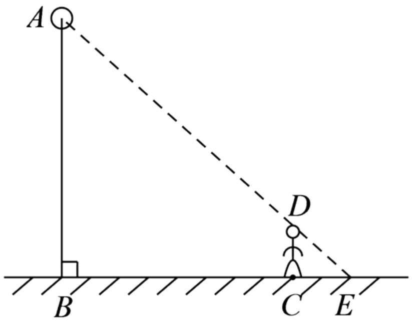
# 专题22 图形的相似 2023年中考数学一轮复习专题训练（北京专用）

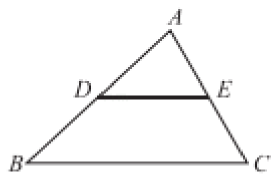
## 一、单选题

1．（2021九上·密云期末）如图，身高1.6米的小慧同学从一盏路灯下的B处向前走了8米到达点C处时，发现自己在地面上的影子CE的长是2米，则路灯AB的高为（　　）




A．5米　　B．6.4米　　C．8米　　D．10米

2．（2022八下·大兴期中）如图，D，E分别是△ABC的边AB，AC的中点，下列结论错误的是（　　）




A．DE∥BC

B．DE＝$\frac{1}{2}$BC

C．△ADE的周长是△ABC周长的一半

D．S△ADE＝$\frac{1}{2}$S△ABC

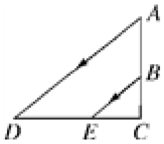
3．（2022九上·昌平期中）如果一个矩形的宽与长的比等于黄金数$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$（约为0.618），就称这个矩形为黄金矩形．若矩形ABCD为黄金矩形，宽AD＝$\sqrt{5}$－1，则长AB为（　　）

A．1　　B．－1　　C．2　　D．－2

4．（2022九上·昌平期中）下列各组线段中，成比例的是（　　）

A．1，2，2，4　　B．1，2，3，4　　C．3，5，9，13　　D．1，2， 2，3

5．（2022九下·北京市开学考）如图，阳光从教室的窗户射入室内，窗户框AB在地面上的影子长DE＝1.8m，窗户下沿到地面的距离BC＝1m，EC＝1.2m，那么窗户的高AB为（　　）




A．1.5m　　B．1.6m　　C．1.86m　　D．2.16m

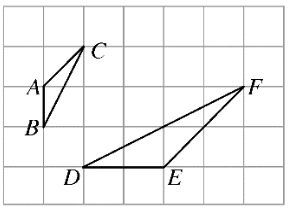
6．（2021九上·密云期末）如果4m=5n（n≠0），那么下列比例式成立的是（　　）

A．$\frac{m}{4}=\frac{n}{5}$　　B．$\frac{m}{5}=\frac{n}{4}$　　C．$\frac{m}{n}=\frac{4}{5}$　　D．$\frac{m}{4}=\frac{5}{n}$

7．（2021九上·石景山期末）若$2y=5x(xy\neq 0)$，则下列比例式正确的是（　　）

A．$\frac{x}{y}=\frac{5}{2}$　　B．$\frac{x}{5}=\frac{2}{y}$　　C．$\frac{x}{y}=\frac{2}{5}$　　D．$\frac{y}{x}=\frac{2}{5}$

8．（2021九上·密云期末）如图所示的网格是正方形网格，A，B，C，D，E，F是网格线的交点，则△ABC的面积与△DEF的面积比为（　　）




A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．2　　D．4

9．（2021九上·平谷期末）如果3x=5y，则下列比例式成立的是（　　）

A．$\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$　　B．$\frac{x}{y}=\frac{5}{3}$　　C．$\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$　　D．$\frac{3}{x}=\frac{5}{y}$

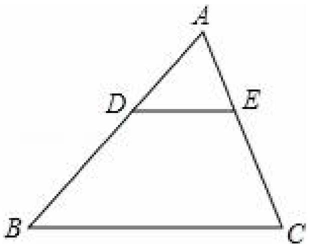
10．（2021九上·顺义期末）如果$3x=4y$（$xy\neq 0$），那么下列比例式中正确的是（　　）

A．$\frac{x}{y}=\frac{3}{4}$　　B．$\frac{y}{x}=\frac{4}{3}$　　C．$\frac{x}{4}=\frac{y}{3}$　　D．$\frac{x}{3}=\frac{y}{4}$

