2024－2025 学年度第一学期期中考试

高三数学 （答案在最后）

2024.11

本试卷共 4 页，19 题.全卷满分 150 分.考试用时 120 分钟

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上，并将条形码粘贴在答题卡指定位置上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3.考试结束后，请将答题卡上交.

一、单项选择题：本大题共 8 小题.每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1. 已知 O 为坐标原点，点 $A(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$B(\cos\beta,-\sin\beta)$，$C(\cos(\alpha+\beta),\sin(\alpha+\beta))$，$D(1,0)$，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=$（　　）

A. $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}$　　B. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$　　C. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}$　　D. $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据数量积的坐标运算逐一求解，即可求解.

【详解】由题意可得 $\overrightarrow{OA}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\overrightarrow{OB}=(\cos\beta,-\sin\beta)$，$\overrightarrow{OC}=(\cos(\alpha+\beta),\sin(\alpha+\beta))$，

$\overrightarrow{OD}=(1,0)$，

故 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha+\beta)$，

$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}=\cos(\alpha+\beta)$，

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=\cos(\alpha+\beta)\cos\alpha+\sin(\alpha+\beta)\sin\alpha=\cos[(\alpha+\beta)-\alpha]=\cos\beta$，

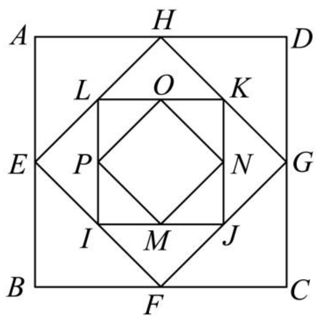
$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}=\cos\alpha$，

$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\cos(\alpha+\beta)\cos\beta-\sin(\alpha+\beta)\sin\beta=\cos[(\alpha+\beta)+\beta]=\cos(\alpha+2\beta)$，

因此$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}$，

故选：A

2. 如图，正方形$ABCD$的边长为a，取正方形$ABCD$各边的中点E，F，G，H，作第2个正方形$EFGH$，然后再取正方形$EFGH$各边的中点I，J，K，L，作第3个正方形$IJKL$，依此方法一直继续下去.则从正方形$ABCD$开始，连续5个正方形面积之和为31，则$a=$（　　）



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】根据条件，分别求得前5个正方形的面积，再结合条件，即可求解.

【详解】由题意得，第一个正方形$ABCD$边长为a，面积为a^2，

第二个正方形$EFGH$边长为$\frac{\sqrt{2}}{2}a$，面积为$\frac{1}{2}a^2$，

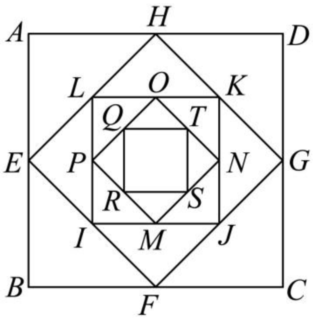
第三个正方形$IJKL$边长为$\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}a=\frac{1}{2}a$，面积为$\frac{1}{4}a^2$，

第四个正方形$MNOP$边长为$\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{a}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}a$，面积为$\frac{1}{8}a^2$，

第五个正方形$QRST$边长为$\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{4}a=\frac{1}{4}a$，面积为$\frac{1}{16}a^2$，

由题有$a^2+\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{8}a^2+\frac{1}{16}a^2=(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16})a^2$

$=\frac{[1-(\frac{1}{2})^5]a^2}{1-\frac{1}{2}}=31$，得到$a^2=16$，解得$a=4$，



故选：D.

3. 已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{b}|=2|\vec{a}|=2$，若$\vec{a}\perp\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据向量垂直及数量积运算律、定义可得$1-2\cos\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=0$，即可求夹角.

【详解】由题设$\vec{a}\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)=\vec{a}^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，而$|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=2$，

所以$1-2\cos\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=0\Rightarrow\cos\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=\frac{1}{2}$，$\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle\in[0,\pi]$，

所以$\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=\frac{\pi}{3}$.

故选：B

4. 设集合$A=\left\{x|\ x^2-3x+2\le 0\right\},B=\{x|\ a<x<a+2\}$，则$a>0$是$A\subseteq B$的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】解不等式得A，根据集合的基本关系确定a的范围结合充分、必要条件的定义判定即可.

【详解】由集合$x^2-3x+2\le 0\Rightarrow x\in\left[1,2\right]\Rightarrow A=\left[1,2\right]$，

又$B=\left(a,a+2\right),A\subseteq B$，所以$\begin{cases}1>a\\2<a+2\end{cases}\Rightarrow a\in\left(0,1\right)$，

所以$a>0$是$A\subseteq B$的必要不充分条件.

故选：B.

5. 若正数x,y满足$x^2-2xy+2=0$，则$x+y$的最小值是（　　）