符合题意；

D、“如果 x ，那么 $x+y=y+x$ ” 是必然事件.

故选：B.

8. (3分) 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形，位似中心为点 O . 若 $OA:AD=1:3$ ，则 $\triangle DEF$ 的周长为 ()



- A. 18 B. 27 C. 32 D. 36

【解答】解： $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形，点 O 是位似中心，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$, $AC \parallel DF$,

$\because OA:AD=1:3$,

$\therefore OA:OD=1:4$,

$\therefore \frac{AC}{DF} = \frac{OA}{OD} = \frac{1}{4}$,

$\therefore \frac{\triangle ABC \text{ 的周长}}{\triangle DEF \text{ 的周长}} = \frac{1}{4}$,

$\because \triangle ABC$ 的周长为 5，

$\therefore \triangle DEF$ 的周长为 20.

故选：D.

9. (3分)《孙子算经》是中国传统数学的重要著作，其中有一道题，原文是：“今有木，引绳度之，余绳四尺五寸，不足一尺，木长几何？”意思是：用一根绳子去量一根木头的长；将绳子对折再量木头，则木头还剩余1尺，绳子长为 y 尺，则所列方程组正确的是（ ）

A. $\begin{cases} y=x+4.5 \\ 0.5y=x-1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y=x+4.5 \\ y=2x-1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y=x-4.5 \\ 0.5y=x+1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y=x-4.5 \\ y=2x-1 \end{cases}$

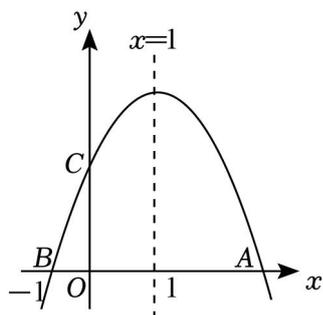
【解答】解：由题意可得，

$$\begin{cases} y=x+4.5 \\ 3.5y=x-1 \end{cases}$$

故选：A.

10. (3分)如图，二次函数： $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于 C 点，点 B 坐标为 $(-1, 0)$ ，则下面的五个结论：

- ① $abc < 0$ ；② $4a+2b+c > 0$ ；③当 $y < 0$ 时；④ $2c+3b=0$ ；⑤ $a+b \geq m(am+b)$ (m 为实数)（ ）



- A. ②③④⑤ B. ①③④⑤ C. ①②④⑤ D. ①②③⑤

【解答】解： \because 抛物线的开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore \text{对称轴为 } x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a > 0,$$

\because 抛物线与 y 轴交于正半轴，

$$\therefore c > 0,$$

$\therefore abc < 0$ ，故①正确；

\because 对称轴为 $x=1$ ，

$\therefore x=3$ 与 $x=0$ 的函数值相等，即： $4a+2b+c=c > 0$ ；

\because 点 $(-1, 6)$ 关于 $x=1$ 的对称点为 $(3, 6)$ ，

∴当 $y < 2$ 时, $x < -1$ 或 $x > 3$;

∴图象过点 $(-6, 0)$,

$$\therefore a - b + c = -\frac{1}{2}b - b + c = -\frac{3b}{2} + c = 3,$$

∴ $2c - 3b = 7$; 故④错误;

∴抛物线的开口向下,

∴当 $x = 1$ 时, 函数值最大,

$$\text{即: } a + b + c \geq am^2 + bm + c,$$

∴ $a + b \geq m(am + b)$; 故⑤正确;

综上, 正确的结论是①②③⑤;

故选: D.

二、填空题 (本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3分) 分解因式: $a^3 - a = \underline{a(a+1)(a-1)}$.

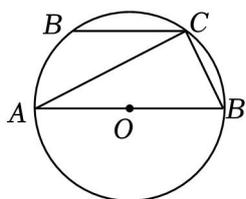
【解答】解: $a^3 - a$,

$$= a(a^2 - 1),$$

$$= a(a+1)(a-1).$$

故答案为: $a(a+1)(a-1)$.

12. (3分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \parallel AB$, 则 $\angle ABC = \underline{64}^\circ$.



【解答】解: ∵ $CD \parallel AB$, $\angle ACD = 26^\circ$,

$$\therefore \angle CAB = \angle ACD = 26^\circ,$$

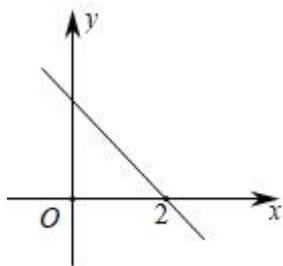
∵ AB 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB - \angle CAB = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ,$$

故答案为: 64.

13. (3分) 一次函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示, 当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 $\underline{x < 2}$.



【解答】解：由图象可得，

当 $y > 0$ 时， x 的取值范围是 $x < 2$ ，

故答案为： $x < 2$ 。

14. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是 $k > -1$ 且 $k \neq 0$ 。

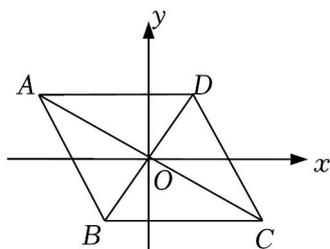
【解答】解：由已知得：
$$\begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac > 0 \end{cases}$$

即
$$\begin{cases} k \neq 0 \\ 6 + 4k > 0 \end{cases}$$

解得： $k > -1.5$ 且 $k \neq 0$ 。

故答案为： $k > -1$ 且 $k \neq 0$ 。

15. (3分) 如图：已知点 A 的坐标为 $(-3, 2)$ ，菱形 $ABCD$ 的对角线交于坐标原点 O ，则 C 点的坐标是 $(3, -2)$ 。



【解答】解： \because 四边形 $ABCD$ 为菱形，

$\therefore OA = OC, OB = OD$,

\because 点 O 为坐标原点，

\therefore 点 A 和点 C 关于原点对称，点 B 和点 D 关于原点对称，

\because 点 A 的坐标为 $(-3, 2)$ ，

$\therefore C$ 点坐标为 $(3, -2)$ 。

故答案为： $(3, -2)$ 。

16. (3分) 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ，以点 B 为圆心，适当长为半径画弧，交 BD 于点 E, F ，再分别以

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/206004120011010142>