## 二、填空题

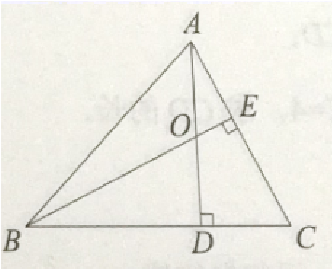
11．（2021九上·门头沟期末）如果两个相似三角形的相似比是1：3，那么这两个相似三角形的周长比是_________．

12．（2022九上·昌平期中）如图，在△ABC中，DE分别与AB、AC相交于点D、E，且DE∥BC，如果$\frac{AD}{DB}=\frac{2}{3}$，那么$\frac{DE}{BC}$=_________．

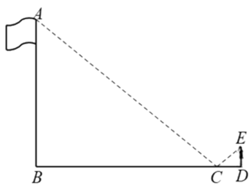



13．（2021 九上·门头沟期末）已知$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，那么$\frac{x+y}{x}=$_________．

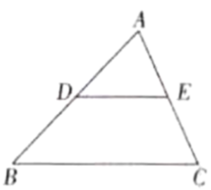
14．（2021 九上·石景山期末）如图，$\triangle ABC$的高 AD，BE 相交于点 O，写出一个与$\triangle AOE$相似的三角形，这个三角形可以是________________________．



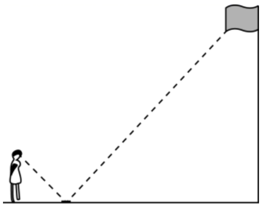

15．（2021 九上·通州期末）如图，在测量旗杆高度的数学活动中，某同学在地面放了一个平面镜 C，然后向后退，直到他刚好在镜子中看到旗杆的顶部 A．如果他的眼睛到地面的距离 ED＝1.6m，同时量得他到平面镜 C 的距离 DC＝2m，平面镜 C 到旗杆的底部 B 的距离 CB＝15m，那么旗杆高度 AB＝_________m．




16．（2021 九上·顺义期末）如图，在$\Delta ABC$中，D，E 分别是边$AB$，$AC$的中点，则$\Delta ADE$与$\Delta ABC$的周长之比等于_________．

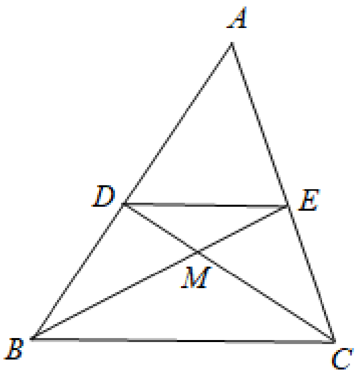



17．（2021 九上·平谷期末）如图，小明在地面上放了一个平面镜，选择合适的位置，刚好在平面镜中看到旗杆的顶部，此时小明与平面镜的水平距离为 2m，旗杆底部与平面镜的水平距离为 12m．若小明的眼睛与地面的距离为 1.5m，则旗杆的高度为_________．（单位：m）

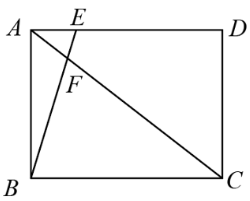


18.（2021 九上·石景山期末）有一块三角形的草坪，其中一边的长为 10m．在这块草坪的图纸上，这条边的长为 5cm．已知图纸上的三角形的周长为 15cm，则这块草坪的周长为__________m．

19.（2021 九上·通州期末）如图，△ABC 的两条中线 BE，CD 交于点 M．某同学得出以下结论：①$DE \parallel BC$；②△ADE∽△ABC；③$\frac{S_{\triangle EMD}}{S_{\triangle EMC}}=\frac{1}{4}$；④$\frac{EM}{EB}=\frac{1}{3}$．其中结论正确的是：__________（只填序号）．




20.（2022·北京市）如图，在矩形$ABCD$中，若$AB=3$，$AC=5$，$\frac{AF}{FC}=\frac{1}{4}$，则$AE$的长为__________．




## 三、综合题

21.（2022·朝阳模拟）已知等腰直角△ABC 中，∠BAC＝90°，AB＝AC，以 A 为顶点作等腰直角△ADE，其中 AD＝DE．

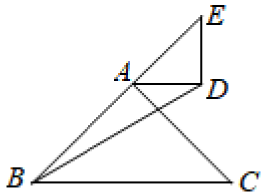



图 1

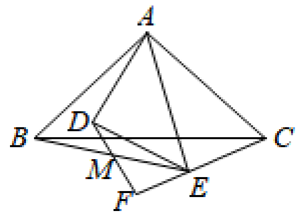



图 2

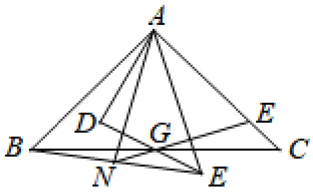



图 3

（1）如图 1，点 E 在 BA 的延长线上，连接 BD，若∠DBC＝30°，若 AB＝6，求 BD 的值；

（2）将等腰直角△ADE 绕点 A 顺时针旋转至图 2，连接 BE，CE，过点 D 作 DF⊥CE 交 CE 的延长线于 F，交 BE 于 M，求证：BM＝$\frac{1}{2}$BE；

（3）如图 3，等腰直角△ADE 的边长和位置发生变化的过程中，DE 边始终经过 BC 的中点 G，连接 BE，N 为 BE 中点，连接 AN，当 AB＝6 且 AN 最长时，连接 NG 并延长交 AC 于点 K，请直接写出△ANK 的面积．

22．（2022 九上·昌平期中）感知：数学课上，老师给出了一个模型：如图 1，点 A 在直线$DE$上，且$\angle BDA=\angle BAC=\angle AEC=90°$，像这种一条直线上的三个顶点含有三个相等的角的模型我们把它称为“一线三等角”模型．

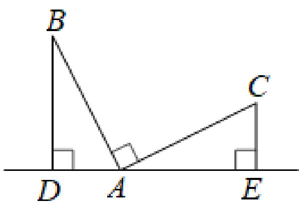



图1

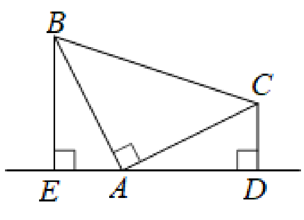



图2

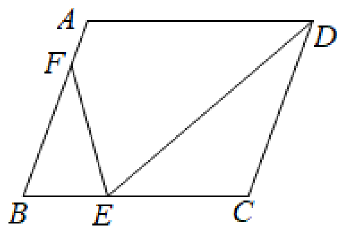



图3

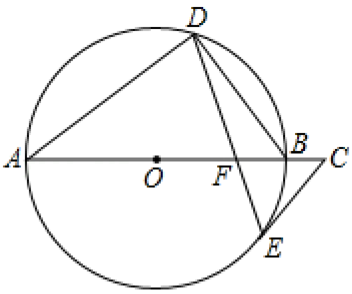
（1）应用：

如图 2，$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$CB=CA$，直线$ED$经过点 C，过 A 作$AD\perp ED$于点 D，过 B 作$BE\perp ED$于点 E．求证：$\triangle BEC\cong\triangle CDA$．

（2）如图 3，在▱$ABCD$中，E 为边$BC$上的一点，F 为边$AB$上的一点．若$\angle DEF=$

$\angle B$，$AB=10$，$BE=6$，求$\dfrac{EF}{DE}$的值.

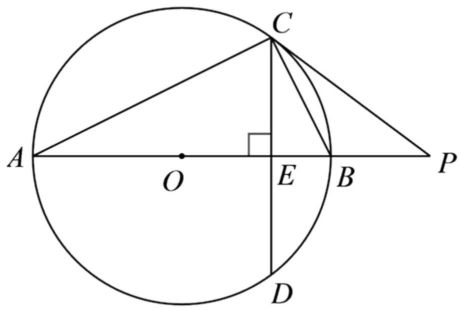
23.（2022·门头沟模拟）如图， $AB$ 是 $\odot O$ 的直径，点 D、E 在 $\odot O$ 上， $\angle A=2\angle BDE$ ，过点 E 作 $\odot O$ 的切线 $EC$ ，交 $AB$ 的延长线于 C.




（1）求证： $\angle C=\angle ABD$ ；

（2）如果 $\odot O$ 的半径为 5. $BF=2$ . 求 $EF$ 的长.

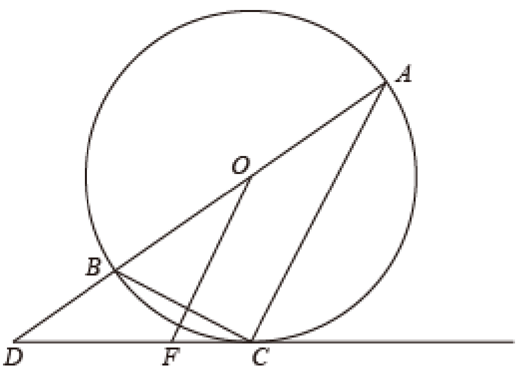
24.（2021 九上·昌平期末）如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，AB 是⊙O 的直径，AB⊥CD 于点 E，P 是 AB 延长线上一点，且∠BCP＝∠BCD




（1）求证：CP 是⊙O 的切线;

（2）连接 DO 并延长，交 AC 于点 F，交⊙O 于点 G，连接 GC 若⊙O 的半径为 5，OE＝3，求 GC 和 OF 的长

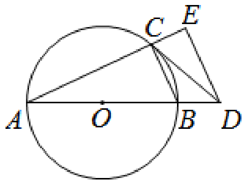
25.（2022·平谷模拟）如图，$AB$ 是⊙$O$ 的直径，$C$ 是⊙$O$ 上一点，过 $C$ 作⊙$O$ 的切线交 $AB$ 的延长线于点 $D$，连接 $AC$、$BC$，过 $O$ 作 $OF$∥$AC$，交 $BC$ 于 $G$，交 $DC$ 于 $F$.




（1）求证：$\angle DCB=\angle DOF$;

（2）若 $\tan\angle A=\dfrac{1}{2}$，$BC=4$，求 $OF$、$DF$ 的长．

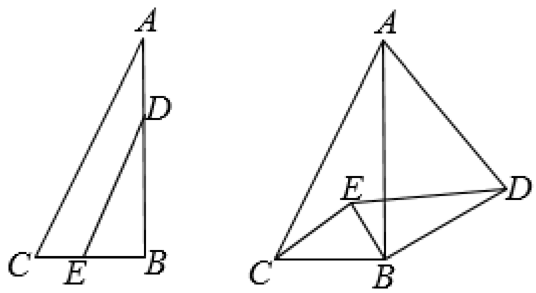
26.（2021 九上·顺义期末）如图，△ABC 内接于⊙O，AB 是⊙O 的直径，作∠BCD＝∠A，CD 与 AB 的延长线交于点 D，DE⊥AC，交 AC 的延长线于点 E．



（1）求证：CD 是⊙O 的切线；

（2）若 CE＝2，DE＝4，求 AC 的长．

27.（2022·朝阳模拟）如图①，Rt△ABC 和 Rt△BDE 重叠放置在一起，∠ABC＝∠DBE＝90°，且 AB＝2BC，BD＝2BE．



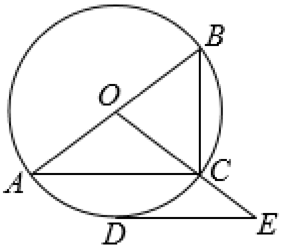
图①　　图②

（1）观察猜想：图①中线段 AD 与 CE 的数量关系是____________，位置关系是__________；

（2）探究证明：把△BDE 绕点 B 顺时针旋转到图②的位置，连接 AD，CE，判断线段 AD 与 CE 的数量关系和位置关系如何，并说明理由；

（3）拓展延伸：若 BC＝$\sqrt{5}$，BE＝1，当旋转角 α＝∠ACB 时，请直接写出线段 AD 的长度．

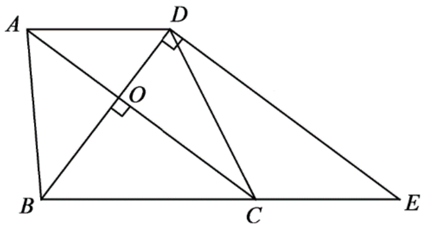
28.（2022·海淀模拟）如图，$\odot O$是$\triangle ABC$的外接圆，AB 是$\odot O$的直径，点 D 为$\overset{\frown}{AC}$的中点，$\odot O$的切线 DE 交 OC 延长线于点 E．



（1）求证：$DE$；

（2）连接 BD 交 AC 于点 P，若$AC=8$，$\cos A=\frac{4}{5}$，求 DE 和 BP 的长．

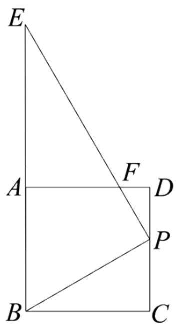
29．（2022·顺义模拟）如图，在四边形 ABCD 中，$AD\parallel BC$，$AC\perp BD$，垂足为 O，过点 D 作 BD 的垂线交 BC 的延长线于点 E．




（1）求证：四边形 ACED 是平行四边形；

（2）若 AC=4，AD=2，$\cos\angle ACB=\frac{4}{5}$，求 BC 的长．

30．（2022 九上·昌平期中）如图，将一个$Rt\triangle BPE$与正方形$ABCD$叠放在一起，并使其直角顶点 P 落在线段$CD$上（不与 C，D 两点重合），斜边的一部分与线段$AB$重合．




（1）图中与$Rt\triangle BCP$相似的三角形共有_________个，分别是____________________________；

（2）请选择第（1）问答案中的任意一个三角形，完成该三角形与$\triangle BCP$相似的证明．

# 答案解析部分

1．【答案】C

【解析】【解答】解：由题意知，CE＝2 米，CD＝1.6 米，BC＝8 米，CD//AB，

则 BE＝BC+CE＝10 米，

∵CD//AB，

∴△ECD∽△EBA

∴$\frac{CD}{AB}$＝$\frac{CE}{BE}$，即$\frac{1.6}{AB}$＝$\frac{2}{10}$，

解得 AB＝8（米），即路灯的高 AB 为 8 米．

故答案为：C．

【分析】先证明△ECD∽△EBA，再利用相似三角形的性质可得$\frac{CD}{AB}$＝$\frac{CE}{BE}$，再将数据代入计算即可。

2．【答案】D

【解析】【解答】解：∵D、E 是 AB、AC 的中点，

∴DE 为△ABC 的中位线，

∴DE∥BC 且$DE=\frac{1}{2}BC$，选项 A、B 不符合题意；

∴△ABC~△ADE，

∴$\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$，

∴$C_{\triangle ADE}=AD+DE+AE=\frac{1}{2}AB+\frac{1}{2}BC+\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}C_{\triangle ABC}$，选项 C 不符合题意；

∴由中位线的性质可得：设△ADE 中 DE 边上的高为 h，则△ABC 边上的高为 2h，

$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}DE\cdot h=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}BC\cdot\frac{1}{2}\cdot 2h=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}BC\cdot 2h=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$，选项 D 符合题意；

故答案为：D.

【分析】易得 DE 为△ABC 的中位线，可得 DE∥BC 且$DE=\frac{1}{2}BC$，据此判断 A、B；利用平行线可证△ABC~△ADE，根据相似三角形的面积比等于相似比的平方，周长比等于相似比即可判断 C、D.

3．【答案】C

【解析】【解答】解：∵黄金矩形的宽与长的比等于黄金数$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

$\therefore AB=(\sqrt{5}-1)\div\frac{\sqrt{5}-1}{2}=2$.

故答案为：C.

【分析】根据黄金矩形的定义可得$\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，再求出 AB 的长即可。

4.【答案】A

【解析】【解答】解：A、1×4=2×2，符合题意；

B、1×4≠2×3，不符合题意；

C、3×13≠5×9，不符合题意；

D、1×3≠2×2，不符合题意.

故答案为：A.

【分析】根据成比例线段的判断方法逐项判断即可。

5.【答案】A

【解析】【解答】∵BE∥AD，

∴△BCE∽△ACD，

$\therefore \frac{CB}{AC}=\frac{CE}{CD}$，即 $\frac{CB}{AB+BC}=\frac{CE}{DE+EC}$，

∵BC=1，DE=1.8，EC=1.2

$\therefore \frac{1}{AB+1}=\frac{1.2}{1.8+1.2}$

∴1.2AB=1.8，

∴AB=1.5m.

故答案为：A.

【分析】先证明△BCE∽△ACD，再利用相似三角形的性质可得 $\frac{CB}{AC}=\frac{CE}{CD}$，即 $\frac{CB}{AB+BC}=\frac{CE}{DE+EC}$，再将数据代入计算可得 $\frac{1}{AB+1}=\frac{1.2}{1.8+1.2}$，最后求出 AB 的长即可。

6.【答案】B

【解析】【解答】解：A. 由$\frac{m}{4}=\frac{n}{5}$，可得$5m=4n$，不符合题意；

B. 由$\frac{m}{5}=\frac{n}{4}$，可得$4m=5n$，符合题意；

C. 由$\frac{m}{n}=\frac{4}{5}$，可得$5m=4n$，不符合题意；

D. 由$\frac{m}{4}=\frac{5}{n}$，可得$nm=4\times5$，不符合题意；

故答案为：B.

【分析】根据比例式的性质逐项判断即可。

7.【答案】C

【解析】【解答】解：A、$\frac{x}{y}=\frac{5}{2}$，得$2x=5y$，A 不符合题意；

B、 $\frac{x}{5}=\frac{2}{y}$，得$xy=10$，B 不符合题意；

C、$\frac{x}{y}=\frac{2}{5}$，得$5x=2y$，C 符合题意；

D、$\frac{y}{x}=\frac{2}{5}$，得$5y=2x$，D 不符合题意；

故答案为：C.

【分析】根据比例式的性质逐项判断即可。

8.【答案】B

【解析】【解答】解：如图，设正方形网格中小方格的边长为 1，

则有 AB=1，BC=$\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，AC=$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，DE=2，EF=$\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

DF=$\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

$\therefore\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{DF}=\frac{AC}{EF}=\frac{1}{2}$，

∴△ABC∽△EDF，

∴$S_{\triangle ABC}$：$S_{\triangle DEF}$=$(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{4}$，

故答案为：B.

【分析】先证明△ABC∽△EDF，再利用相似三角形的性质可得 $S_{\triangle ABC}$：$S_{\triangle DEF}$=$(\frac{1}{2})^2=$

$\frac{1}{4}$。

9. 【答案】B

【解析】【解答】解：A、由$\frac{x}{y}=\frac{3}{5}$得 5x=3y，故本选项不符合题意；

B、由$\frac{x}{y}=\frac{5}{3}$得 3x=5y，故本选项符合题意；

C、由$\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$得 5x=3y，故本选项不符合题意；

D、由$\frac{3}{x}=\frac{5}{y}$得 5x=3y，故本选项不符合题意；

故答案为：B．

【分析】根据比例式的性质逐项判断即可。

10. 【答案】C

【解析】【解答】A、由比例的性质，得 4x=3y 与 3x=4y 不一致，故 A 不符合题意；

B、由比例的性质，得 4x=3y 与 3x=4y 不一致，故 B 不符合题意；

C、由比例的性质，得 3x=4y 与 3x=4y 一致，故 C 符合题意；

D、由比例的性质，得 4x=3y 与 3x=4y 不一致，故 D 不符合题意；

故答案为：C．

【分析】根据比例式的性质逐项判断即可。

11. 【答案】1：3

【解析】【解答】解：∵两个相似三角形的相似比是 1：3

∴这两个相似三角形的周长比是 1：3

故答案为：1：3

【分析】根据相似三角形的性质：相似三角形的周长之比等于相似比即可得到答案。

12. 【答案】$\frac{2}{5}$

【解析】∵$\frac{AD}{DB}=\frac{2}{3}$，∴$\frac{AD}{AB}=\frac{AD}{AD+DB}=\frac{2}{5}$，∵DE∥BC，∴$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{2}{5}$，故答案为 $\frac{2}{5}$.

【分析】先求出$\frac{AD}{AB}=\frac{AD}{AD+DB}=\frac{2}{5}$，再利用平行线分线段成比例的性质可得$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{2}{5}$，从而得解。

13．【答案】$\frac{5}{2}$

【解析】【解答】解：$\because\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，

$\therefore$ x＝$\frac{2}{3}$y，

$\therefore\frac{x+y}{x}=\frac{\frac{2}{3}y+y}{\frac{2}{3}y}=\frac{5}{2}$.

故答案为：$\frac{5}{2}$.

【分析】根据$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$可得 x＝$\frac{2}{3}$y，再代入$\frac{x+y}{x}$计算即可。

14．【答案】$\Delta ACD$（答案不唯一）

【解析】【解答】解：本题答案不唯一；

与$\Delta AOE$相似的三角形有：$\Delta BOD$，$\Delta ACD$，$\Delta BCE$，

选择求证：$\Delta ACD\backsim\Delta AOE$.

证明：$\because\Delta ABC$的高$AD$，$BE$交于点$O$，

$\therefore\angle ADC=\angle AEO=90°$.

$\because\angle CAD=\angle OAE$，

$\therefore\Delta ACD\backsim\Delta AOE$，

故答案是：$\Delta ACD$.

【分析】根据相似三角形的判定方法求解即可。

15．【答案】12

【解析】【解答】解：∵∠ECD=∠ACB

∴△ABC≌△EDC

$\therefore\frac{AB}{BC}=\frac{ED}{DC}=\frac{1.6}{2}$

∴AB=BC×0.8=15×0.8=12（m）

故答案为：12

【分析】根据全等三角形证出△ABC≌△EDC，可得出$\frac{AB}{BC}=\frac{ED}{DC}=\frac{1.6}{2}$，从而得出 AB 的长。

16.【答案】1：2

【解析】【解答】∵点 D，点 E 分别是边 AB，AC 的中点，

∴DE 是△ABC 的中位线，

∴DE∥BC，且 DE：BC=1：2，

∴△ADE∽△ABC，

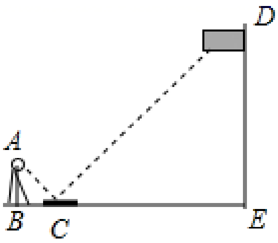
∴△ADE 与△ABC 的周长比为 1：2.

故答案为 1：2.

【分析】根据中位线的性质可得 DE：BC=1：2，再利用相似三角形的性质可得△ADE 与△ABC 的周长比为 1：2。

17.【答案】9

【解析】【解答】解：如图，




BC=2m，CE=16m，AB=1.5m，

由题意得∠ACB=∠DCE，

∵∠ABC=∠DEC，

∴△ACB∽△DCE，

∴$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{CE}$，即$\frac{1.5}{2}=\frac{BC}{12}$，

∴DE=9.

即旗杆的高度为 9m.

故答案为：9

【分析】先证明△ACB∽△DCE，然后利用相似三角形的性质列出比例式$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{CE}$，然后将数据代入计算求出 DE 的长即可。

18.【答案】30

【解析】【解答】解：设这块草坪的周长为$x$m，

由题意可得：实际的三角形草坪与图纸上的三角形草坪是相似三角形，

$$\therefore \frac{x}{15}=\frac{10}{5},$$

解得：$x=30$，

所以这块草坪的周长为30m.

故答案为：30

【分析】设这块草坪的周长为$x$m，根据题意列出比例式$\frac{x}{15}=\frac{10}{5}$，再求解即可。

19.【答案】①②④

【解析】【解答】解：∵BE 是边 AC 上的中线，CD 是 AB 边上的中线，

∴点 E 为 AC 边的中点，点 D 为 AB 边的中点，

∴DE 为△ABC 的中位线，

∴DE//BC，故结论①符合题意；

∴∠AED=∠ACB，∠ADE=∠ABC

∴△ADE∽△ABC，故结论②符合题意；

∵DE 为△ABC 的中位线，

∴DE//BC，DE=$\frac{1}{2}$BC

$\therefore \Delta EDM\sim\Delta BCM$

$\therefore \frac{EM}{BM}=\frac{DM}{CM}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{S_{\triangle EMD}}{S_{\triangle EMC}}=\frac{DM}{CM}=\frac{1}{2}$，故③不符合题意；

∵DE//BC

$\therefore \Delta EDM\sim\Delta BCM$

$\therefore \frac{EM}{BM}=\frac{DM}{CM}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{EM}{EB}=\frac{1}{3}$，故④符合题意；

∴正确的结论是①②④

故答案为：①②④

【分析】根据相似三角形的判定定理判断各选项即可得出答案。